

دكتور صلاح أحمد مراد

# الأساليب الإحصائية

في العلوم

النفسية  
والتربوية  
والاجتماعية



مكتبة الأنجلو المصرية

# الأساليب الإحصائية

فى العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية

دكتور صلاح أحمد مراد

أستاذ علم النفس التربوى  
كلية التربية جامعة المنصورة



مكتبة الأنجلو المصرية

## بطاقة فهرسة

فهرسة أثناء النشر إعداد الهيئة المصرية العامة لدار الكتب  
والوثائق القومية ، إدارة الشؤون الفنية .

---

مراد ، صلاح احمد.

الأساليب الإحصائية فى العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية.

تأليف: صلاح احمد مراد.

القاهرة : مكتبة الانجلو المصرية ، ٢٠١١.

٥٦٠ ص ، ١٧ x ٢٤ سم

رقم الإيداع : ١٥٩٥٠

ردمك : ٩٧٧-٠٥-١٧٧٨-X

المطبعة : محمد عبد الكريم حسان

تصميم غلاف : ماستر جرافيك

الناشر: مكتبة الانجلو المصرية

١٦٥ شارع محمد فريد

القاهرة - جمهورية مصر العربية

ت : ٢٣٩١٤٣٣٧ (٢٠٢) ؛ ف : ٢٣٩٥٧٦٤٣ (٢٠٢)

---

E-mail : [angloebs@anglo-egyptian.com](mailto:angloebs@anglo-egyptian.com)

Website : [www.anglo-egyptian.com](http://www.anglo-egyptian.com)



## تقديم الطبعة الثانية

انتهت وبحمد الله الطبعة الأولى من هذا الكتاب بعد أن أحدثت صدى واسعاً في المجال واهتماماً بالغاً من الباحثين ومستخدمي الأساليب الإحصائية، كما أثار المستوى شجون البعض بإعداد مؤلفات أخرى مشابهة، وحاول بعض الزملاء الربط بين ما جاء بالكتاب واستخدام البرامج الإحصائية SPSS وهذا جهد محمود لهم وكنا نود تضمينه لكن حجم الكتاب حال دون ذلك.

وأود أن أسجل هنا انطباعات القراء والباحثين لما جاء في محتوى هذا الكتاب. فقد وجد الطلاب واضحاً ومفصلاً في الجزء الأول والخاص بأساليب الإحصاء الوصفي "السنة فصول الأولى" وهي فعلاً معدة للمبتدئين في دراسة الإحصاء التربوي والنفسي والاجتماعي. كما أفاد الطلاب بأن الجزء الثاني "من الفصل السابع وحتى السادس عشر" والخاصة بأساليب الإحصاء الاستدلالي أكثر صعوبة، وهي فعلاً صعبة إلى حد ما على طلاب الشعب الأدبية لما تحتويه من معادلات واستنتاجات وعلاقات بين الأساليب الإحصائية.

بينما رأى طلبة الدراسات العليا أن الكتاب مفيد لهم في فهم البحوث السابقة في المجال وفي إجراء التحليلات الإحصائية للبيانات البحثية وهذا هو بيت القصيد من الإحصاء الاستدلالي.

وأقدم للقراء والباحثين الطبعة الثانية من كتاب الأساليب الإحصائية بعد تصحيح بعض الأخطاء المطبعية التي شابت للطبعة الأولى، متمنياً أن تكون مفيدة لأبنائنا الطلاب وعوناً للباحثين في المجالات التربوية والنفسية والاجتماعية.

والله الموافق ،،،

دكتور/ صلاح مراه

أغسطس ٢٠١٠





بسم الله الرحمن الرحيم

### مقدمة

نحمد الله على نعمائه وفضله وعلى توفيقه لنا فى إتمام هذا الكتاب الذى ظل حبيب الأدرج لأكثر من عشر سنوات ، إلى أن شاء الله وقدر له أن يخرج إلى النور .

وقد تم إعداد هذا الكتاب ليتناسب مع عدد من التخصصات فى مجالات العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية ، ويكون دليلاً ومرشداً ومرجعاً للطالب والباحث فى هذه المجالات . فهو يعد مرجعاً لطلبة مرحلة البكالوريوس والليسانس ودليلاً ومرشداً لطلبة الدراسات العليا والباحثين فى مجالات العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية .

ويتطلب الاستخدام الجيد لهذا الكتاب من قبل الباحثين أن يكونوا على دراية بطرق البحث العلمى والتصميمات البحثية المناسبة لدراساتهم حتى يتمكنوا من اتخاذ القرارات فى اختيار الأسلوب الإحصائى المناسب للتصميم البحثى .

ويعتمد التصميم البحثى الجيد على أسس وافتراضات ويستلزم إمكانات وبدائل ، ويفرض على الباحث إتخاذ قرارات هامة فى بعض مراحله دون مساعدة من الآخرين ، وربما يلجأ الباحث إلى طلب المساعدة من المختصين وقت الحاجة إليها . ويجب الحذر من الاستخدام غير الجيد (أو سوء الاستخدام) للأساليب الإحصائية فى تحليل البيانات ، فالحاسب الآلى ينفذ ما يصدر إليه من أوامر ويجرى تحليل البيانات وفقاً لتلك الأوامر والتعليمات ، وما أكثر البيانات والنتائج فى البحوث التى تستخدم أساليباً غير مناسبة لها ، وتؤدى إلى قرارات وتعميمات غير صحيحة .

وقد حاولت إعداد هذا الكتاب ليغطى موضوعات عديدة تم اختيارها من تدريسي للعديد من مقررات الإحصاء النفسى والإحصاء التربوى والإحصاء الاجتماعى ، إضافة إلى الإحصاء الرياضى والإحصاء المتقدم لطلبة الدراسات العليا فى تلك المجالات . وقد تم تنظيم موضوعات الكتاب فى ستة عشر فصلاً ، حيث تختص الفصول الستة الأولى بالإحصاء الوصفى ، بينما تشتمل الفصول من

السابع وحتى السادس عشر على موضوعات الاحصاء الاستدلالي التي تهم طلبة الدراسات العليا والباحثين .

ويتضمن الفصل الأول المفاهيم الأساسية للاحصاء وعلاقتها بالاساليب الاحصائية الوصفية والاستدلالية . ويعالج الفصل الثاني طرق عرض البيانات المختلفة وتوزيعاتها التكرارية . ويوضح الفصلان الثالث والرابع مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت وطرق حساب كل منها واستخداماتها المختلفة . أما الفصل الخامس فقد تم تخصيصه لمعالجة موضوع الانحدار والارتباط الخطي البسيط وطرق حساب معاملات كل منهما للأنواع المختلفة من البيانات ، كما يوضح العلاقة بين الانحدار والارتباط الخطي البسيط ، والعوامل المؤثرة على معامل الارتباط وكيفية تفسيره واستخداماته .

ويناقش الفصل السادس موضوع الاحتمالات والمنحني الاعتمادي وخصائصه والدرجات المعيارية والثائية واستخداماتها .

أما الفصول من السابع وحتى السادس عشر فقد خصصت لموضوعات الاحصاء الاستدلالي ، حيث يتعرض الفصل السابع للعينات وطرق اختيارها وصياغة الفروض واختبار صحتها ومفاهيم مستوى الدلالة وحدود الثقة وافتراسات الاحصاء الاستدلالي . ويتعرض الفصل الثامن لاختبار (ت) ومقارنة متوسطي مجموعتين مستقلتين أو غير مستقلتين وحجم التأثير الناتج وكذلك اختبار الفرق بين نسبتين . بينما يحتوى الفصل التاسع موضوع تحليل التباين وافتراسات إجراء تحليل التباين الاحادي ، وطرق المقارنات المتعددة للمتوسطات وأسلوب الاختيار من بينها ، ويتضمن الفصل العاشر تحليل التباين الثنائي والثلاثي والعاملى ومفهوم التفاعل وخطوات الإجراء . ويشمل الفصل الحادى عشر تباين القياس المتكرر الاحادى والثنائى والثلاثى ، أما الفصل الثانى عشر فيتناول تحليل التغاير للقياس المتكرر . ويوضح الفصل الثالث عشر مفهوم تحليل الاتجاه فى حالتى تحليل التباين والقياس المتكرر .

ويتضمن الفصل الرابع عشر تحليل الانحدار والارتباط المتعدد وطرق حساب معاملتهما وتفسيراتها وعلاقة الارتباط الجزئى وشبه الجزئى بالارتباط المتعدد ، وطريقة التحليل التتابعى Stepwise كما تعرض لتحليل الانحدار والارتباط باستخدام المصفوفات ، والارتباط الطبيعى Canonical وتحليل التمايز .



ويتناول الفصل الخامس عشر موضوع تحليل المسار أحادي الاتجاه، في حين تناول الفصل السادس عشر عرضاً لمفاهيم التحليل العاملى الاستطلاعى والتوكيدى، وطرق التحليل العاملى، ومداخل تحديد عدد العوامل وطرق التدوير وحساب درجات العوامل.

كما يحتوى الكتاب على مجموعة من الملاحق التى نرى أنها ضرورية للاستخدام مع أساليب التحليل الاحصائى الموضحة فى هذا الكتاب.

ونأمل أن يكون هذا الكتاب عوناً للطلبة والباحثين، وهادياً لهم على طريق البحث العلمى، كما نأمل أن نكون قد عرضنا ووضحنا شيئاً مفيداً ونافعاً.

والله الموفق،،

دكتور صلاح مراد

أغسطس ٢٠٠٠



## محتوى الكتاب

الصفحة	الموضوع
هـ	مقدمة .....
١	الفصل الأول - الاحصاء والمفاهيم الأساسية .....
٣	- معنى الاحصاء .....
٤	- تاريخ الاحصاء .....
٧	- أهمية الاحصاء فى البحث العلمى .....
٩	- المتغيرات .....
١١	- المتغيرات المتصلة والمنفصلة .....
١١	- مستويات القياس .....
١٢	* القياس الاسمى .....
١٤	* القياس الترتيبى .....
١٥	* القياس الفترى .....
١٦	* القياس النسبى .....
١٨	- علاقة القياس بالاحصاء .....
١٩	- علاقة مستويات القياس بالأساليب الاحصائية .....
٢٠	- الاحصاء الوصفى .....
٢١	- الاحصاء الاستدلالى .....
٢٣	الفصل الثانى - تبويب وعرض البيانات .....
٢٥	- التوزيعات التكرارية .....
٢٦	* عرض البيانات الاسمية والترتيبية .....
٣٠	* عرض البيانات الفترية والنسبية .....
٣٧	* المصطلح التكرارى .....
٣٩	- التوزيع التكرارى المتجمع .....
٣٩	* التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد .....
٤١	* التوزيع التكرارى المتجمع الهابط .....



٤٥	..... الفصل الثالث - مقاييس النزعة المركزية
٤٧	..... أولاً - والمتوسط الحسابي
٤٨	..... - المتوسط الحسابي للدرجات العادية
٤٩	..... - المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة
٤٩	..... * الطريقة العادية
٥١	..... * طريقة الانحرافات
٥٣	..... * طريقة الانحرافات المختصرة
٥٦	..... - خصائص المتوسط الحسابي
٥٩	..... - المتوسط الحسابي المرجح
٦١	..... ثانياً - الوسيط
٦٣	..... * حساب الوسيط للبيانات المبوبة
٦٨	..... * حساب الوسيط باستخدام الرسم
٧٠	..... * استخدامات الوسيط
٧١	..... ثالثاً - المنوال
٧١	..... * طرق حساب المنوال للبيانات المبوبة
٧٦	..... - العلاقة بين المتوسط والوسيط والمنوال
٧٨	..... - الوسط التوافقي
٨٠	..... - الوسط الهندسي
٨٣	..... الفصل الرابع - مقاييس التشتت
٨٥	..... - المدى
٨٦	..... - الانحراف المعياري
٨٩	..... - حساب الانحراف المعياري من الدرجات العادية
٩٢	..... - الانحراف المعياري لمجموعتين
٩٢	..... - خصائص الانحراف المعياري
٩٤	..... - حساب الانحراف المعياري للبيانات المبوبة
٩٤	..... * طريقة مراكز الفئات
٩٦	..... * طريقة الانحرافات عن المتوسط الحسابي

٩٨	* طريقة الانحرافات عن وسط فرضي .....
١٠٠	* طريقة الانحرافات المختصرة .....
١٠٣	- تقدير الانحراف المعياري للمجتمع .....
١٠٤	- نصف المدى الربيعي .....
١٠٨	- حساب نصف المدى الربيعي للبيانات المبوبة .....
١١٤	- المئينيات .....
١١٦	- معامل الالتواء .....
١١٨	- معامل التفرطح .....
١٢٠	- التحويلات .....
١٢١	الفصل الخامس- الانحدار والارتباط الخطي البسيط .....
١٢٤	أولاً - الانحدار الخطي البسيط .....
١٢٦	* معادلة الانحدار الخطي البسيط .....
١٣٢	* معادلة انحدار ص على ص .....
١٣٤	* طريقة أخرى لإيجاد معادلة الانحدار .....
١٣٦	- العلاقة بين معادلتى الانحدار .....
١٣٧	- دقة التقدير .....
١٣٩	ثانياً - الانحدار الخطي البسيط للبيانات المبوبة .....
١٤٦	ثالثاً - الارتباط الخطي البسيط .....
١٤٨	* حساب معامل الارتباط الخطي البسيط .....
١٥٢	- العلاقة بين الانحدار والارتباط الخطي البسيط .....
١٥٥	- حساب الارتباط الخطي البسيط للبيانات المبوبة .....
١٥٧	- تأثير التباين وحجم العينة على معامل الارتباط .....
١٥٨	- تفسير معامل الارتباط .....
١٦٠	رابعاً - معامل ارتباط الرتب .....
١٦٤	- العلاقة بين ارتباط سبيرمان وارتباط بيرسون .....
١٦٦	- استخدامات معامل الارتباط .....

١٦٧	الفصل السادس - الاحتمالات والمنحنى الاعتدالى .....
١٦٩	- الاحتمالات .....
١٧٤	- منحنى التوزيع الاعتدالى .....
١٧٤	- خصائص المنحنى الاعتدالى .....
١٧٨	- الدرجة المعيارية .....
١٨٠	- استخدامات الدرجة المعيارية .....
١٨١	- الدرجة الثائية .....
١٨٢	- الدرجة الثائية المعدلة .....
١٨٢	- نسبة الذكاء الانحرافية .....
١٨٣	- التساعيات .....
١٨٤	- المئينيات .....
١٩٠	- توزيع ذى الحدين .....
١٩٢	- توزيع مربع كاى .....
١٩٥	الفصل السابع - الاستدلال الاحصائي واختبار الفروض .....
١٩٨	- العينات .....
٢٠٠	- تحديد مجتمع الدراسة .....
٢٠٢	- طرق اختيار العينات .....
٢٠٢	* المعاينة العشوائية .....
٢٠٣	* المعاينة العشوائية الطبقيية .....
٢٠٤	* المعاينة العشوائية العنقودية .....
٢٠٥	* المعاينة المنتظمة .....
٢٠٥	* المعاينة المقصودة .....
٢٠٥	- حجم العينة المناسب .....
٢١٠	- الفروض .....
٢١١	- أنواع الفروض .....
٢١١	* الفرض الصفري .....
٢١١	* الفرض الموجه .....



٢١٢	* الفرض غير الموجه .....
٢١٢	- اختبار صحة الفروض .....
٢١٥	- قوة الاختبار الاحصائي .....
٢١٦	- مثال لاختبار صحة الفروض .....
٢١٨	- مستوى الدلالة .....
٢٢٠	- حدود الثقة .....
٢٢٢	- القرار في اختبار صحة الفروض .....
٢٢٣	- الخطأ المعياري .....
٢٢٥	- درجات الحرية .....
٢٢٧	- افتراضات الاحصاء الاستدلالي .....
٢٣١	<b>الفصل الثامن - اختبار الفرق بين متوسطين</b> .....
٢٣٣	- مقارنة متوسط عينة بالمجتمع .....
٢٣٧	- اختبار الفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين .....
٢٣٨	* الحالة الأولى - إذا كانت العينتان متجانستين .....
٢٤١	* الحالة الثانية - إذا كانت العينتان غير متجانستين .....
٢٤٥	- حجم التأثير .....
٢٤٨	- قوة اختبار (ت) .....
٢٤٩	- اختبار الفرق بين متوسطي عينتين غير مستقلتين .....
٢٥٣	- استخدامات أخرى لاختبار (ت) .....
٢٥٥	- اختبار الفرق بين نسبتي .....
٢٥٧	* مقارنة نسبة عينة بالمجتمع .....
٢٥٩	* اختبار الفرق بين نسبتي مستقلتين .....
٢٦٠	* اختبار الفرق بين نسبتي مرتبطتين .....
٢٦٣	<b>الفصل التاسع - تحليل التباين</b> .....
٢٦٧	- افتراضات تحليل التباين .....
٢٧٠	- توزيع (ف) .....
٢٧١	- تحليل التباين الاحادي .....

٢٧٨	- حجم التأثير .....
٢٨٠	- المقارنات المتعددة للمتوسطات .....
	- الفرق بين طرق المقارنات المتعددة في ضبط خطأ النوع .....
٢٨٢	الأول .....
٢٩١	- مقارنة الطرق المختلفة .....
٢٩٤	- إختيار الطريقة المناسبة من طرق المقارنات المتعددة .....
٣٠١	الفصل العاشر - تحليل التباين الثنائي والثلاثي والعامل
٣٠٤	- التفاعل .....
٣٠٧	- خطوات تحليل التباين الثنائي .....
٣٢٣	- تحليل التباين الثلاثي والعامل .....
٣٢٥	- خطوات تحليل التباين الثلاثي .....
٣٣٥	الفصل الحادي عشر - تحليل تباين القياس المتكرر .....
٣٤٠	أولاً - تحليل بيانات القياس المتكرر لمجموعة واحدة .....
٣٥٠	ثانياً - تحليل تباين القياس المتكرر لمجموعتين أو أكثر .....
٣٥٥	ثالثاً - تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي (الحالة الأولى) .....
٣٥٨	رابعاً - تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي (الحالة الثانية) .....
٣٦١	الفصل الثاني عشر - تحليل التباين .....
٣٦٥	- إفتراضات تحليل التباين .....
٣٦٦	أولاً - تحليل التباين الاحادي .....
٣٧٢	- اختبار شرط تجانس معاملات الانحدار .....
٣٧٤	ثانياً - تحليل التباين الثنائي .....
٣٨٢	ثالثاً - تحليل التباين في حالة القياس المتكرر .....
	رابعاً - تحليل التباين في حالة القياس المتكرر مع قياسات مختلفة .....
٣٨٦	للمتغير الخارجي .....
٣٩٣	الفصل الثالث عشر - تحليل الاتجاه .....
٣٩٥	أولاً - حالة تحليل التباين .....
٤٠٤	- طريقة أخرى لإختبار إتجاه العلاقة بين متغيرين .....

٤٠٥	.....	ثانياً - حالة تحليل تباين القياس المتكرر
٤١٠	.....	- طريقة أخرى
٤١٣	.....	الفصل الرابع عشر - تحليل الانحدار والارتباط المتعدد
٤١٦	.....	- اختبار دلالة معامل الارتباط البسيط
٤١٩	.....	- اختبار الفرق بين معاملي ارتباط
٤٢١	.....	- اختبار دلالة معامل الانحدار
٤٢٤	.....	- الانحدار والارتباط المتعدد
٤٢٧	.....	- الافتراضات الأساسية للانحدار والارتباط المتعدد
٤٣٣	.....	- علاقة الارتباط الجزئي وشبه الجزئي بالارتباط المتعدد
٤٤١	.....	- تحليل الانحدار والارتباط المتعدد باستخدام الدرجات الخام
٤٤٨	.....	- اختبار المنبئات بطريقة التحليل المتتالي
٤٥٠	.....	- تفسير معاملات الانحدار والارتباط المتعدد
٤٥٣	.....	- تحليل الانحدار والارتباط المتعدد باستخدام المصفوفات
٤٥٦	.....	- مقلوب المصفوفة
٤٥٧	.....	- طريقة دوير لمقلوب المصفوفة
٤٥٩	.....	- الارتباط الطبيعي
٤٦١	.....	- تحليل التمايز
٤٦٣	.....	الفصل الخامس عشر - تحليل المسار
٤٦٧	.....	- النموذج أحادي الاتجاه
٤٦٩	.....	- النموذج أحادي الاتجاه لثلاث متغيرات
٤٧١	.....	- النموذج أحادي الاتجاه لأربعة متغيرات
٤٧٩	.....	الفصل السادس عشر - التحليل العاملي
٤٨٤	.....	- خفض عدد المتغيرات
٤٨٧	.....	- مفهوم التكوين
٤٨٩	.....	- مكونات التباين
٤٩٢	.....	- التحليل العاملي الاستطلاعي والتوكيدي
٤٩٣	.....	- طرق التحليل العاملي الاستطلاعي



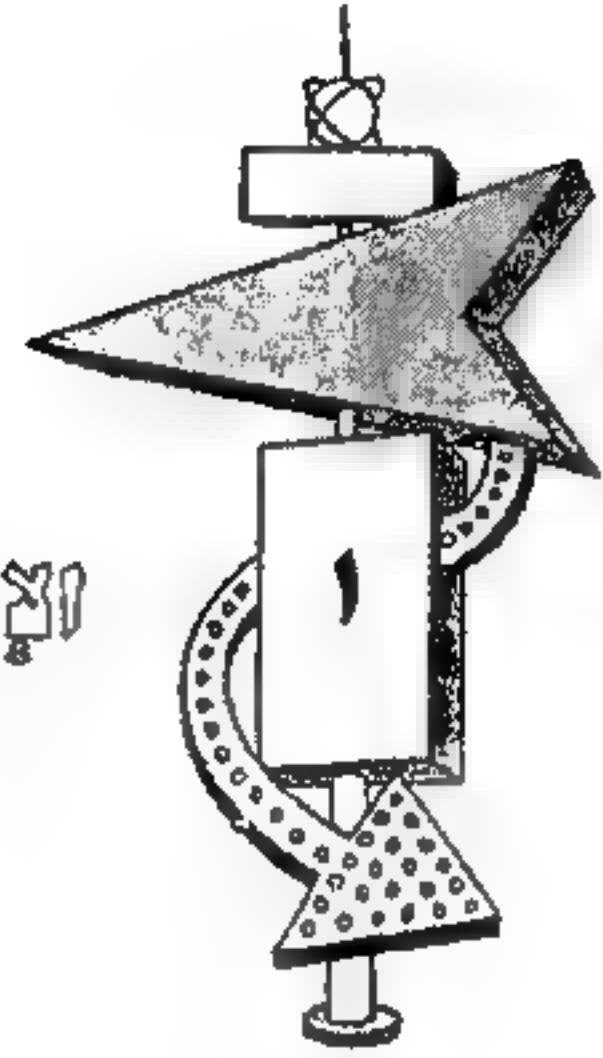
٤٩٤	* طريقة المكونات الأساسية.....
٤٩٤	* طريقة العوامل الأساسية.....
٤٩٥	* الطرق الأخرى لتحليل العاملى الاستطلاعى .....
٤٩٦	- عدد العوامل .....
٤٩٧	* المدخل الرياضى .....
٤٩٧	* المدخل الاحصائى .....
٤٩٧	* مدخل التكوين العاملى .....
٤٩٩	- تدوير العوامل .....
٥٠٠	* التدوير المتعامد .....
٥٠١	* التدوير المائل .....
٥٠٣	- درجات العوامل .....
٥٠٤	- التحليل العاملى التوكيدى .....
٥٠٦	- نموذج عوامل الدرجة الأولى فى التحليل التوكيدى .....
٥٠٩	- نموذج عوامل الدرجة الثانية فى التحليل التوكيدى .....
٥١١	المراجع :.....
٥١٧	الملاحق :.....
	- ملحق رقم (١).....
٥١٩	جدول توزيع المنحنى الاعتدالى .....
	- ملحق رقم (٢).....
٥٢٢	جدول دلالة معامل ارتباط بيرسون .....
	- ملحق رقم (٣).....
٥٢٣	جدول دلالة معامل ارتباط الرتب .....
	- ملحق رقم (٤).....
٥٢٤	جدول تحويلات فيشر لمعاملات الارتباط .....
	- ملحق رقم (٥).....
٥٢٦	جدول توزيع (ت).....
	- ملحق رقم (٦).....

---

٥٢٧	جدول توزيع (ف) .....
	- ملحق رقم (٧) .....
٥٣٥	جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة .....
	- ملحق رقم (٨) .....
٥٣٩	جدول توزيع ف العظمى لإختبار التجانس .....
	- ملحق رقم (٩) .....
٥٤٠	القيم الحرجة لإختبار كوكران لتجانس التباين .....
	- ملحق رقم (١٠) .....
٥٤١	جدول توزيع مربع كاي .....



الفصل الأول  
الإحصاء والمفاهيم الأساسية





## الفصل الأول

### الإحصاء والمفاهيم الأساسية

#### معنى الإحصاء

يقصد بالإحصاء العد أو التعداد أو عدد الأشياء أو جمع بيانات عنها ، وهو يشير إلى إحصاء السكان بمعنى عدد السكان في وقت معين ، وكلمة أحصى تعني عد وعلم عدد الأشياء وربما خصائصها .

وبذلك تعني هذه الكلمة جمع البيانات بالإضافة إلى تلخيص وتنظيم وتحليل البيانات وعرضها في جداول والتوصل إلى استنتاجات عن معنى البيانات ، وعادة ما تكون هذه الاستنتاجات في شكل تقديرات .

والمهمة الأولى للإحصاء هي تعريف المجتمع المقصود واختبار عينة ممثلة

له .

ويستخدم الإحصاء في العلوم المختلفة لتوضيح البيانات وتلخيصها ، فهو يستخدم في العلوم الإنسانية والعلوم الطبية والهندسية والزراعية ، والعلوم الأساسية ، وفي مجال الصناعة وغيرها . ولا يكاد يخلو علم من العلوم من استخدام الإحصاء في بحوثه وتطبيقاته العملية .

والإحصاء فرع من فروع العلم التي تتعامل مع البيانات وتحليلها وتنظيمها للإجابة عن التساؤلات والاستدلال منها ، وبذلك يستخدم الإحصاء في فهم الكثير من المشكلات . وأحياناً يساء استخدام الإحصاء في عرض البيانات بشكل خاطئ أو خادع للاستدلال . ويجب دائماً أن نفكر في الإحصاء كوسائل لها وظيفتين أساسيتين هما : الوصف والتفسير .

ويقصد بالوصف إعطاء صورة واضحة للظاهرة عن طريق العرض المناسب للبيانات التي توضح الصورة . واستخدام بيانات مثل نسبة البطالة ومتوسط الأجور ومعدل المرضى ومتوسط عدد الأبناء في الأسرة ومعدل الطول والوزن والعمر وغيرها ، وهي بيانات تصف متغيرات معينة . أما التفسير فيعني



إعطاء معنى للبيانات والتوصل إلى أسباب الأحداث . فإذا قلنا أن أحمد لا يرغب في القراءة لأنه لا يستطيع النطق الصحيح ، وسعيد رسب في الامتحان لأنه ضعيف ، وعلى يحب الحفلات لأنه اجتماعي . فكل هذه تفسيرات ولكنها تصف الفرد ولا تفسر المعنى ، وبالتالي فهي تسير في دائرة مغلقة ، بينما التفسير يستلزم كسر هذه الدائرة المغلقة ويبحث صلتها بشئ آخر خارجها .

#### تاريخ الإحصاء :

يرجع تاريخ الإحصاء إلى القرن السابع عشر ( منذ حوالي 300 سنة ) عندما اهتم الإنسان بفهم الاحتمالات ( Sprinthall, 1994: 11- 12 ) . وقد استخدم الإنسان الأول الأرقام وكان لديه نظام للعدد ، كما استخدم نرد ( زهر ) الطاولة منذ أكثر من 3000 سنة قبل الميلاد ، وربما خاف الإنسان قديماً من التفكير في الاحتمالات لا اعتقاده بأن كل شئ من عند الله ، ولا يجب التفكير في أى شئ يتعلق بحدوث الأحداث . وكان من السهل عليه التحدث بالقدرية بدلاً من الاهتمام بدراسة احتمالات حدوثها لأن ذلك يعطى الإلحاد والكفر .

وقد ذكر سيسرو Cicero قبل الميلاد بخمسين عاماً ، أن الأحداث قد تكون نتيجة الحظ ، فإذا رميت أربع زهرات طاولة فإن الحصول على نفس الرقم بكل منها يعد رمية حظ ، ولكن إذا فعلت ذلك مائة مرة وظهرت رمية الحظ في المائة مرة فهل يعد ذلك مصادفة ؟ بالطبع لا ، لأن ذلك يحدث بأمر الله ، وكان تعبير سيسرو يدل على تفكير الناس في ذلك الوقت ( Sprinthall, 1994: 11 ) .

كما ذكرت سانت أوجستين Augustine عام ٥٠٠ بعد الميلاد ، أن لاشئ يحدث بالصدفة وإنما كل شئ محكوم بإرادة الله . وإذا قيل بوجود أحداث عشوائية فإن ذلك يرجع إلى جهل الناس وليس للأحداث ذاتها ( David, 1962: 24 ) .

وحتى الآن يفضل الكثيرون عدم الاهتمام بالاحتمالات وإنما يفضلون البحث عن الحظ وقراءة ذلك في الصحف اليومية ، مع أنه يتعارض مع القدرية كما يتعارض مع مفهوم الاحتمالات . فإذا كان حظك اليوم مكسباً مادياً فهل يحدث ذلك فعلاً ؟ أم أنه مرتبط بما يفعله الفرد في عمله وحياته ، ومن الواضح إذا تعرض الفرد في يومه إلى أعمال معينة فقد يكسب أو يخسر ، وإذا لم يخرج من منزله ، فقد يحدث ذلك أيضاً . ولكن ما احتمال حصوله على المكسب المادي ؟ لا أحد يستطيع الإجابة عن هذا السؤال ، كما أن السماء لا تمطر ذهباً ولافضة .

ومعنى هذا أن مشاركة الفرد في أعمال قد تؤدي إلى مكسب ، وعدم المشاركة قد لا تؤدي إلى أى شئ .

وبدل هذا على أن احتمال المكسب يكون مرتفعاً في حالة المشاركة في الاعمال عنه في حالة عدم المشاركة . وهذا هو المقصود بالاحتمالات وهي لا تغير من القدرية ، ولكن الإهتمام بالاحتمالات قد يشجع المشاركة في اداء الأعمال .

وبالطبع لا ننصح أى فرد بأن يترك أمور حياته تسير طبقاً لقراءة النجوم أو حظك اليوم ، وإنما يخطط لأعماله ويؤدي ما يستطيعه دون تواكل .

والحدث الذي أدى لمولد علم الإحصاء كان في فرنسا خلال القرن السابع عشر الميلادي ، عندما كان الفارس دى مير ( Chevalier de Mere ) ، المقامر المشهور قد خسر في المقامرة ، وأراد معرفة سبب خسارته هل هي من سوء الحظ ، أم أن توقعاته لم تكن صحيحة . وطلب من صديقه عالم الرياضيات الفرنسي بليس باسكال ( Blease Pascal ) النصيحة ، واكتشف دى مير أنه كان يراهن مراهنة خاسرة فعلاً . وبعد باسكال أبو نظرية الاحتمالات ، وكان هدفه من دراستها مساعدة صديقة دى مير لكسب الرهان ( Sprinthall, 1994: 11 ) .

وقد ذكر المؤرخون لعلم الإحصاء أن القفزة الأولى فعلاً كانت بناء على أعمال لابلاس ( Laplace ) ، وهو صاحب نظرية في الاحتمالات .

بينما كانت القفزة الثانية لأعمال جاوس ( Gauss ) الذي اهتم بتقدير معالم المجتمع في مقاييس النزعة المركزية ، وتوصل إلى معادلة المنحنى الاعتدالي ، وقد عمل كل من لابلاس ، وجاوس ، وبواسون Poisson على حدة هذا المجال ، وتوصل كل منهم إلى نظريات عن تقدير معالم المجتمع . ( Hald, 1998 )

وقد استخدم فرانسيس جالتون ( Francis Galton ) أساليب إحصائية لدراسة الوراثة ، وقد حلل خلال الفترة ١٨٦٩ - ١٨٩٠ العديد من البيانات لتوضيح العلاقة بين السمات الإنسانية عبر الأجيال ، ووضع لنفسه طريقة لمقارنة السمات الإنسانية بترتيب الأفراد على سمتين ، والتعرف على الوضع النسبي لكل فرد بالمقارنة بالآخرين ، حيث كان اهتمامه مركزاً على معرفة الفروق بين الأفراد . وقد دفعت أفكار جالتون إلى استئارة كل من إدج ورت ( Edgewarth ) وبيرسون ( Pearson ) وشيبرد ( Sheppard ) وييل ( Yule ) ، وحولوا تلك الأفكار إلى نظريات رياضية عن الانحدار والارتباط .

أما القفزة الثالثة للإحصاء فكانت على يد بيرسون الذي تأثر بكل من جالتون ، ولدون (Weldon) ، حيث شارك مع ولدون في تحليل بياناته لتحقيق نظرية دارون عام 1892 . وأدى هذا إلى تحول في حياة كارل بيرسون حيث أهتم بدراسة الإحصاء الرياضي وطرق تحليل البيانات . وأجرى بيرسون العديد من الدراسات في العزوم وتقدير معالم المجتمع ، واحتمالات توزيع ذي الحدين ، والمعادلات التفاضلية للاحتتمالات .

وتوصل بيرسون إلى معادلة لحساب معامل الارتباط الخطي بين متغيرين في أواخر القرن الثامن عشر ، كما توصل إلى معادلة كاي (مربع كاي) عام ١٩٠٠ ، وأجرى دراسة شهيرة عن السطوح والفراغ عام ١٩٠١ ، كانت هي الأساس لأسلوب التحليل العاملي المعروف بأسم (Principal axes) . كما ساهم بيل بدراسات عن الارتباط الجزئي والارتباط المتعدد .

وقد سارع سبيرمان عالم النفس المشهور إلى إجراء دراسة نفسية متبعا فيها الطريقة الجديدة للتحليل العاملي ونشر نظريته للتكوين العقلي عام ١٩٠٤ تحت إسم نظرية العامل العام .

وكانت القفزة الرابعة للإحصاء في بداية القرن العشرين أيضاً ( خلال فترة أعمال بيرسون ) ، وعندما طلبت شركة (Guinness) المنتجة للبيرة من عالم الرياضيات وليام جوست (William Gosset) عام ١٩٠٦ أن يجرى دراسة عن إمكانية إختيار عينة من أفراد المجتمع في مدينة دبلن (Dublin) بأيرلندا لتذوق البيرة وتعميم النتائج على المجتمع .

وقد توصل جوست (Gosset) عام ١٩٠٨ إلى معادلة لمقارنة أداء العينة مع المجتمع بدرجة جيدة من الدقة ، وقد سمي معادلته باسم (Student) والتي نعرف باسم اختبار (ت) . ووضع جوست برهاناً لنظريته عام ١٩١٢ ، وانتقده بيرسون ، ولكن فيشر (Ronald Fisher) طور البرهان ونشره بعد ذلك عام ١٩١٥ (Hald, 1998) .

وكان التطور الخامس للإحصاء على يد العالم الإنجليزي فيشر (Fisher) ، الذي أجرى دراسته عن تحليل التباين خلال عام ١٩٢٠ ونشرت عام ١٩٢٢ ، وهي تعميم لاختبار (ت) بناءً على مفهوم درجات الحرية . وقد ذكر فيشر أنه استفاد من أعمال هلمرت (Helmert) عن توزيع متوسط وتباين العينة وانحرافها عن التوزيع الاعتدالي (Hald, 1998) .

وقد توالى الدراسات منذ أفكار باسكال ولا بلاس وبيرسون وجوست وفيشر في الإحصاء الرياضى ، ولكن الأساليب التطبيقية لنظريات الإحصاء الرياضى كانت تأتى بعد فترة زمنية لا تقل عن عشرون عاماً من بداية تلك النظريات واقتناع الإحصائيين بها . ولا تزال البحوث في مجال الإحصاء الرياضى والتطبيقات - مثل فروع العلم الأخرى - فى تطور مستمر لوضع الأفكار موضع التطبيق ، وحل المشكلات الفعلية فى المجالات المستخدمة للأساليب الإحصائية وقد تزايد الاهتمام الآن فى مجال أساليب تحليل المتغيرات المتعددة (Multivariate) التى أصبحت ضرورة هامة فى بحوث ودراسات العلوم الإنسانية .

#### أهمية الإحصاء فى البحث العلمى :

العلم هو مجموعة من الحقائق والنظريات المترابطة ، وهو يحدد علاقة الفرد بما يحيط به من الظواهر الطبيعية ، ويزيادة التقدم العلمى تزداد الحقائق والنظريات التى تم التوصل إليها واختبارها ، والتى تساعد على فهم ما يحيط بالفرد بدرجة أكبر وتوضح له الصعاب وإمكانية التغلب عليها .

ويقوم الباحثون بإجراء العديد من البحوث العلمية التى تستخدم الوسائل والأساليب الإحصائية المختلفة التى تساعد فى فهم المشكلات فهماً دقيقاً وموضوعياً . حيث يتم الحصول على بيانات ونتائج أثناء إجراء الدراسة والتى تستخدم فى اختبار صحة الفروض أو الإجابة عن التساؤلات ، ولا يتم ذلك إلا باستخدام الأساليب الإحصائية .

ويبدأ الباحث عادة بمشكلة معينة يرغب فى دراستها للإجابة عن بعض التساؤلات ، فيحدد المشكلة ويضع التساؤلات فى ضوء ما هو متوفر لديه من معلومات مرتبطة بالمشكلة ، ولا يستطيع أى باحث إجراء دراسة جيدة ما لم يكن متخصصاً فى المجال ولديه حساسية للاغتراب فى هذا المجال ويعرف ما به من مشكلات تتعلق بالحقائق العلمية فى المجال . ومعرفة الباحث بمشكلة معينة تدفعه لمحاولة توضيحها ورؤية ما يحيط بها من عوامل وظروف ، ويبدأ الجهد لمحاولة التوصل إلى حل أو عدة حلول للمشكلة فيؤدى به ذلك إلى وضع فروض للدراسة والاختبار بناء على ما هو متوفر من معرفة ومعلومات .

ويكون الهدف التالى للباحث هو كيفية إثبات صحة تلك الفروض التى رضعها كحلول مقترحة للمشكلة ( أو كنتاج متوقع من الدراسة ) فيقوم بجمع

بيانات باستخدام أدوات قياس مناسبة للمتغيرات . ثم يواجه الباحث مشكلة كيفية التعامل مع البيانات التي جمعها وكيفية استخدامها في اختبار صحة الفروض ، وهذا يأتي دور الأساليب الإحصائية المختلفة والتي تعاون الباحث في الاستخدام المناسب لبياناته لاختبار صحة الفروض أو الإجابة عن التساؤلات .

والأساليب الإحصائية هي الوسيلة الوحيدة التي يستطيع بها الباحث ، أياً كان مجال تخصصه تحليل البيانات واختبار صحة فروض دراسته والتوصل إلى النتائج .

ومهما كان التخصص في العلوم الإنسانية أو الطبية أو الزراعية أو الهندسية وغيرها ، فإنها تستلزم استخدام الأساليب الإحصائية لمعالجة البيانات واختبار صحة الفروض والتوصل إلى النتائج . وبالطبع ، يتم في كل دراسة جمع بيانات لمحاولة تقديم حل للمشكلة أو إجابة عن التساؤلات ، وتلك البيانات في حد ذاتها لا تقدم الحل ولا تجيب عن التساؤلات إلا إذا تم تحليلها بالأساليب الإحصائية المناسبة .

ولا يعني هذا أن الأساليب الإحصائية هي كل شيء في البحوث وهي التي تقوم بما لا تستطيعه العلوم الأخرى ، ولكنها وسائل مساعدة للباحث لتنظيم البيانات وتحليلها والإجابة عن تساؤلات دراسته أو اختبار صحة فروضه .

ومن ثم فإن الإحصاء وأساليبه هام للبحوث في معظم مجالات العلوم المختلفة مثل أهمية الملح للطعام وأهمية الفلسفة للعلوم وأهمية اللغة للتعبير عن الرأي والفكر ، وكذلك تكون أهمية الإحصاء لمعالجة البيانات والإجابة عن التساؤلات أو اختبار صحة الفروض . ويعنى هذا أنه من الضروري للباحثين الاطلاع بالأساليب الإحصائية واستخدامها في الوقت المناسب والموقع المناسب لتحليل البيانات المناسبة للإجابة عن السؤال أو اختبار الفرض . وتكرار كلمة المناسب هنا مقصودة لأنه على الباحث معرفة ما يستخدمه في تحليل بياناته ومدى مناسبة ذلك لدراسته . فمن غير المعقول أن يضع الباحث بيانات ونتائج لا يعلم من أين جاءت وكيف تم الحصول عليها ، ومن ثم لا يعلم كيفية الاستنتاج منها وربما يؤدي هذا إلى استنتاجات وتفسيرات خاطئة . وهذا هو الحال في العديد من البحوث خاصة في العلوم الإنسانية .

وتستخدم الأساليب الإحصائية في معظم البحوث العلمية خاصة تلك التي تجمع بيانات عن الظاهرة موضع الدراسة ، ويبدو هذا واضحاً في مجالات العلوم

الإنسانية والعلوم الطبية والعلوم الزراعية والعلوم الأساسية ، كما تستخدم في مجالات الصناعة والتجارة والإقتصاد والتخطيط وغيرها من المجالات التي تعتمد على الأرقام وتعالجها بطرق مختلفة ، وهذه المعالجات تستخدم أساليب إحصائية مختلفة . فإذا ما كان الأسلوب الإحصائي المستخدم غير مناسب ، فقد يؤدي هذا إلى استنتاج خاطئ ، وتكمن الخطورة في اتخاذ قرار يعتمد على هذا الاستنتاج الخاطئ . وما أكثر القرارات التي تعتمد على بيانات ونتائج البحوث ، ولا يكون الخطأ في هذا الشأن راجعاً إلى متخذى القرار وحدهم ، وإنما على من قاموا بإجراء البحوث وما توصلوا إليه من استنتاجات وتفسيرات وتوصيات غير صحيحة أو غير مناسبة .

#### المتغيرات :

المتغير هو مفهوم يعبر عن الاختلافات بين عناصر فئة معينة مثل النوع (الجنس) ، والتحصيل ، والدافعية ، والمستوى الاقتصادي - الإجتماعي ، وكذلك الانفعال وأسلوب التنشئة وغيرها . ونلاحظ ضرورة لاختلاف عناصر الفئة لكي نطلق عليها اسم متغير مثل الحالة الإجتماعية ، أما إذا كانت العناصر من نفس النوع فإن هذه الخاصية تعد مقدار ثابتاً وليست متغيراً ، ومثال ذلك إجراء دراسة على الذكور فقط ويعنى هذا أننا نثبت متغير الجنس ( أى يصبح مقدار ثابتاً ) . وبذلك يمكن تعريف المتغير بأنه اختلاف الأفراد في قيم أو درجات خاصية معينة . ويهتم الباحثون بدراسة المتغيرات المختلفة وكذلك دراسة الثوابت .

وتوجد أنواع مختلفة من المتغيرات الكمية والتصنيفية . فالمتغير الكمي هو الذى يأخذ قيمة متعددة على متصل من أقل قيمة إلى أكبر قيمة مثل الطول والوزن ودرجات إختبار معين . أما المتغير التصنيفي فهو الذى لا يختلف في الدرجة وإنما في النوع مثل الديانة والمهنة وطريقة التدريس وأسلوب الإدارة وغيرها .

ويهتم الباحثون بدراسة المتغيرات الكمية والتصنيفية والتي يطلق عليها مسميات أخرى مثل المتغيرات المستقلة والتابعة والضابطة والخارجية .

والمتغيرات المستقلة هي التي يهتم الباحث بدراسة أثرها على متغيرات أخرى تابعة في البحوث التجريبية أو شبه التجريبية ، حيث تسمى المتغيرات المستقلة بالمتغيرات التجريبية أو المعالجات . أما المتغيرات التابعة فهي التي تتأثر بمتغير تجريبي أو مستقل ، وبذلك تعتمد طبيعة المتغير التابع على مدى تأثره بالمتغير المستقل .



والمغيرات الخارجية هي متغيرات لا يهتم الباحث بدراستها ولكنها قد تؤثر على متغيرات الدراسة المستقلة أو التابعة أو كليهما . فإذا اهتم الباحث بدراسة أحد أو بعض المتغيرات الخارجية فإنه يصبح متغيراً مستقلاً أو تابعاً . أما إذا حاول عزله أو ضبطه فإنه يصبح متغيراً ضابطاً .

وعند تفسير الظواهر فإننا نفسر المتغيرات التابعة تحت شروط المتغيرات المستقلة . ومعنى هذا أن التفسير يتطلب شرح علاقة المتغيرات المستقلة بالمتغيرات التابعة التي تتغير تبعاً للمتغيرات المستقلة . ومثال ذلك علاقة التدخين بمرض السرطان حيث يؤكد الأطباء أن التدخين يؤدي إلى سرطان الرئة وإلى أمراض أخرى . ويكون المتغير المستقل هنا هو التدخين والمتغيرات التابعة هي الأمراض المختلفة .

وكذلك عند دراسة علاقة اختبارات القبول للجامعة بالتحصيل الأكاديمي حيث تدل الدراسات على أن اختبارات القبول للجامعة لها قدرة على التنبؤ بالتحصيل الدراسي في الجامعة . وتكون اختبارات القبول هي مقاييس للمتغيرات المذبذبة ( المستقلة ) والتحصيل الجامعي هو المتغير التابع . ويعنى هذا أن الدرجات المرتفعة على اختبارات القبول تؤدي إلى الحصول على درجات مرتفعة في التحصيل الجامعي .

وفي البحوث غير التجريبية فإننا لا نعطي للمتغيرات الأسماء السابق الإشارة إليها ( المستقلة والتابعة ) وإنما تكون كلها متغيرات في الدراسة أو متغيرات خارجية . ففي البحوث المسحية ، والوصفية ، والارتباطية ، والتحليلية ، لانبحث عن السبب والنتيجة ، مثلما يحدث في البحوث التجريبية التي يتم فيها بحث أثر متغير مستقل ( معالجة ) على متغير تابع ، وإنما يكون الاهتمام بدراسة المتغيرات المتصلة بظاهرة معينة لفهم الظاهرة وتفسيرها أو للكشف عن علاقات المتغيرات بالظاهرة أو أسباب حدوث الظاهرة .

وعند دراسة ظاهرة تربوية أو نفسية أو اجتماعية يواجه الباحث العديد من المتغيرات المرتبطة بالظاهرة ، فيحاول دراسة بعض هذه المتغيرات وإغفال البعض الآخر ، وتلك المتغيرات التي يغفلها الباحث هي متغيرات خارجية لا يستطيع التحكم فيها ولا يقوم بدراستها . وهذه المتغيرات الخارجية هامة جداً في تفسير نتائج الدراسة التي لا تتفق مع توقعات الباحث ، كما أنها هامة جداً عند الاستنتاج من نتائج العينة وتعميمها على مجتمع الدراسة .

## المتغيرات المتصلة والمنفصلة :

قد نطلق على المتغيرات أسماء أخرى مثل المتصلة Continuous أو المنفصلة Discrete حسب طبيعة قيم المتغيرات . فإذا أجرينا تجربة على الأطفال لتصنيف مجموعة من المكعبات حسب اللون ، فإن عدد المكعبات التي يتم تصنيفها صحيحاً تأخذ القيم ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ١٠ مثلاً . وتكون درجة كل طفل هي عدداً صحيحاً . وبالتالي يكون هذا المتغير متغيراً منفصلاً ( متقطعاً ) أما إذا حسبنا الوقت المستغرق في عملية التصنيف بالدقيقة والثانية وربما كسور الثانية ، فإن الزمن المستغرق لكل طفل يكون قيمة صحيحة أو كسرية ، وهنا يكون المتغير متصلاً .

ومعنى هذا أن قيم المتغيرات المتصلة ليست أعداداً صحيحة فقط ، وإنما تشمل الكسور أيضاً ، ويكون لهذه الكسور معنى مألوف ، بينما المتغيرات المنفصلة تتكون من أعداد صحيحة لأن الكسور هنا ليس لها معنى .

والمتغيرات المتصلة هي متغيرات كمية حيث تمثل قيم المتغيرات فروقاً في الدرجة على متصل واحد هو متصل المتغير ، وكذلك المتغيرات المنفصلة هي متغيرات كمية حيث تكون قيم المتغير هي درجات صحيحة تدل على تغير في الدرجة .

وتقوم الأساليب الإحصائية بإجراء العمليات الحسابية الأساسية على كل من المتغيرات المتصلة والمنفصلة ، وينتج عن ذلك قيمة إحصائية صحيحة أو كسرية وبالتالي فإنها تتعامل هنا مع المتغيرات المتصلة فقط . ومعنى هذا أن المتغيرات الترتيبية هي متغيرات كمية ، حيث يمكن وضع قيم المتغير على متصل يوضح العلاقة بين تلك القيم المختلفة ، ولكن لا نستطيع إجراء العمليات الحسابية مع هذه المتغيرات الترتيبية لأن كل رتبة تمثل فئة ولا يوجد معنى لكسور الرتبة أو الفئة .

## مستويات القياس :

قدم ستيفنس ( Stevens, 1951 ) أربعة أنواع أو مستويات للقياس ( Pedhazur & Schmelkin, 1991 ) مرتبة تصاعدياً من البسيط إلى الأكثر وضوحاً وهي القياس : الأسمى ، والترتبي ، والفترى ، والنسبي . وقد وضع ذلك عام ١٩٥٩ حيث عرض أنواع القياس مرتبطة بالتحويلات المناسبة لها ، وسوف نوضح ذلك مع كل نوع من أنواع القياس .

## ١- القياس الاسمي Nominal Scale :

يعبر القياس الاسمي عن إعطاء أرقام أو رموز للمتغيرات الاسمية ، وتستخدم الأرقام لتحل محل الأسماء أو الرموز الدالة على المتغيرات . ومثال القياس الاسمي إعطاء أرقام تدل على متغيرات مثل النوع والتخصص ومحل الإقامة .... وغيرها ، وهذه الأرقام ليس لها قيمة سوى أنها بديلة عن الأسماء ، ومثال ذلك أرقام السيارات فهي تدل على نوع كل سيارة بذاتها ، ولا يعنى الرقم الكبير أن السيارة أفضل من تلك التى يدل عليها رقم صغير ، ولكن الأرقام هنا بديلة للأسماء .

وتصنيف الأشياء هام جدا فى حياتنا ، وقدرتنا على مواجهة مشكلات الحياة يودى بنا إلى محاولة تصنيف الأشياء ، وعزل ما لا يدخل فى التصنيف إلى تصنيفات أخرى . فنحن نصنف الأشياء والنباتات والأحداث ، وكذلك الحقائق العلمية . وبعضها يبدو بسيطا وطبيعيا بينما البعض الآخر معقد بدرجة كبيرة وقد يختلف فى تصنيفها .

فعندما نصنف الأفراد حسب الجنس ، فالقاعدة بسيطة وطبيعية وواضحة وهى اما ذكورا أو اناثا . وعلى العكس من ذلك تصنيف البشر طبقا لسمات الشخصية ، وهى تحتاج إلى قاعدة محددة لتحديد السمات وكيفية التعرف عليها ، ويتم التصنيف بعد ذلك طبقا لكل سمة أو لمجموعة من السمات . ويبدو أن هذا التصنيف معقد إلى حد ما وغير واضح .

ويوضح التصنيف ، سواء كان بسيطا أو معقدا ، مفاهيم علمية أو متغيرات مثل المستويات الاقتصادية - الاجتماعية ، والجماعة التى ينتمى إليها الفرد ، والديانة ، ومحل الإقامة . وعندما نستخدم مثل هذه المتغيرات فى البحوث العلمية يكون التصنيف جزءا هاما معتمدا على أسس نظرية ومنطقية فى البحوث .

وقد ينكر بعض المتخصصين أهمية مستوى القياس الاسمي ويعتبرونه مستوى مبدئيا بسيطا ولا يعد من مستويات القياس ، إلا أن هذا المستوى هام جدا للمستويات التالية له .

ويستلزم مستوى القياس الاسمي أن يكون تصنيف فئات المتغيرات أو الأشياء فى مجموعات مستقلة ، ويعطى ذلك أن كل مفردة تنتمى إلى فئة واحدة واننا نصنف جميع المفردات فى الفئات المحددة ، فمثلا تصنيف الأفراد طبقا لانتماءاتهم الدينية ، فيكون لكل فرد ديانته واحدة فقط ، وكذلك حسب الجنسية يكون لكل فرد جنسية واحدة محددة ، وقد يكون بعض الأفراد مزدوجى الجنسية ،

وهؤلاء نضعهم في فئة أخرى وهي فئة إزدواج الجنسية حتى تكون الفئات مستقلة عن بعضها البعض .

وأحيانا نستخدم فئة إضافية لفئات المتغير الاسمي عندما لا نستطيع تصنيف بعض الأفراد أو الأشياء أو المفردات في الفئات المتاحة .

وبعد تصنيف الأفراد أو المفردات إلى فئات مختلفة فإننا نتعامل معها على أنها مختلفة في النوع وليس في الدرجة . ومعنى ذلك أن فئات القياس الاسمي ليست مرتبة ، فعنصرية النادي الأهلي لا تزيد أو تنقص عن عنصرية نادي الزمالك ، ولكنهما مختلفان عن بعضها في الاسم (النوع) . والخاصية الأخرى للقياس الاسمي هي أن جميع مفردات كل فئة متساوية بغض النظر عن دور كل منهم في تلك الفئة ، فجميع أعضاء نادي معين يعاملون معاملة واحدة وبنفس الطريقة رغم اختلافهم في أدوارهم داخل النادي أو خدماتهم أو جنسهم أو وظائفهم الخارجية أو أي متغيرات أخرى .

والفئات المستخدمة لتصنيف الأفراد أو المفردات يجب أن يكون لها معنى ، أو تكون مفيدة للهدف من التصنيف . ولذلك يعد التصنيف أحد مستويات القياس ، والقياس وسيلة وليس نهاية . ويمكن تحديد معنى أو فائدة القياس من خلال أسس نظرية أو عملية . واختلاف التعريف يوضح قواعد مختلفة تؤدي إلى اختلاف تصنيف نفس الأفراد أو المفردات . ومثال ذلك تصنيف الأفراد طبقا للنوع ، واختلاف فئات النوع تؤدي إلى اختلاف التصنيف .

واستخدام الفئات أو نظام التصنيف يؤدي إلى قياس اسمي ، حيث نعين لكل فئة من الفئات أي رقم بديل لاسم الفئة ، ولا يهم ماهية الرقم طالما أننا نستخدم أرقاما مختلفة للفئات المختلفة ، وبالرغم من حرية استخدام الأرقام لتدل على فئات فمن المفضل أن نستخدم ١ ، ٢ في حالة فئتين ، وقد يستخدم البعض (صفر ، ١) لنفس الحالة . فمثلا النوع ( ذكر ، أنثى ) نستخدم بدلا منهما ( ١ ، ٢ ) ، وقد نستخدم مثلا ١ ، ٢,٥ فليس لذلك أي معنى آخر سوى أنه بديل لاسم الجنسين . وهذه الأرقام الدالة على الفئات غير قابلة لإجراء العمليات الحسابية الأربع ، فلا يجوز جمع أرقام الجنسين أو الديانات أو الجنسية حيث لا معنى لذلك الجمع . واستخدام الأرقام كبديل للفئات هو لتسهيل التعرف على الفئات ، وكذلك لتسهيل التحليلات الإحصائية للمتغيرات الأخرى ، ومن أمثلة متغيرات القياس الاسمي التخصص ، والحالة الاجتماعية ، ونوع السيارة ، والديانة ... وغيرها .

## ٢ - القياس الترتيبي Ordinal Scale :

يستخدم مع المتغيرات التي يحكم فئاتها تدرج في المستوى من الأقل للأعلى مثل الدرجة الوظيفية . ونحدد في القياس الترتيبي أرقام للأفراد أو المفردات لتدل على ترتيبهم في خاصية معينة . فإذا كان شخص ما حسن المظهر أكثر من شخص آخر فإننا نعطيهِ رقم ٢ بينما نعطي الآخر رقم ١ ولاتدل هذه الأرقام على حجم الفرق بينهما وإنما تدل على علاقة أكبر من أو أقل من . ولذلك فإن القياس الترتيبي يهتم بترتيب الأفراد أو المفردات طبقا للزيادة أو النقص في الخاصية المستخدمة للترتيب ، فيمكن أن تكون (أ) أكبر من (ب) في الخاصية ونضع كلا منهما في موقعها المناسب . أما إذا كانت (أ) تساوي (ب) في تلك الخاصية فإننا نضعهما في رتبة واحدة ، وبالمثل إذا كانت  $أ < ب$  ،  $ب < ج$  ، فتكون  $أ < ج$  ، حيث أننا نهتم بالعلاقة أكبر من أو أصغر من في القياس الترتيبي . ولكن إذا ذكرنا أن النادي (أ) هزم النادي (ب) ، والنادي (ب) هزم النادي (ج) ، فلا يعد صحيحا أن نستنتج من ذلك أن النادي (أ) هزم النادي (ج) .

ولاتأثر الأرقام المستخدمة في ترتيب الأفراد أو المفردات بإضافة رقم ثابت أو الضرب في رقم ثابت ، حيث أن الرتبة تظل كما هي مستقلة عن تلك العمليات الثابتة .

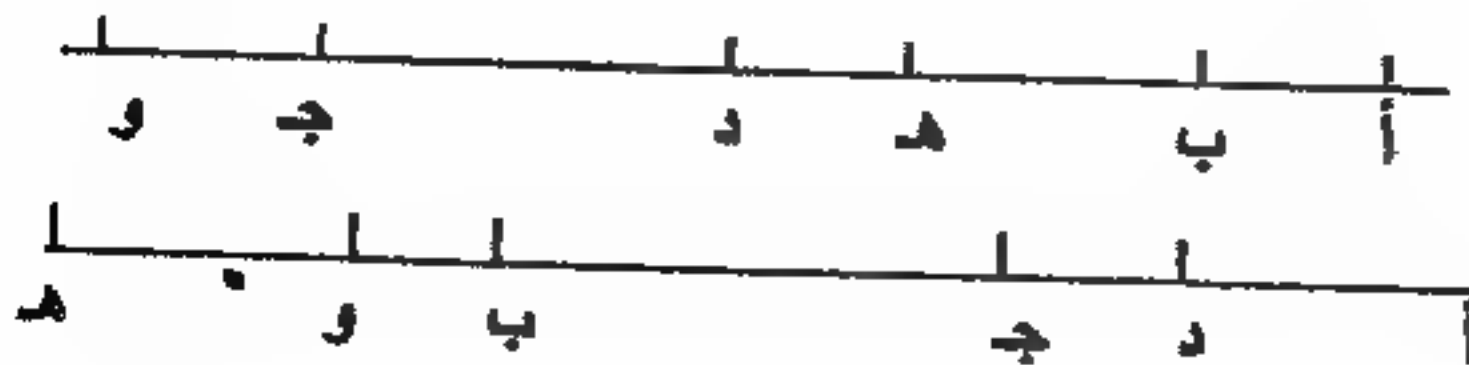
ففي حالة المستوى الاقتصادي (منخفض ، ومتوسط ، ومرتفع) يمكن أن نستخدم ١ ، ٢ ، ٣ لتدل على المستويات ، وإذا ضربنا كل منها في خمسة أو أضفنا لكل منها عشرة فلا تتغير المستويات .

وإذا كان لدينا مجموعتين من الأفراد بكل منهما ستة أفراد ورتبناهما طبقا للطول ، وكان الترتيب كما يلي :

أ ، ب ، هـ ، د ، و

أ ، د ، ج ، ب ، و ، هـ

وإذا وضعنا الأفراد الستة في كل مجموعة على متصل قد يكون كما يلي :



وقد يتضح من الترتيب قرب أو تباعد بعض الأفراد ، ولكننا لا نستطيع معرفة الفرق بين أى رتبتين متتاليتين ، كما اننا لا نستطيع مقارنة رتب الأفراد فى المجموعتين حيث لا يكون اذلك معنى ، فمثلا الفرد رقم ٢ فى المجموعة الأولى لا يتساوى مع الرتبة ٢ فى المجموعة الثانية . وربما يكون أقصر فرد فى المجموعة الأولى أطول من جميع أفراد المجموعة الثانية .

ويمكن إعادة النظر فى ترتيب المجموعتين بطريقة أخرى فى حالة ذاتية التقدير للخاصية المستخدمة فى الترتيب ، ومثال ذلك ترتيب اثنين من المحكمين لأداء ستة أفراد فى لعبة رياضية فسوف تختلف ترتيباتهما ، وكذلك ترتيب عدة أنواع من الأطعمة ، أو ترتيب عدة اعلانات تلفزيونية من قبل اثنين من المتخصصين حيث ترتب تلك الاعلانات طبقاً لأفضلية بعضها على الآخر ولكن لا يحددا قيمة كل منها . وقد نلاحظ اختلاف المتخصصين فى ذلك طبقاً لما يراه كل منهما وفى ضوء معايير معينة . ومن أمثلة متغيرات القياس الترتيبى المرحلة التعليمية ، والدرجة الوظيفية . وترتيب الميلاد .. وغيرها .

وبعد القياس الترتيبى مفيداً فى حالة دراسة الفروق بين الأفراد أو التفضيلات وما شابه ذلك

### ٣ - القياس الفترى Interval Scale :

يستخدم القياس الفترى مع العديد من المتغيرات النفسية والاجتماعية مثل الاتجاهات المختلفة ، والتحصيل ، وسمات الشخصية ... وغيرها .

ونستخدم فى هذا المستوى الإرقام لنعبر عن الفروق بين الأفراد أو المفردات بالإضافة إلى ترتيبها ، وتكون للأرقام معنى يرتبط بالخاصية المقاسة . وبمعنى آخر فإن هذا النوع من القياس يستخدم وحدات قياس توضح معنى للفروق بين المفردات حيث يمكن مقارنة الفروق أو تحويلها إلى نسب مئوية .

وأفضل مثال لهذا النوع من القياس هو درجات الحرارة ، فمثلاً درجة حرارة ٥٠ مئوية تعنى أنها أكثر من ٤٠ مئوية بـ ١٠ درجات ، لأن وحدات القياس ثابتة ، كما أن الفرق بين ٥٠ ، ٤٠ يساوى الفرق بين ٨٠ ، ٧٠ .

ويكون القياس الفترى ثابتاً فى حالة التحويلات الخطية ( ص = أ + ب س ) حيث يمكن تحويل درجة الحرارة المئوية إلى فهرنهايت باستخدام الثابت ٣٢ والنسبة بين الدرجتين هي ١,٨ .



فالدرجة المئوية  $50 = 22 + 1,8 \times 50 = 122$  فهرنهايت

والدرجة المئوية  $40 = 22 + 1,8 \times 40 = 104$  فهرنهايت

ونلاحظ أن صفر القياس في الدرجات المئوية هو صفر ، أما في الدرجات الفهرنهايتية فهو 32 ، ومن ثم فإن صفر القياس في القياس الفترى هو صفر اعتباري . ولذلك لا نستطيع تحويل درجات الحرارة إلى نسب مئوية لأننا أضفنا مقدار ثابتا إلى التدرج . وقد وجدنا أن الدرجة 50 مئوية أصبحت 122 فهرنهايت والدرجة 40 مئوية أصبحت 104 فهرنهايت أما إذا قسمنا 50 على 40 فإنها لا تساوي خارج قسمة 122 على 104 والسبب في ذلك هو تغير صفر القياس .

وإذا أخذنا مثالا آخر من العلوم السلوكية ، فإنا كان لدينا فردين حصل الأول على درجة ذكاء 100 والثاني 50 ، وصفر القياس اعتباري لكنه لا يساوي الصفر ، حيث لا يمكن تعريف درجة ذكاء الأول تساوي صفر ( ولا معنى لها ) . فإذا رغبتنا في مقارنة الفردين فلا يمكن القول بأن ذكاء الأول ضعف الثاني ، ونفس الشيء في حالة درجات الاختبارات التحصيلية . فإذا حصل طالب على درجة 40 في اللغة العربية وحصل طالب آخر على 10 ، فمن الواضح أن درجة الطالب الأول أعلى من الثاني ، ويمكن أن نستنتج أن الطالب الأول أجاب عن أسئلة تعادل ثلاثة أمثال الطالب الثاني . ولكن هل تعني الدرجة صفر أن الطالب لا يعرف شيئا ؟ ، وبالطبع يصعب أن يكون مستوى الطالب في اللغة العربية صفرا ، وإنما يمكن القول أن أسئلة الاختبار غير مناسبة لمستوى الطالب الذي حصل على الصفر ومن أمثلة القياس الفترى درجات الاختبارات أو مقاييس الاتجاهات ، ومقاييس الشخصية ، ومستوى الأداء في العمل وغيرها .

### ٣- القياس النسبي Ratio Scale :

يختلف القياس النسبي عن القياس الفترى في أمرين هما : صفر القياس ، والنسبة بين أي درجتين في القياس لا تعتمد على الوحدات المستخدمة . ومعنى هذا أن القياس النسبي يتحقق إذا تحققت شروط القياس الفترى بالإضافة إلى وجود صفر حقيقي للقياس يعني عدم وجود الصفة المقاسة . كما أن النسبة بين أي درجتين ثابتة حتى لو ضربت في مقدار ثابت .

ومن أمثلة القياس النسبي قياس الطول والوزن ، ففي قياس الطول إذا كان طول شيء ما يساوي 120 وحدة ( مثل السنتيمتر ) فإنه يكون أطول أربع مرات

من شئ آخر طوله ٣٠ وحدة ( أو سنتيمتر ) - ولا تتغير هذه النسبة إذ كان القياس بالمتر أو الديسمتر أو المليمتر . وكذلك إذا كان وزن جسم هو ٦٠ كجم فإنه يكون أثقل خمس مرات من جسم آخر وزنه ١٢ كجم مهما كانت وحدة الوزن المستخدمة بالجرام أو الرطل .

ومعنى هذا أن أى تحويل لوحدات القياس النسبى لا يغير من النسبة ، فيمكن مشرب الوحدة فى ١٠٠٠ أو ١٠٠ وقسمتها على ٢,٢ دون أى تغيير ، كما أن هذا القياس يظل كما هو دون تغيير .

أما إضافة مقدار ثابت إلى وحدات القياس فيؤدى إلى تحريك صفر القياس ، ومن ثم تتغير نسبة الدرجات للمحولة . فلذا كان طول فرد ما ١٦٠ سم ، وضرينا الرقم فى ١٠ ( ليصبح القياس بالمليمتر ) أو قسمناه على ١٠٠ ( ليصبح القياس بالمتر ) فلا يحدث أى تغير فى الطول . بينما إذا وقف الفرد على صندوق إرتفاعه ٥٠ سم بجوار المقياس فإن الطول يتغير بقدر إرتفاع الصندوق .

فإذا وقف جميع الأفراد على هذا الصندوق عند قياس أطوالهم فإن الأطوال جميعها تتحرك ٥٠ سم . ويكون طول الفرد الأول ( ١٦٠ ) قد تغير إلى ٢١٠ والثانى ( ١٧٠ ) يتغير إلى ٢٢٠ مما يغير نسبة الأطوال ، لأن النسبة

$$\frac{160}{170} \text{ لا تساوى } \frac{50 + 160}{50 + 170}$$

ومن أمثلة القياس النسبى فى العلوم الإنسانية قياس زمن رد الفعل . أما الكثير من مستويات القياس فى العلوم الإنسانية فإنها تعتمد على مستويات القياس الأخرى السابق توضيحها ، حيث أننا نقيس الخصائص الإنسانية بطريق غير مباشر مثل قياس الإنتاج نحو شئ ما ، أو قياس نمط التفكير حيث يتم بطريق غير مباشر ، ويكون مستوى القياس المستخدم غالباً هو القياس الفئرى أو الترتيبى . ونادراً ما نستخدم مستوى القياس النسبى فى العلوم الإنسانية .

ونود الإشارة هنا إلى وجود مشكلتين فى قياس المتغيرات المتصلة ( الفئرية والنسبية ) ، أحدهما تتعلق بدقة القياس حيث نلجأ فى كثير من الأحيان إلى التقريب .

فعند قياس أطوال الأفراد غالباً ما نقرب للطول إلى أقرب سنتيمتر ، ونحصل على أطوال الأفراد وكأنها بيانات لمتغير متقطع ، إلا أننا من الناحية النظرية نعترف بأن الطول متغير متصل ، وظاهرة التقريب إلى أقرب سنتيمتر تجعلنا نعتبر

الطول المقابل لـ ١٦٠ سم ممثلاً لجميع الأطوال بين ١٥٩,٥ سم وحتى ١٦٠,٥ سم .

والمشكلة الثانية تتعلق بالظواهر التي لا يمكن إخضاعها للقياس المباشر . ومعظم الظواهر في العلوم الإنسانية من هذا النوع ، فعلى سبيل المثال عند قياس سمات الأفراد مثل الذكاء ، فإننا لا نستطيع قياسه قياساً مباشراً وإنما نلجأ إلى استخدام الاختبارات لقياسه بشكل غير مباشر . ورغم اتفاق علماء النفس على أن الذكاء سمة أو متغير متصل ، إلا أن القيم التي تعبر عنه والنتيجة عن طريق الاختبارات تكون قيماً متقطعة ، ولذلك فإننا نعتبر نسبة الذكاء ١٠٩ تعنى أنها تقع في الفترة ما بين ١٠٨,٥ ، ١٠٩,٥ .

ونلاحظ من المثالين السابقين أن قياس السابقين أن قياس السابقين أن قياس سمة الطول والذكاء عبرنا عن كل منهما بأعداد تمثل كل منها فترة ما . وهذه الفترات التي تمتد نصف وحدة أقل من العدد الناتج عن القياس ، كما تمتد نصف وحدة أعلى من العدد المقاس تسمى بالحدود الحقيقية والتي تجعل درجات المتغير المقاس متصلة وليست متقطعة ، وإن كان القياس التقريبي يجعلها وكأنها متقطعة .

#### علاقة القياس بالإحصاء :

يختلف القياس عن الإحصاء حيث أنهما مفهومين مختلفين ، ولكل منهما معنى وإجراءات مختلفة . ويقصد بالقياس تعيين أرقام أو مستويات مختلفة للصفة المقاسة باختلاف الأفراد . أما الإحصاء فهو يستخدم هذه الأرقام أو المستويات ويتعامل معها بأساليب معينة تناسب مشكلة الدراسة أو تساؤلاتها . وقد يخلط البعض بين مفهومي القياس والإحصاء ، خاصة أولئك الذين لا يحبون التعامل مع الأرقام والمعادلات الرياضية .

وبذلك يعد القياس هو عملية التوصل إلى الأرقام التي نستخدمها في التحليلات الإحصائية . فيقوم الباحث بقياس المتغيرات مثل الذكاء والتحصيل الدراسي والمستوى الاقتصادي - الاجتماعي وغيرها ، ثم يستخدم الأرقام التي يحصل عليها في إجراء التحليلات الإحصائية لوصف الظاهرة أو تفسيرها ، وفي اختبار صحة الفروض المتعلقة بالظاهرة .

ومن هنا فإن الأرقام المستخدمة تؤثر على التحليلات الإحصائية ، فإذا كانت الأرقام دقيقة وتدل على الصفة المقاسة دون تحيز ، فإن التحليلات الإحصائية تتعامل مع أرقام دقيقة وجيدة . وبذلك لا نستطيع أن نقرر بأن فهم

وتفسير النتائج مستقل عن أدوات القياس المستخدمة . وإذا استخدم الباحث أدوات غير جيدة ، وكانت الأرقام لا معنى لها ، فإن تحليل تلك الأرقام يؤدي إلى نتائج لا معنى لها أيضا . وحتى إذا استخدم الباحث الأساليب الإحصائية المعقدة مثل تحليل التمايز وتحليل التباين متعدد المتغيرات ، فإنها لا تعطي معنى للنتائج طالما أن الأرقام المستخدمة لا معنى لها . ومن أمثلة الأرقام التي لا معنى لها أحيانا ، استخدام المجموع الكلي لدرجات الاختبار بجانب الدرجات الجزئية في التحليل العاملي أو الارتباط المتعدد . وقد يقع في هذا الشراك كثير من الباحثين دون أن يدروا بأنهم يرتكبون خطأ جسيما يتعلق بمقlob مصفوفة الارتباط . كما أن حساب متوسط متغيرات إسمية أو ترتيبية مثل النوع والمستوى التعليمي تعد أرقاما لا معنى لها ولا يجب استخدامها .

#### علاقة مستويات القياس بالأساليب الإحصائية :

تختلف آراء العلماء حول هذا الموضوع ، ويرجع تاريخ هذه المشكلة إلى ما عرضه ستيفنس عام ١٩٥١ عن مستويات القياس السابق توضيحها ، فقد أوضح ستيفنس أنه يجب عدم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات مستوى القياس الاسمي والترتيبي .

وقد ناقش كثير من العلماء علاقة مستويات القياس بالأساليب الإحصائية حيث يدافع بعضهم عن وجهة نظر ستيفنس بينما ينتقده البعض الآخر . والمهم هو اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب للبيانات شريطة أن يكون لذلك معنى مفهوم وواضح بغض النظر عن الدفاع عن رأي أو معارضته . فمثلا يمكن حساب متوسط عدد الأبداء في عينة الدراسة ويكون لذلك معنى مفهوم بينما متوسط النوع (الجنس) لا معنى له .

ونستنتج من ذلك أنه إذا كانت مستويات القياس إسمية أو ترتيبية فلا نستطيع حساب المتوسط والانحراف المعياري ، وبالتالي نبتعد عن استخدام الأساليب الإحصائية البارامترية ( المعلمية ) التي تعتمد على التوزيع الاعندالي والتوزيعات المشابهة له ، أما إذا كانت مستويات القياس فترية أو نسبية فيمكن استخدام جميع الأساليب الإحصائية البارامترية واللابارامترية .

ويقصد بكلمة بارامتر Parameter معلم ( وهو متغير ) للمجتمع . فالمتغير خاصية من خصائص العينة ، أما في المجتمع فيسمى المعلم . فمتوسط ذكاء العينة هو متوسط لمتغير الذكاء ، أما متوسط ذكاء المجتمع فهو معلم من معالم المجتمع .

وبالطبع لا نستطيع حساب معالم المجتمع ( مثل المتوسط والانحراف المعياري في المجتمع ) ، لأننا نجرى البحوث على عينات من المجتمع ونحاول أن نستدل منها والتعميم على المجتمع الأصلي .

والإحصاء البارامترى ( المعلمى ) هو الذى يعتمد على معالم المجتمع . وحيث أن توزيع أى خاصية فى المجتمع من الخواص الطبيعية هو توزيع اعتدالى، فيكون المنحنى الاعتدالى هو الأساس فى دراسة تلك الخاصية . ويعتمد توزيع المنحنى الاعتدالى على معلمين هما المتوسط الحسابى والانحراف المعياري. وبالتالي فإن الأساليب الإحصائية التى تشترط التوزيع الاعتدالى للبيانات هى أساليب بارامترية ، ومن أمثلتها الارتباط الخطى ، واختبار (ت) وتحليل التباين .... وغيرها .

أما الأساليب الإحصائية التى لا تشترط أى توزيع للبيانات فهى الأساليب الإحصائية اللابارامترية Non-Parametric ، ومن أمثلتها التكرارات ، والنسب المئوية ، ومربع كاي ، واختبار مان ويتنى..... وغيرها .

والاختيار بين الأساليب البارامترية واللابارامترية يعتمد على كل من : مستوى القياس وتوزيع البيانات وحجم العينة . ففي حالة القياس الاسمى أو الترتيبى نستخدم الأساليب الإحصائية اللابارامترية ، أما فى حالة القياس الفترى أو النسبى مع توفر شرط التوزيع الاعتدالى للبيانات فنستخدم الأساليب الإحصائية البارامترية . وبالإضافة إلى ذلك إذا كان حجم العينة صغيراً فإننا نستخدم الأساليب الإحصائية اللابارامترية مهما كان مستوى القياس فى جمع البيانات .

#### الإحصاء الوصفى Descriptive Statistics :

يشير الإحصاء الوصفى إلى مجموعة من المفاهيم والأساليب التى تستخدم فى تنظيم وتلخيص وعرض مجموعة من البيانات بهدف إعطاء فكرة عامة عنها .

ويعطى الرحصاء الوصفى ملخصاً جيداً لمجموعة من المعلومات أو البيانات مثل متوسط نكاه عينة من الطلبة أو عدد مرات فوز فريق كرة خلال الموسم ، أو عدد حوادث المرور خلال شهر معين وغيرها من الأمثلة التى تعطى فكرة عامة عن الموضوع .

كما أن الإحصاء الوصفى هو الأرقام التى تصف موقف هام مثل نسبة

البطالة ، ومتوسط الأجور ، ومعدل المرض ، وعدد السيارات المباعة في شهر معين ، وعدد الأطفال في الأسرة المتوسطة ، ومعدل الطول والوزن والعمر .... وغيرها .

ولكن هذه الأرقام التي تقدم فكرة عامة عن الموقف أو الموضوع لا توضح معلومات أخرى ، ولا تجيب عن تساؤلات مرتبطة بالموقف أو الموضوع .

فإذا كانت نسبة البطالة ١٠ % عام ١٩٩٠ ، فلا تعنى هذه النسبة أنها محسوبة من عدد السكان أو من قوة العمل ، أو أنها تتضمن القطاعين الحكومي والخاص . وكذلك الحال عن متوسط الأجور وعدد الحوادث وغيرها من الموضوعات التي تتطلب معلومات إضافية للوصف والتوضيح أو تحديد المقصود بالمعلومات المعطاة .

وإذا كانت نسبة البطالة ٩ % عام ١٩٩٥ ، فلا تعنى أنها أقل من النسبة عام ١٩٩٠ ، فربما يرجع السبب لزيادة السكان أو زيادة حجم قوة العمل المنسوب إليها البطالة . ومعنى هذا أن المعلومات التي تقدم لوصف مجموعة البيانات تعتمد على الهدف من الوصف والأسئلة المطلوب إجابتها في الموضوع ، فقد يكون المطلوب عرض بيانات عن أعمال العاطلين أو مؤهلاتهم أو أعدادهم في كل مدينة وغير ذلك من المعلومات التي تفيد في توضيح النسبة وتحديد الاستنتاج منها أو تفسيرها .

ويمكن أن تكون بيانات المتغيرات في صورة كمية أو تصنيفية ( إسمية أو ترتيبية ) مثل درجات الاختبارات أو الجنسية أو ترتيب الميلاد . ولكن الأساليب الإحصائية الوصفية تختلف باختلاف طريقة قياس المتغيرات . وبالتالي فإن أساليب تلخيص وعرض البيانات تختلف باختلاف مستويات القياس .

ويهدف الإحصاء الوصفي إلى تلخيص البيانات في جداول أو رسوم بيانية ( أو مصورة ) أو قيم رقمية مثل المتوسط والوسيط والمنوال وغيرها من مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت أو العلاقات . وسوف نعرض في الفصول التالية للأساليب الإحصائية الوصفية .

#### الإحصاء الاستدلالي Inferntial Statistics :

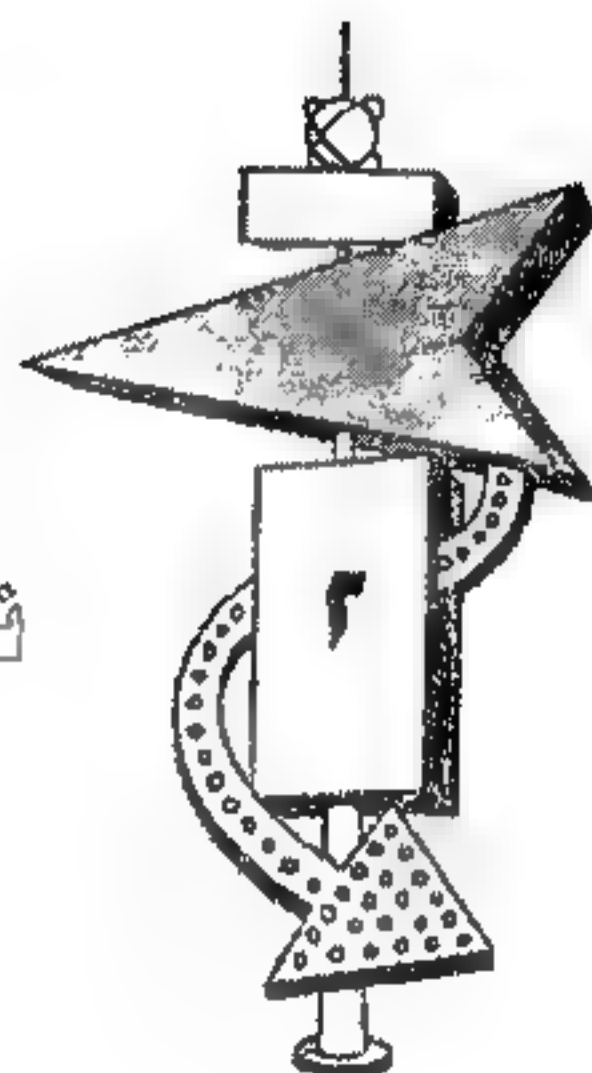
يشير الإحصاء الاستدلالي إلى مجموعة الأساليب المستخدمة للتوصل إلى استنتاجات من بيانات العينة إلى المجتمع الأكبر . وبذلك فهو يشير إلى طرق الاستدلال عن المجتمع من بيانات العينة ، وحيث أن الغرض من البحوث في



العلوم الإنسانية هو التوصل إلى إجابات عن أسئلة تخص السلوك الإنساني ، فعلى الباحث أن يحاول التأكد من صحة الإجابات في المجتمع ، وبالطبع لا يستطيع أى باحث دراسة المجتمع كله ( إلا إذا كان صغيرا ) ، ولذلك يقوم الباحث باستنتاج خصائص المجتمع من بيانات العينة ويعتمد صدق الاستدلال من العينة إلى المجتمع على درجة تمثيل العينة للمجتمع .

وسوف نعرض في الفصول السابع ، والثامن ، والتاسع ، والعاشر ، الأساليب الإحصائية الاستدلالية .

## الفصل الثاني تبويب وعرض البيانات





## الفصل الثامن

### تبويب وعرض البيانات

تهتم البحوث عادةً بجمع بيانات عن المتغيرات في صورة رقمية أو وصفية . واستعراض تلك البيانات يعطى انطباعاً طفيفاً للباحث عن الدراسة . ويستلزم فهم البيانات أن يتم عرضها أو تصديقها في صورة تسمح بهذا الفهم وتساعد في تفسير البيانات ، وأحياناً في صورة توزيعات تكرارية تساعد الباحث في فهم خصائص البيانات . وسوف نعرض في هذا الفصل أساليب تصديق وعرض البيانات في توزيعات تكرارية وتمثيلها بيانياً ، وسوف نوضح الفرق بين تلك التوزيعات .

#### التوزيعات التكرارية :

تستخدم التوزيعات التكرارية بقصد تبسيط البيانات وعرضها في صورة مناسبة تيسر فهم البيانات وإجراء العمليات الإحصائية بسهولة . فإذا كانت لدينا بيانات عن ١٠٠٠ فرد فإن كتابة بيانات جميع الأفراد لا يمكننا من فهم البيانات ، ولكن محاولة تجميع الأفراد أو بياناتهم في مجموعات نزل من مساحة عرض البيانات أو تلخيصها بشكل يمكن من فهم تلك البيانات ، فإذا أمكن تلخيص بيانات ألف فرد في صفحة واحدة فإن هذا يسهل أمر فهم تلك البيانات . وتكون المشكلة أكبر لو كان لدينا بيانات عن عدة آلاف من الأفراد مما يستلزم تلخيص بياناتهم حتى يمكن فهمها والتعامل معها .

وبالمثل إذا كان لدينا بيانات عن إنتاج مصنع من المصانع لكل يوم أو ربما لكل ساعة فإن الأمر يحتاج إلى نوع من تنظيم البيانات أو تلخيصها حتى يمكن فهمها . وكذلك الأمر إذا كانت البيانات عن مشجعي بعض الأندية الرياضية أو أعضاء الأحزاب السياسية أو نزلاء المستشفى خلال عام وغيرها من البيانات التي تحتاج إلى طريقة معينة للعرض حتى يمكن فهمها .

وتختلف طريقة عرض البيانات باختلاف مستوى القياس ، فالبيانات الاسمية والترتيبية يتم عرضها بطريقة مختلفة عن البيانات الفترية والنسبية . وكما

أشرنا سابقاً فإن البيانات الاسمية والترتيبية يمكن عرضها في شكل تكرارات ونسب مئوية ، بينما البيانات الفترية والنسبية يمكن عرضها بطرق متعددة بما في ذلك التكرارات والنسب المئوية وكذلك حساب إحصاءات أخرى مفيدة في تلخيص وعرض البيانات وفهمها .

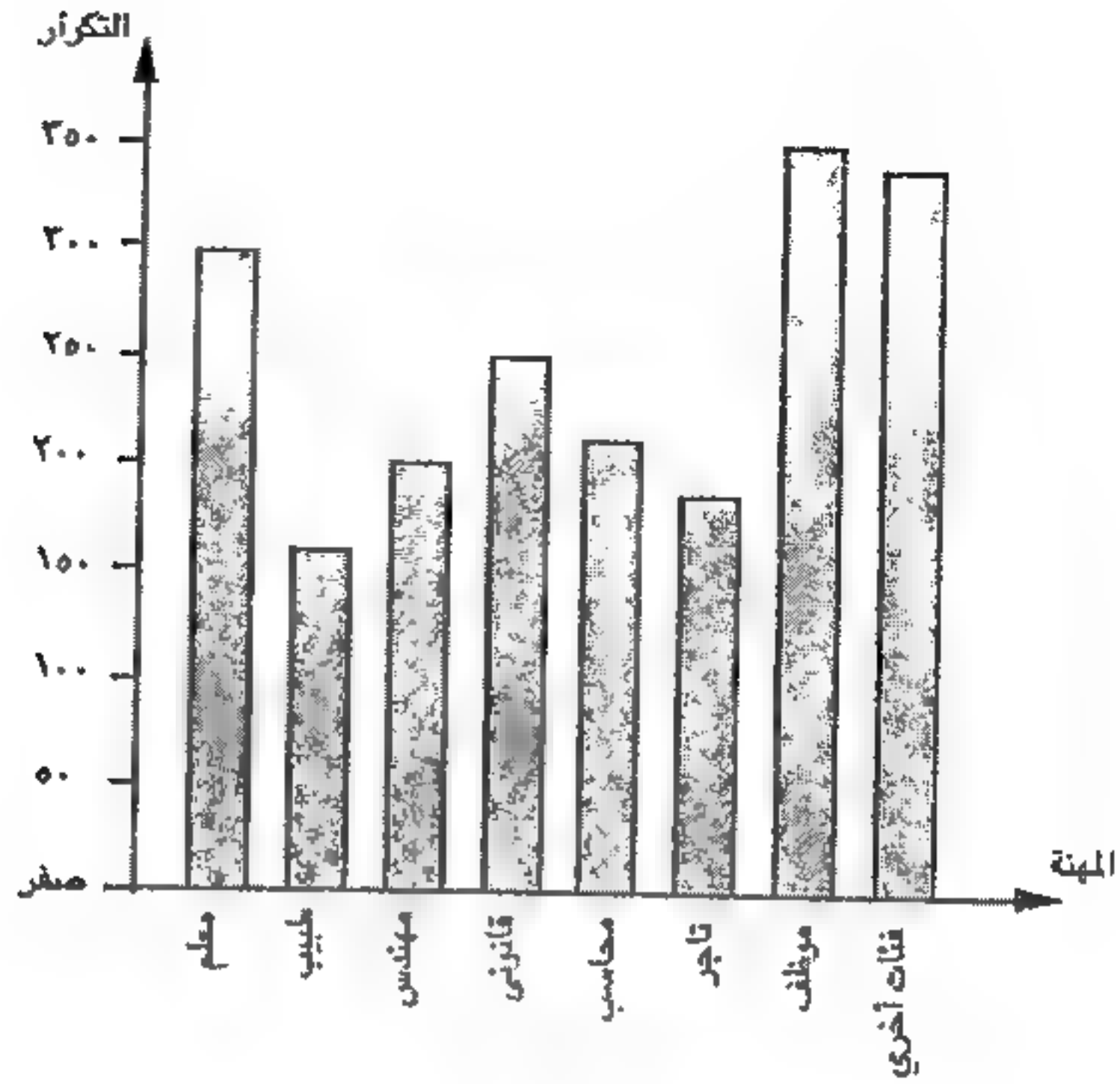
ومن الجدير بالذكر أن نوضح أن مستويات القياس ترتبط بنوع المتغيرات ، فالمتغيرات المنقطعة هي متغيرات تصنيفية ويمكن أن تقاس على المستويين الاسمي والترتيبي ، بينما المتغيرات المتصلة يمكن قياسها بالمستويين الفترى والنسبي ، وقد يتم في بعض الأحيان استخدام بيانات منقطعة مقاسة بالمستوى الفترى والنسبي .

#### (أ) عرض البيانات الاسمية والترتيبية :

تهتم البيانات الاسمية والترتيبية بأنواع معينة أو فئات أو تصنيفات للأشياء ، ولذلك فقد تستخدم مع المتغيرات التصنيفية مثل متغير المهنة أو النوع وكذلك الدرجة الوظيفية أو ترتيب الميلاد . وإذا تم جمع بيانات عن مثل هذه المتغيرات فإن طريقة عرضها تكون في شكل جداول تتضمن تكرارات أو نسب مئوية أو كليهما . ومثال ذلك عرض بيانات عن مهنة أعضاء أحد الأندية الرياضية ويكون ذلك في صورة تكرارات أو نسب مئوية كما هو موضح في التوزيع التالي لعدد ٢٠٠٠ من أعضاء النادي .

جدول توزيع تكرارى ( ٢-١ ) عن مهن أعضاء النادي

المهنة	العدد التكرارى	النسب المئوية
معلم	٣٠٠	% ١٥,٠٠
طبيب	١٧٠	% ٨,٥٠
مهندس	٢٠٠	% ١٠,٠٠
قانونى	٢٥٠	% ١٢,٥٠
محاسب	٢١٥	% ١٠,٧٥
تاجر	١٧٥	% ٨,٧٥
موظف	٣٥٠	% ١٧,٥٠
فئات أخرى	٣٤٠	% ١٧,٠٠
المجموع	٢٠٠٠ .	% ١٠٠,٠٠



شكل (٢ - ١)  
تكرارات مهن أعضاء النادي

ويُبدل العمود الأول بالجدول على أنواع أوفات المهنة ، والعمود الثاني على العدد أو التكرار في كل مهنة ، أما العمود الثالث فيبدل على النسبة المئوية لتكرار كل مهنة .

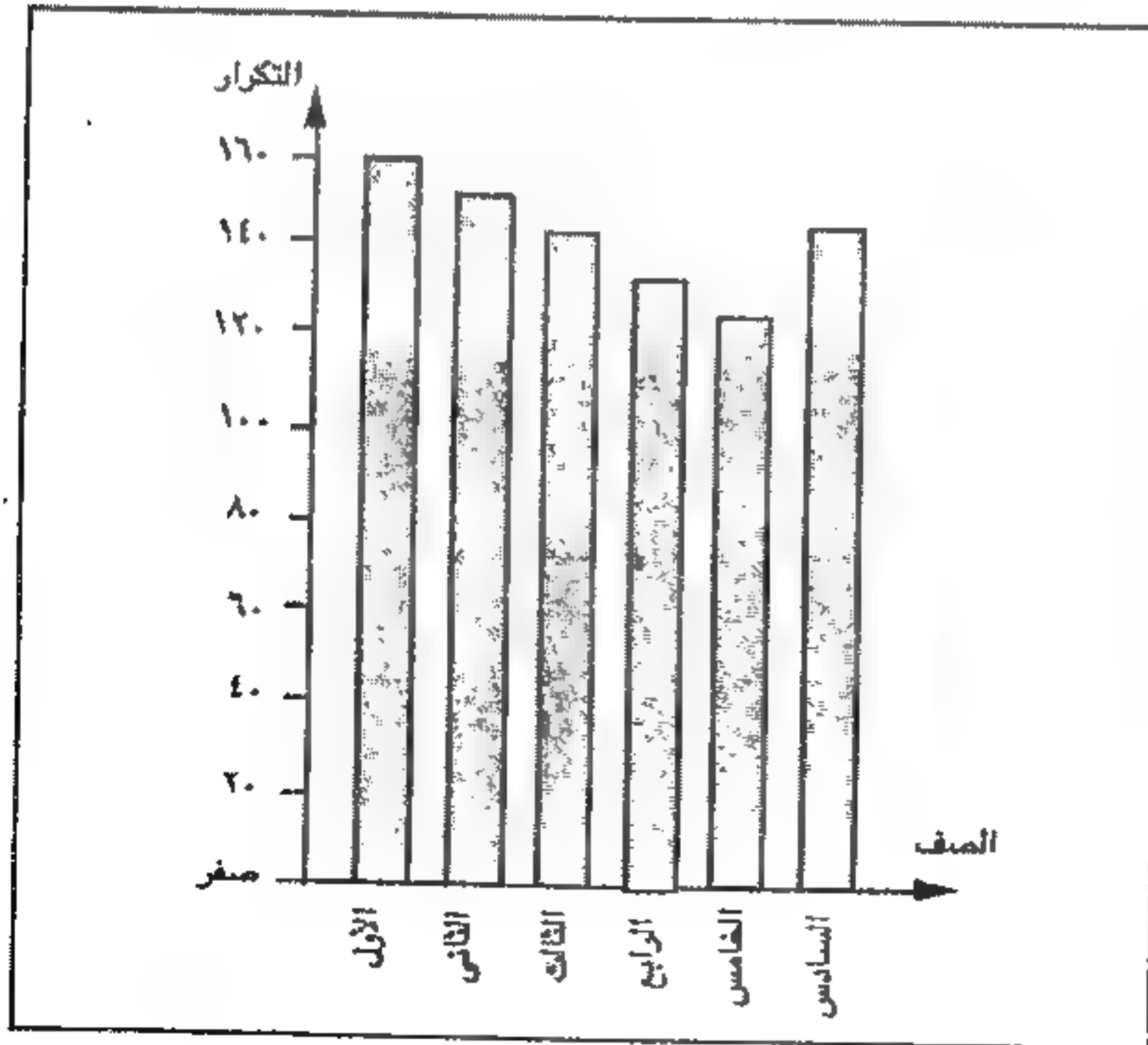
وقد تم حساب النسبة المئوية لكل مهنة بقسمة التكرار على المجموع الكلي ثم الضرب في ١٠٠ ، ويمكن تمثيل جدول (٢-١) برسم بياني كما بالشكل (٢-١) .

وفي حال القياس الترتيبي يتم عرض البيانات بنفس الطريقة السابقة حيث نضع الرتب في العمود الأول والتكرار في العمود الثاني وكذلك النسب المئوية في العمود الثالث والتي تحسب بنفس الطريقة المذكورة سابقاً . ومثال ذلك عرض بيانات عن تلاميذ مدرسة ابتدائية كما يلي :

جدول توزيع تكرارى (٢ - ٢) عن تلاميذ مدرسة ابتدائية

الصف	العدد التكرارى	النسب المئوية
الأول	١٧٠	% ١٨,٨٩
الثانى	١٦٠	% ١٧,٨٧
الثالث	١٥٠	% ١٦,٦٧
الرابع	١٤٠	% ١٥,٥٦
الخامس	١٣٥	% ١٥,٠٠
السادس	١٤٥	% ١٦,١١
المجموع	٩٠٠	% ١٠٠,٠١

ويمكن تمثيل هذا الجدول فى رسم بياني كما هو موضح فى شكل (٢ - ٢)



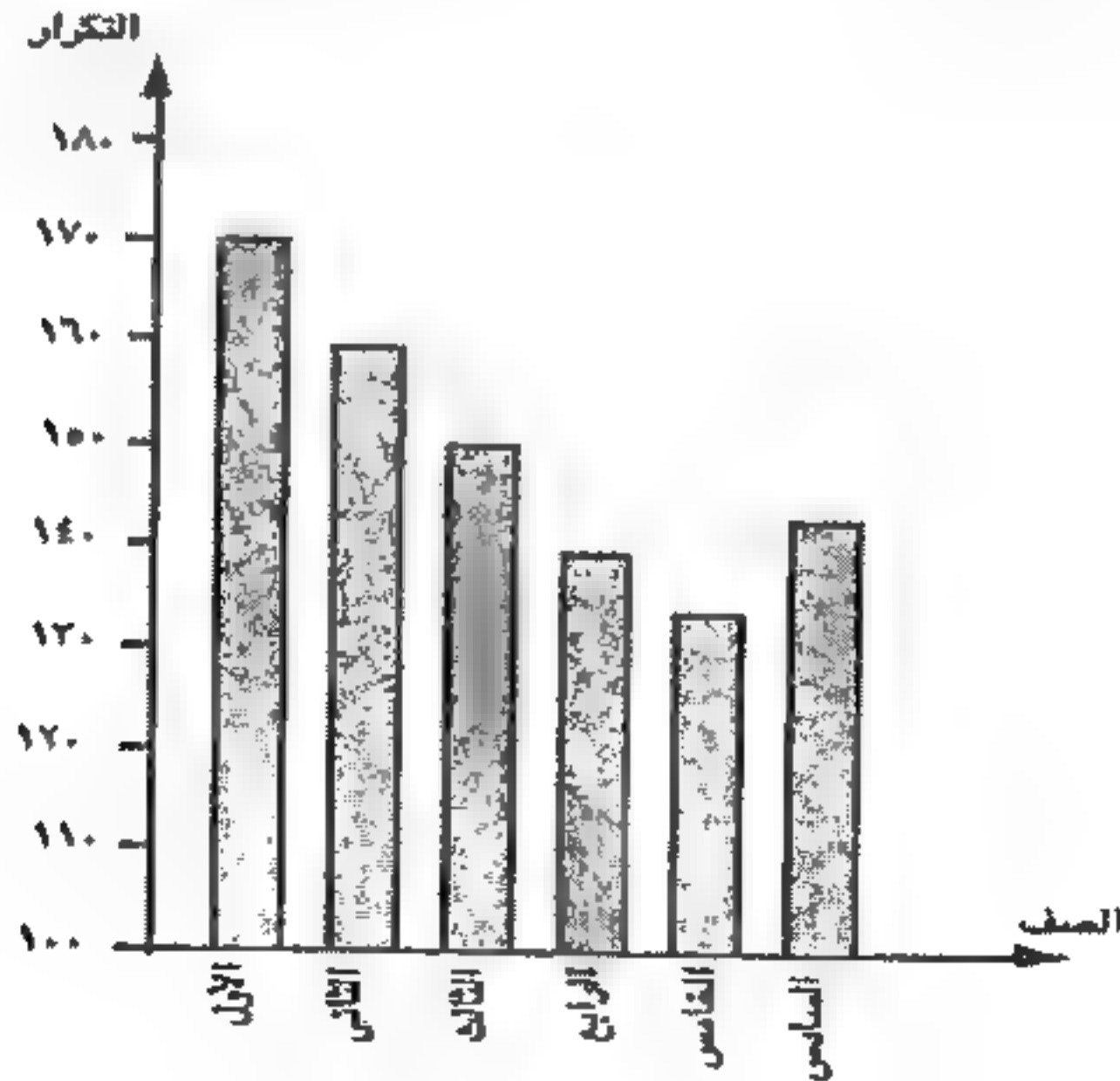
شكل (٢ - ٢) أعداد تلاميذ مدرسة ابتدائية

لاحظ أن مجموع النسب المئوية ١٠٠,٠١٪ وإذا كانت النسب المئوية مقربة إلى ثلاثة أرقام عشرية فإن مجموع النسب المئوية سيكون ١٠٠,٠١٪ أنظر جدول (٢-٣).

جدول التوزيع التكراري لطلبة مدرسة ابتدائية (٢-٣)

الصف	العدد التكراري	النسب المئوية
الأول	١٧٠	٪ ١٨,٨٨٩
الثاني	١٦٠	٪ ١٧,٧٧٨
الثالث	١٥٠	٪ ١٦,٦٦٧
الرابع	١٤٠	٪ ١٥,٥٥٦
الخامس	١٣٥	٪ ١٥,٠٠
السادس	١٤٥	٪ ١٦,١١١
المجموع	٩٠٠	٪ ١٠٠,٠٠١

ويمكن تمثيل جدول (٢-٣ أو ٣-٢) بطريقة أخرى كما بالشكل (٢-٣):



شكل (٢-٣)



لاحظ أننا بدأنا تدريج المحور الرأسى ( التكرار ) فى شكل ( ٢ - ٣ ) بالعدد ١٠٠ وعشرة لكل ١ سم بينما فى شكل ( ٢ - ٢ ) بدأنا بالصفر ثم ٢٠ لكل ١ سم ومن الممكن استخدام أى رقم مناسب فى تدريج المحور الرأسى بما يساعد على توضيح ودقة الشكل .

وقد نمثل بيانات الجدول التكرارى بشكل آخر باستخدام دائرة بدلاً من التمثيل البياني . ويكون مركز الدائرة هو الأساس وتحسب زاوية لكل فئة باستخدام التكرار النسبى المئوى وضربه فى  $360^\circ$  فننتج الزاوية المركزية ثم نمثل كل فئة بقطاع دائرى .

#### (ب) عرض البيانات الفترية والنسبية :

يتم عرض البيانات الفترية والنسبية فى جداول توزيع تكرارى بقصد تبسيط البيانات وتقديمها فى صورة مناسبة لفهمها وتيسير الاستنتاج منها وإجراء العمليات الإحصائية المطلوبة . وغالبا ما يقوم الباحث بجمع بيانات عن المتغيرات بتطبيق اختبارات أو مقاييس أو استخدام مقاييس الترمومتر والميزان وغيرها ، ومن ثم فإن البيانات تكون فى المستوى الفترى أو النسبى . وتكون الخطوة التالية بعد جمع البيانات فى صورة رقمية هى تبسيط البيانات وعرضها فى جداول وإجراء العمليات الإحصائية لوصف الظاهرة أو الإجابة عن تساؤلات الدراسة .

فإذا قام باحث بجمع بيانات عن ١٠٠٠ فرد فإنه لا يستطيع عرض البيانات كما تم جمعها أى بكتابة بيانات الألف فرد ، وإنما يجب عليه تلخيص البيانات وعرضها فى جدول يسمى جدول التوزيع التكرارى .

فإذا كانت درجات ٤٠ فرد على اختبار للذكاء هى : ٨١-٦٤-٧٥-٩٣-٧١-٧٩-٨٤-٧٥-٩٥-٨٩-٩٢-٧٠-٦٥-٥٣-٨٣-٧٦-٧٢-٨٠-٧٩-٨٧-٦١-٥٨-٥٥-٦٨-٨١-٦٣-٨٥-٧٤-٧٧-٧٩-٦٧-٧١-٧٨-٨٢-٨٦-٧٦-٥٧-٧٩-٨٢-٩٠ فيمكن أن ننظم هذه الدرجات فى جدول تكرارى حيث نرتب الدرجات تصاعدياً ( أو تنازلياً ) ونحسب تكرار كل درجة ويكون ذلك كما يلى :

الدرجة	التكرار	الدرجة	التكرار
٥٣	١	٩٤	١
٥٤	-	٩٥	١
٥٥	١		
٥٦	-		
٥٧	١		

ولكن هذا الترتيب يحتوى على درجات غير موجودة في البيانات المدونة أعلاه مثل الدرجات ٥٤ ، ٥٦ ، وغيرها ، كما أن عرض البيانات بهذه الطريقة يكون مطولاً لأننا سنكتب تحت عمود الدرجة جميع الدرجات من ٥٢ وحتى ٩٥ .

ولذلك فإن الطريقة المختصرة لعرض البيانات هي تجميع الدرجات في فئات ، بحيث تحتوى كل فئة على عدة درجات مثل ( ٥٢ إلى ٥٦ ) تمثل فئة الدرجات ٥٢ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ويكون طول هذه الفئة = ٤ درجات ، ويلاحظ أن هذه الفئة غطت الدرجتين الخاليتين ٥٤ ، ٥٦ .

ومعنى هذا أننا نكون جدول التوزيع التكرارى ليشمل عمودين هما : الفئات وتكرارات درجاتها . ومن الجدول السابق فإن الفئة ٥٢ إلى ٥٦ تحتوى على تكرارين فقط وهي بديلة عن الدرجات ( ٥٢ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ) وبالمثل لبقية الفئات حتى الفئة ( ٩٢ - ٩٦ ) . ومن الملاحظ أن عدد الفئات إحدى عشر وطول كل فئة هو أربع درجات ، ويعتمد تحديد عدد الفئات وطول الفئة على مدى الدرجات . وبحسب المدى بالفرق بين أكبر وأقل درجة + ١ ، وفى مثالنا هذا يكون المدى مساوياً  $95 - 52 = 43$  .

وبعد ذلك نبحث عن عدد الفئات وطول الفئة بشرط أن حاصل ضربيهما يكون أكبر من أو يساوى المدى ، ومن ذلك فإن المدى ( أو أكبر منه ) قد يتحقق من حواصل الضرب التالية :  $6 \times 8$  ،  $5 \times 9$  ،  $4 \times 11$  ،  $3 \times 15$  ،  $2 \times 22$  .

جدول توزيع تكرارى ( ٢ - ٤ ) لدرجات ذكاء مجموعة من الأفراد

الفئات	العلامات	التكرار	النسبة المئوية
٥٢ - ٥٣	//	٢	٥ %
٥٧ - ٦٠	//	٢	٥ %
٦١ - ٦٤	///	٣	٧,٥ %
٦٥ - ٦٨	///	٣	٧,٥ %
٦٩ - ٧٢	////	٤	١٠ %
٧٣ - ٧٦	+++	٥	١٢,٥ %
٧٧ - ٨٠	// +++	٧	١٧,٥ %
٨١ - ٨٤	/ +++	٦	١٥ %

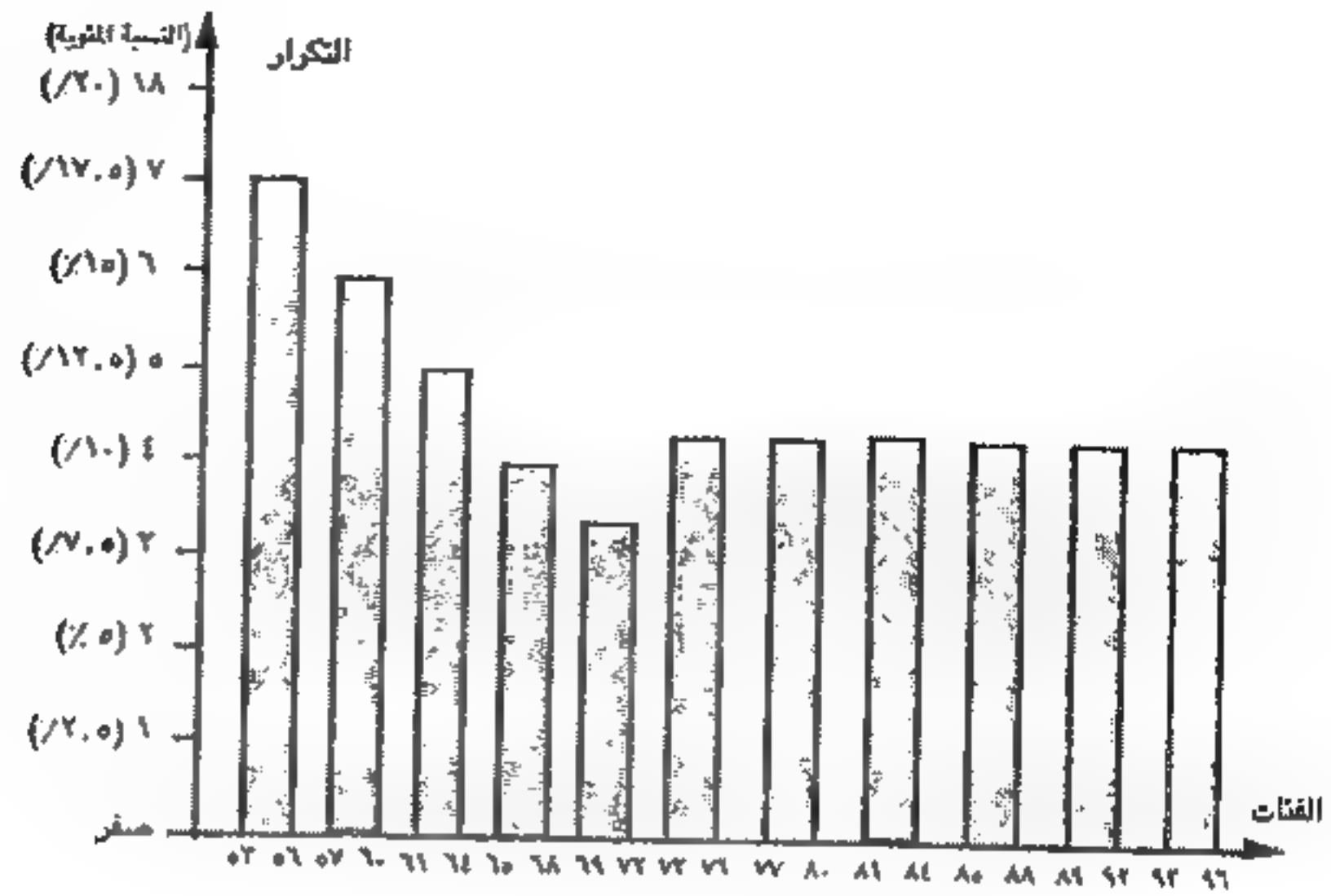
٨٨ - ٨٥	///	٣	% ٧,٥
٩٢ - ٨٩	///	٣	% ٧,٥
٩٦ - ٩٣	//	٢	% ٥
المجموع	٤٠	٤٠	% ١٠٠

وقد اخترنا الحل الثالث  $4 \times 11$  ، ومن الممكن اختيار أى حل آخر لأن كل منها يحقق الشرط . ولكن العدد المناسب للفئات والذي يدل على تلخيص البيانات يتراوح بين ٥ ، ١٥ فئة حتى يمكن عمل جدول التوزيع التكرارى فى صفحة واحدة ويحتوى على معلومات مفيدة .

وقد يختار البعض عدداً من الفئات أقل من خمس وهو بذلك سيفقد بعض البيانات بتقديم توزيع مختصر جداً وقد يكون مضللاً . وقد يختار البعض الآخر عدداً أكبر من ١٥ فئة وهو بذلك قد يضع الجدول فى أكثر من صفحة واحدة .

وبناء على ما سبق فإن الحلول التى نرى أنها مناسبة هى :  $4 \times 11$  ،  $5 \times 9$  ،  $6 \times 8$  وقد اخترنا الحل  $4 \times 11$  . أى أن عدد الفئات = ١١ وطول كل فئة = ٤ وبداية الفئة الأولى هى أقل درجة ( ٥٣ ) وتكون الفئة الأولى هى ( ٥٣ - ٥٦ ) والفئة الثانية ( ٥٧ - ٦٠ ) وهكذا حتى الفئة الأخيرة ( ٩٣ - ٩٦ ) . ثم نضع تحت عمود العلامات علامة لكل درجة ومن الواضح أن الفئة الأولى ( ٥٣-٥٦ ) تحتوى على درجتين فقط هما ٥٣ ، ٥٥ ولذلك وضعنا علامتين ( // ) ، وكذلك الفئة الثانية ( ٥٧ - ٦٠ ) وضعنا أمامها علامتين ( // ) بينما الفئة الثالثة بها ثلاث علامات ( /// ) ، لاحظ أن الفئة السادسة أمامها خمس علامات ( +++) إحداهما مائلة لتكمل الحزمة ، والفئة السابعة أمامها سبع علامات ( /// +++) وهكذا حتى الفئة الأخيرة أمامها علامتين ( // ) .

أما عمود التكرار فهو عدد العلامات وهى : ٢ للفئة الأولى ، ٢ للثانية وهكذا والمجموع الكلى للتكرارات = ٤٠ وهو عدد الدرجات التى وضعناها فى الجدول التكرارى . ويمثل العمود الأخير فى الجدول النسبة المئوية للتكرار وهى خارج قسمة تكرار كل فئة على المجموع الكلى ( ٤٠ ) وضرب النتائج فى مائة كما سبق توضيحه فى جدول جدول ( ٢ - ٢ ، ١ - ٢ ) ويمكن تمثيل الجدول التكرارى السابق بالشكل التالى :



شكل ( ٢ - ٤ )

ويتضح من شكل ( ٢ - ٤ ) أننا مثلنا جدول التوزيع التكراري ( ٢ - ٤ ) على شكل مستطيلات ، وهو ما يسمى بالمدرج التكراري . كما يتضح أنه ممتد من الدرجة الأقل ( ٥٣ ) وحتى أعلى درجة ( ٥٦ ) للفئة الأولى ، وكذلك للفئات الثانية والثالثة وحتى الفئة الأخيرة ( ٩٣ - ٩٦ ) حيث تمثل حدود الفئة عرض المستطيل . أما طوله فهو التكرار المقابل لكل فئة ( أو النسبة المئوية للتكرار ) .

ونلاحظ من الشكل ( ٢ - ٤ ) أن الفئات متساوية الطول ( عرض المستطيل ) . ولا يحدث هذا دائما وإنما يمكن عمل توزيع تكراري غير متساو الفئات ، وذلك حسب الهدف من التوزيع .

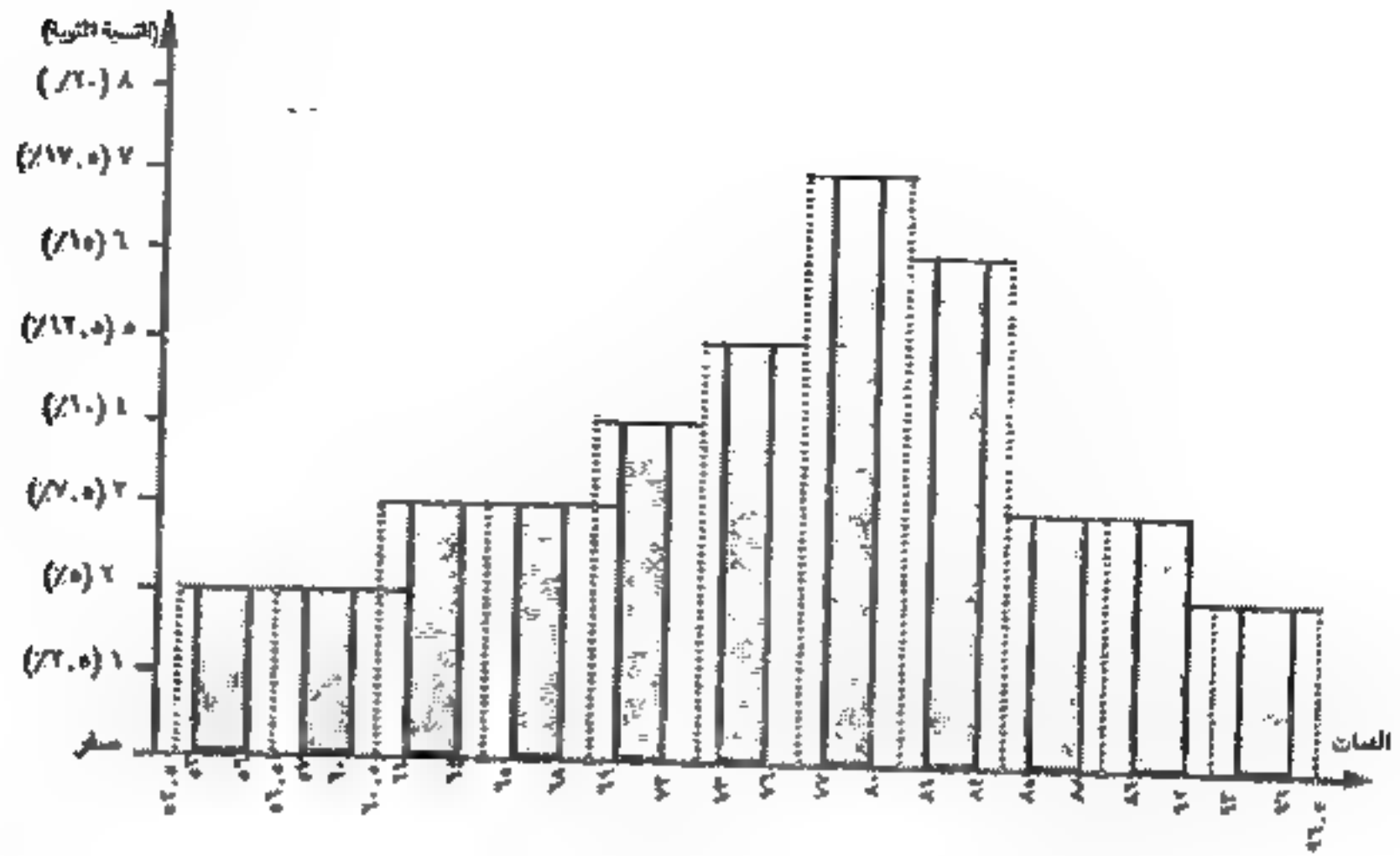
كما نلاحظ من الشكل ( ٢ - ٤ ) أن المستطيلات منفصلة عن بعضها البعض أي أن المتغير غير متصل ( متقطع ) ، ويجدر الإشارة إلى أنه إذا كان المدى صغيراً فلا داعي لتكوين فئات بل نستخدم كل درجة لتمثل فئة مستقلة . كما أن الأساليب الإحصائية تتطلب توزيعات متصلة وليست متقطعة . ويعني هذا أننا في حاجة إلى تعديل شكل ( ٢ - ٤ ) ليتمثل توزيعاً متصلاً .

ويتضح من الشكل أن المسافة بين المستطيلات هي درجة واحدة ( ٥٦ - ٥٧ ) ، ( ٦٠ - ٦١ ) وهكذا . ولذلك فإن تعديل التوزيع يعني أننا سنقسم هذه الدرجة إلى نصفين أحدهما يضاف إلى نهاية قاعدة المستطيل الأول لتصبح ٥٦,٥

بدلاً من ٥٦ ، وكذلك بداية قاعدة المستطيل الثاني لتصبح ٥٦,٥ بدلاً من ٥٧ . وهكذا مع بقية المستطيلات ، ومن ثم فإن جدول التوزيع التكرارى (٢ - ٤) والشكل الذى يمثل (٢ - ٤) سيحتويان على الحدود الجديدة للفئات التى تعدل التوزيع المنقطع إلى توزيع متصل . وهذه الحدود الجديدة تسمى بالحدود الحقيقية للفئات . ومن الجدير بالذكر أن التعديل للتوزيع المنقطع إلى توزيع متصل يحدث فقط فى حال وجود جدول توزيع تكرارى منقطع ونرغب فى تعديله إلى توزيع متصل أما إذا كانت لدينا الدرجات الأصلية فيمكننا تكوين جدول توزيع تكرارى متصل من البداية (سوف نعرض ذلك فى جدول لاحق) . والآن يتضح من الجدول (٢ - ٥) والشكل (٢ - ٥) كيف يتم تعديل التوزيع المنقطع إلى توزيع متصل .

جدول (٢ - ٥) توزيع تكرارى معدل إلى توزيع متصل

الفئات	الحدود الحقيقية للفئات	التكرار (ت)	النسبة المئوية
٥٦ - ٥٣	٥٦,٥ - ٥٢,٥	٢	٥ %
٦٠ - ٥٧	٦٠,٥ - ٥٦,٥	٢	٥ %
٦٤ - ٦١	٦٤,٥ - ٦٠,٥	٣	٧,٥ %
٦٨ - ٦٥	٦٨,٥ - ٦٤,٥	٣	٧,٥ %
٧٢ - ٦٩	٧٢,٥ - ٦٨,٥	٤	١٠ %
٧٦ - ٧٣	٧٦,٥ - ٧٢,٥	٥	١٢,٥ %
٨٠ - ٧٧	٨٠,٥ - ٧٦,٥	٧	١٧,٥ %
٨٤ - ٨١	٨٤,٥ - ٨٠,٥	٦	١٥ %
٨٨ - ٨٥	٨٨,٥ - ٨٤,٥	٣	٧,٥ %
٩٢ - ٨٩	٩٢,٥ - ٨٨,٥	٣	٧,٥ %
٩٦ - ٩٣	٩٦,٥ - ٩٢,٥	٢	٥ %
المجموع		٤٠	١٠٠ %



شكل (٢ - ٥)

ويتضح من شكل (٢ - ٥) اتصال المستطيلات ببعضها ، كما يلاحظ أن حدود الفئة الأولى هي ٥٢,٥ - ٥٦,٥ حيث تم إضافة نصف وحدة إلى الحد الأيمن (٥٦) وطرح نصف وحدة أيضاً من الحد الأيسر (٥٣) فأصبح ٥٢,٥ ، وهكذا في بقية الفئات . وكما ذكرنا فإن هذا التعديل يتم لتحويل التوزيع التكراري المتقطع إلى توزيع متصل .

أما إذا توفرت الدرجات الأصلية فنستطيع من البداية عمل توزيع تكراري متصل فإذا أخذنا المثال السابق ودرجاته الأصلية المبينة في صد ٣٠ فإن التوزيع التكراري المتصل يمكن أن يكون كما يلي :

إذا كان عدد الفئات = ١١ ، طول الفئة = ٤ ، وبداية الفئة الأولى ٥٣

فإن حدود الفئة الأولى تكون ( ٥٣ - أقل من ٥٧ ) ، وحدود الفئة الثانية ( ٥٧ - أقل من ٦١ ) ، وحدود الفئة الثالثة تكون ( ٦١ - أقل من ٦٥ ) وهكذا ، ويكون جدول التوزيع التكراري كما هو مبين في جدول ( ٢ - ٦ ) .

جدول ( ٢ - ٦ ) توزيع تكرارى متصل

النسبة المئوية	التكرار	حدود الفئات
% ٥	٢	٥٣ - أقل من ٥٧
% ٥	٢	٥٧ - أقل من ٦١
% ٧,٥	٣	٦١ - أقل من ٦٥
% ٧,٥	٣	٦٥ - أقل من ٦٩
% ١٠	٤	٦٩ - أقل من ٧٣
% ١٢,٥	٥	٧٣ - أقل من ٧٧
% ١٧,٥	٧	٧٧ - أقل من ٨١
% ١٥	٦	٨١ - أقل من ٨٥
% ٧,٥	٣	٨٥ - أقل من ٨٩
% ٧,٥	٣	٨٩ - أقل من ٩٣
% ٥	٢	٩٣ - أقل من ٩٧
١٠٠	٤٠	المجموع

ونلاحظ من جدول ( ٢ - ٦ ) اتصال الفئات وعدم وجود فجوات بين نهاية الفئة وبداية الفئة التالية لها ، وهكذا فى جميع الفئات حتى نهاية الجدول . كما نلاحظ أن نهاية كل فئة تحتوى كلمات : أقل من ..... ، والتي عادة ما يتم حذفها وتكون حدود الفئة الأولى هي ( ٥٣ - ) ، حدود الثانية ( ٥٧ - ) ، وهكذا..

ويعنى هذا أن الفئة الأولى تبدأ بالدرجة ٥٣ والشرطة والفراغ التالى لها يعنى أن الفئة مستمرة حتى أقل من بداية الفئة الثانية وهي ( ٥٧ ) . وبالمثل الفئة الثانية تبدأ بالدرجة ( ٥٧ ) ومستمرة حتى أقل من بداية الفئة الثالثة وهي ( ٦١ ) .  
وتصبح حدود الفئات بالجدول كما يلى :

٥٣ -
٥٧ -
٦١ -
.
.
.
٩٣ - أقل من ٩٧



ومن الملاحظ أننا ذكرنا فقط نهاية الفئة الأخيرة ، والسبب في ذلك هو أن تغلق الفئة ولا تتركها مفتوحة . ومعنى هذا أيضا أنه قد توجد جداول تكرارية مفتوحة النهاية أو البداية أو كليهما . ويحدث هذا كثيرا في الجداول التكرارية مثل الجداول السكانية إذا لم نعرف أقل عمر زمني أو أكبر عمر زمني أو كليهما في جداول تعداد السكان ، وكذلك في حالة مستويات الدخل فقد تكون الفئة الأولى (أقل من ٥٠٠) والفئة الأخيرة ٢٠٠٠٠ فأكثر ، وفي مثل هذه الفئات لا نستطيع حساب مركزها ، ومن ثم لا نستطيع حساب المتوسط الحسابي . ونستخدم جداول التوزيع التكراري في التعرف على شكل التوزيع وكذلك لحساب المتوسط الحسابي وبعض المقاييس الإحصائية الوصفية .

#### المضلع التكراري :

ذكرنا سابقا أنه يمكن تمثيل جدول التوزيع التكراري بشكل رسم بياني يتضمن مستطيلات تدل على فئات التوزيع وتكراراتها ، ومن الممكن حساب مركز لكل فئة من فئات التوزيع . ومركز الفئة هو القيمة الوسطى للفئة أو قيمة منتصف الفئة . ويكون مركز الفئة الأولى في مثالنا السابق جدول (٢-٦) هو ٥٥ وقد نتجت هذه القيمة من المعادلة : مركز الفئة = ( بداية الفئة + نهاية الفئة ) ÷ ٢ .

$$٥٥ = \frac{١١٠}{٢} = \frac{٥٧ + ٥٣}{٢}$$

$$٥٩ = \frac{١١٨}{٢} = \frac{٦١ + ٥٧}{٢} \text{ وبالمثل مركز الفئة الثانية}$$

وبذلك يتكون لدينا عمود في جدول التوزيع التكراري يسمى مراكز الفئات (أنظر جدول ٢-٧)

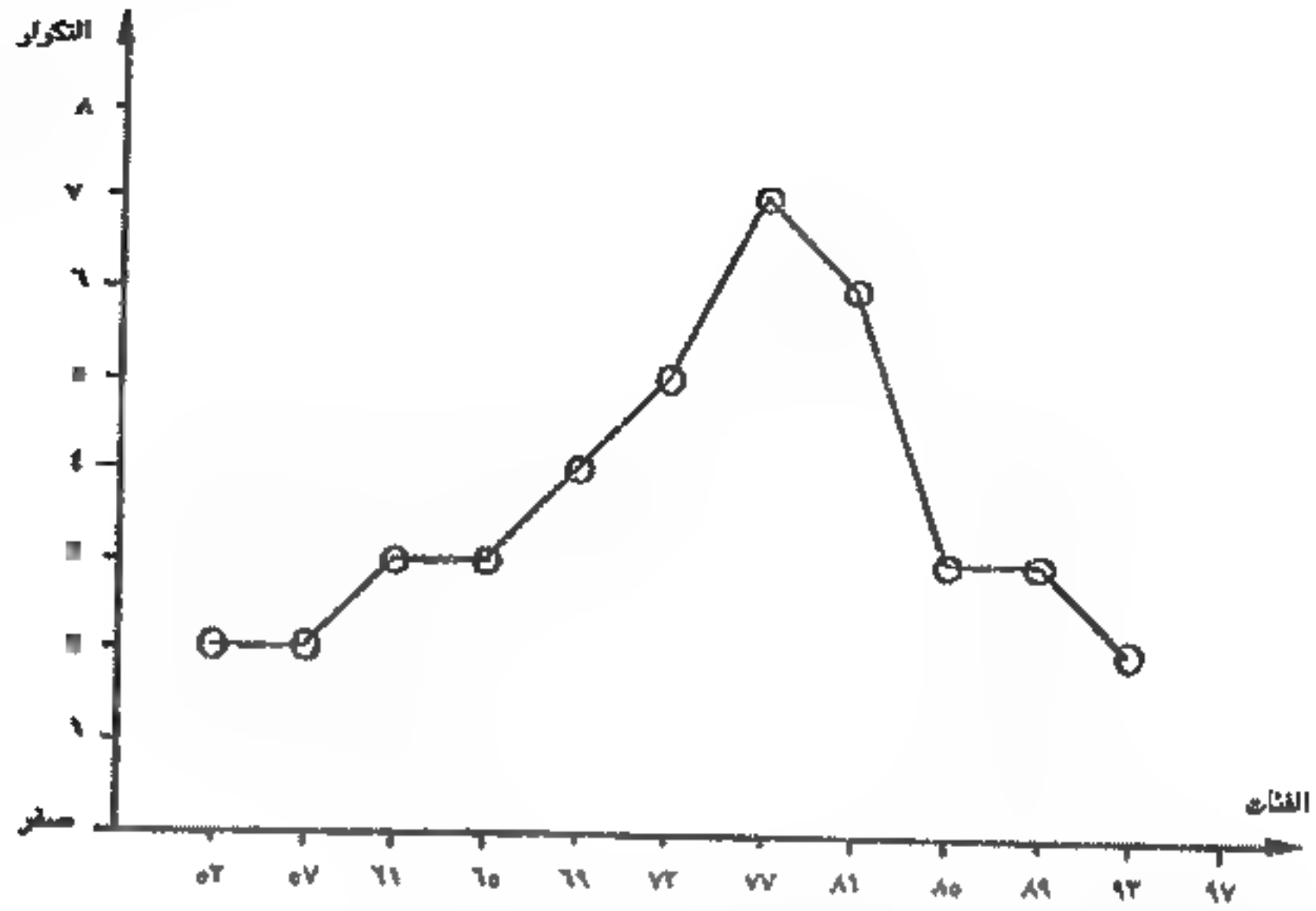
وإذا مثلنا مراكز الفئات وتكرار كل منها في رسم بياني ، ثم قمنا بتوصيل مراكز الفئات فينتج لنا المضلع التكراري ( شكل ٢-٧ )

أما إذا مهدنا الخطوط المنكسرة في المضلع التكراري فينتج لنا المنحنى التكراري ، وهذا هو المطلوب توضيحه دائما ، منحني التوزيع التكراري ، ولكن المضلع التكراري أسهل وأدق في رسمه عن المنحنى التكراري والذي نستخدمه في الحكم على نوع توزيع البيانات .

ويستخدم المنحنى التكرارى فى التعرف على شكل توزيع مجموعة من البيانات ( الدرجات ) ومدى اقترابه من التوزيع الإعتدالى ، فهناك منحنى ملتوى نحو اليمين أو اليسار ويكون الالتواء موجبا إذا كان الطرف الأيمن أطول ، وسالبا إذا كان الطرف الأيسر هو الأطول كما يوجد منحنى على شكل حرف ( U ) حيث تكون التكرارات مركزة عند الطرفين ، ومنحنى على شكل ( ل ) حيث يكون أعلى تكرار عند طرف واحد ، ومنحنى متعدد القمم ، إلا أن أهم التوزيعات التكرارية هو المنحنى الاعتدالى.

جدول ( ٢ - ٧ ) توزيع تكرارى يتضمن مراكز الفئات

الفئة (ف)	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)
٥٣ -	٢	٥٥
٥٧ -	٢	٥٩
٦١ -	٣	٦٣
٦٥ -	٣	٦٧
٦٩ -	٤	٧١
٧٣ -	٥	٧٥
٧٧ -	٧	٧٩
٨١ -	٦	٨٣
٨٥ -	٣	٨٧
٨٩ -	٣	٩١
٩٣ - ٩٧	٢	٩٥
المجموع	٤٠	



شكل (٢ - ٧) المضلع التكرارى

لاحظ أنه إذا كان المدى صغيراً واستخدمنا كل درجة على أنها فئة فيكون مركز الفئة هو زيادة نصف درجة على كل منها . فإذا كانت الفئات هي ٥٢ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ..... فتكون مراكز الفئات هي ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧٨ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٥ ، ٨٦ ، ٨٧ ، ٨٨ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٧ ، ٩٨ ، ٩٩ ، ١٠٠ . وهكذا .

التوزيع التكرارى المتجمع :

إذا رغبتا فى معرفة عدد الحاصلين على درجات أقل من ٦٥ فى جدول (٢ - ٦ أو ٢ - ٧) فإننا لا نستطيع الحصول على إجابة مباشرة ، وإنما نتفحص الجدول ثم نقرر أن التكرارات ٢ ، ٢ ، ٣ فى بداية الجدول جميعها ذات درجات أقل من ٦٥ ، وبالتالي فإن عدد الحاصلين على أقل من ٦٥ هو ٧ . وكذلك عدد الحاصلين على درجة ٨١ فأكثر هم ١٤ نتيجة جمع التكرارات ٦+٣+٣+٢ فى نهاية الجدول . ولتسهيل هذا الأمر نقوم بعمل جدول تكرارى متجمع صاعد أو هابط .

(أ) التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد :

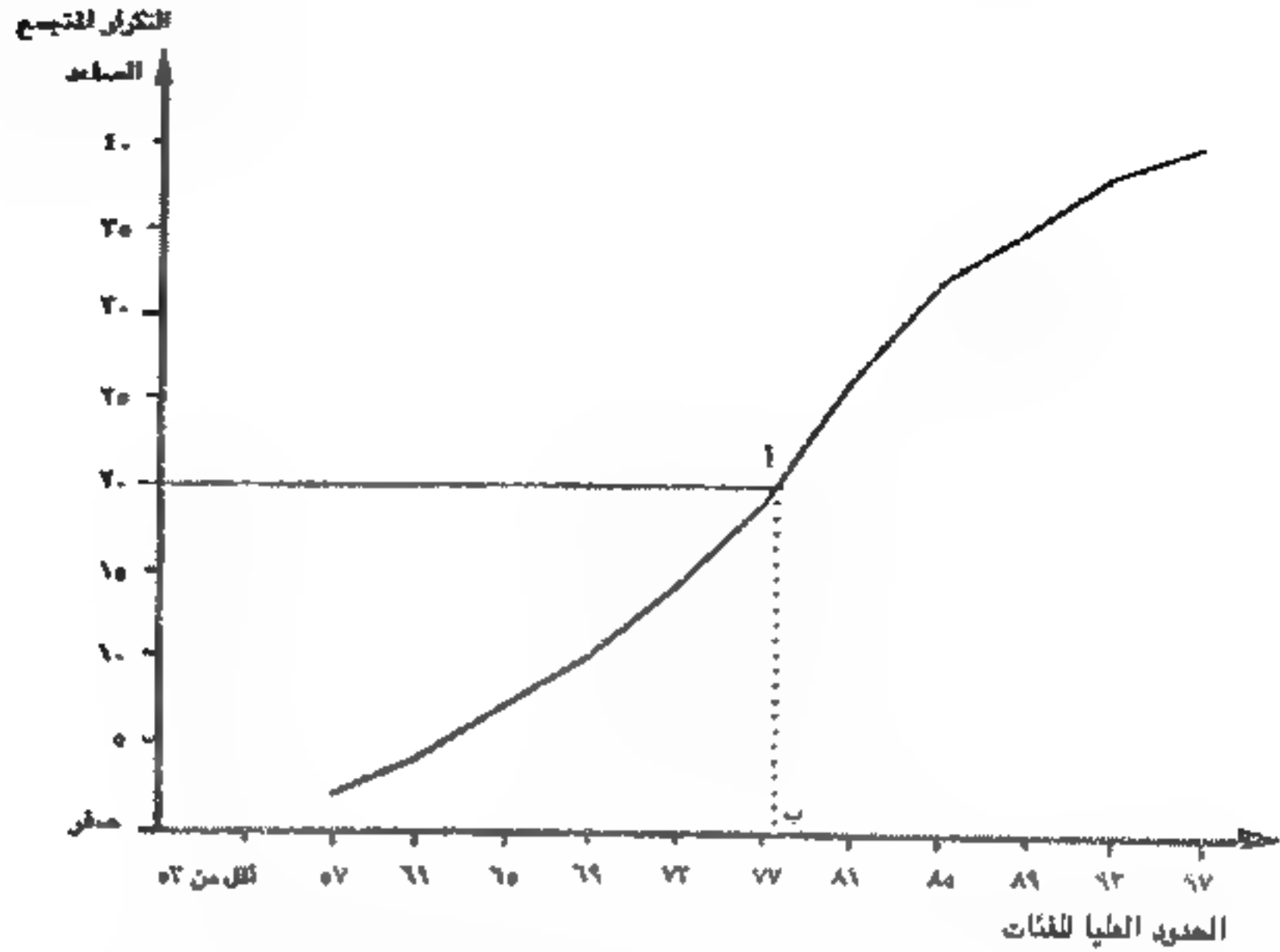
إذا اردنا اعداد جدول توزيع تكرارى متجمع صاعد للجدول (٢ - ٦ أو ٢ - ٧) فإننا نكون جدول جديد نستخدم فيه الحدود العليا للفئات ثم نجمع التكرارات

تصاعدياً كما في الجدول (٢ - ٨) . حيث نجد أن أول الحدود هو أقل من ٥٣ وتكرارها صفر لأنه لا توجد درجة أقل من ٥٣ . ثم يليها أقل من ٥٧ وهو الحد الأعلى للفئة الأولى ويكون التكرار هو ٢ ، وبعدها أقل من ٦١ ( الحد الأعلى للفئة الثانية ) ويكون تكرارها هو مجموع تكراري الفئتين الأولى والثانية ( في جدول ٢ - ٦ أو ٢ - ٧ ) وهو  $2+2=4$  ، وهكذا في بقية الحدود العليا للفئات كما هي موضحة في جدول ( ٢ - ٨ ) ، وتكون الفئة الأخيرة ( أقل من ٩٧ ) وبالطبع جميع الدرجات بالجدول ( ٢ - ٦ أو ٢ - ٧ ) أقل من ٩٧ فيكون التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأخيرة هو ٤٠ .

ويوضح العمود الأخير في جدول ( ٢ - ٨ ) التكرار المتجمع الصاعد النسبي أو المئوي ، ويتم حسابه بقسمة كل تكرار متجمع صاعد ( ت . م . ص ) على المجموع الكلي للتكرارات ( ٤٠ ) وضرب الناتج في مائة فينتج لنا النسبة المئوية أو التكرار المتجمع الصاعد النسبي أو المئوي .

جدول ( ٢ - ٨ ) التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ( ت . م . ص )

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد	المتجمع الصاعد النسبي
أقل من ٥٣	صفر	صفر
أقل من ٥٧	٢	٥ %
أقل من ٦١	٤	١٠ %
أقل من ٦٥	٧	١٧,٥ %
أقل من ٦٩	١٠	٢٥ %
أقل من ٧٣	١٤	٣٥ %
أقل من ٧٧	١٩	٤٧,٥ %
أقل من ٨١	٢٦	٦٥ %
أقل من ٨٥	٣٢	٨٠ %
أقل من ٨٩	٣٥	٨٧,٥ %
أقل من ٩٣	٣٨	٩٥ %
أقل من ٩٧	٤٠	١٠٠ %



شكل ( ٢ - ٨ ) المنحنى المتجمع الصاعد

ويمكن تمثيل جدول ( ٢ - ٨ ) برسم بياني ، حيث يدل المحور الأفقي على الحدود العليا للفئات بينما المحور الرأسى للتكرار المتجمع الصاعد . ويوضح شكل ( ٢ - ٨ ) المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد وهو يشبه الحرف ( ر ) .

وإذا رسمنا خطاً موازياً للمحور الأفقى عند التكرار المتجمع الصاعد ٢٠ فإنه يقطع المنحنى المتجمع الصاعد فى نقطة ( أ ) فإذا أنزلنا منها عموداً على المحور الأفقى فإنه يقطعه فى النقطة ( ب ) وهى تدل على قيمة الوسيط . وبالمثل يمكن حساب الأرباعيات والمئينيات من المنحنى المتجمع الصاعد ( أو الهابط ) وسوف نوضح ذلك فى الفصلين الثالث والرابع .

#### ( ب ) التوزيع التكرارى المتجمع الهابط :

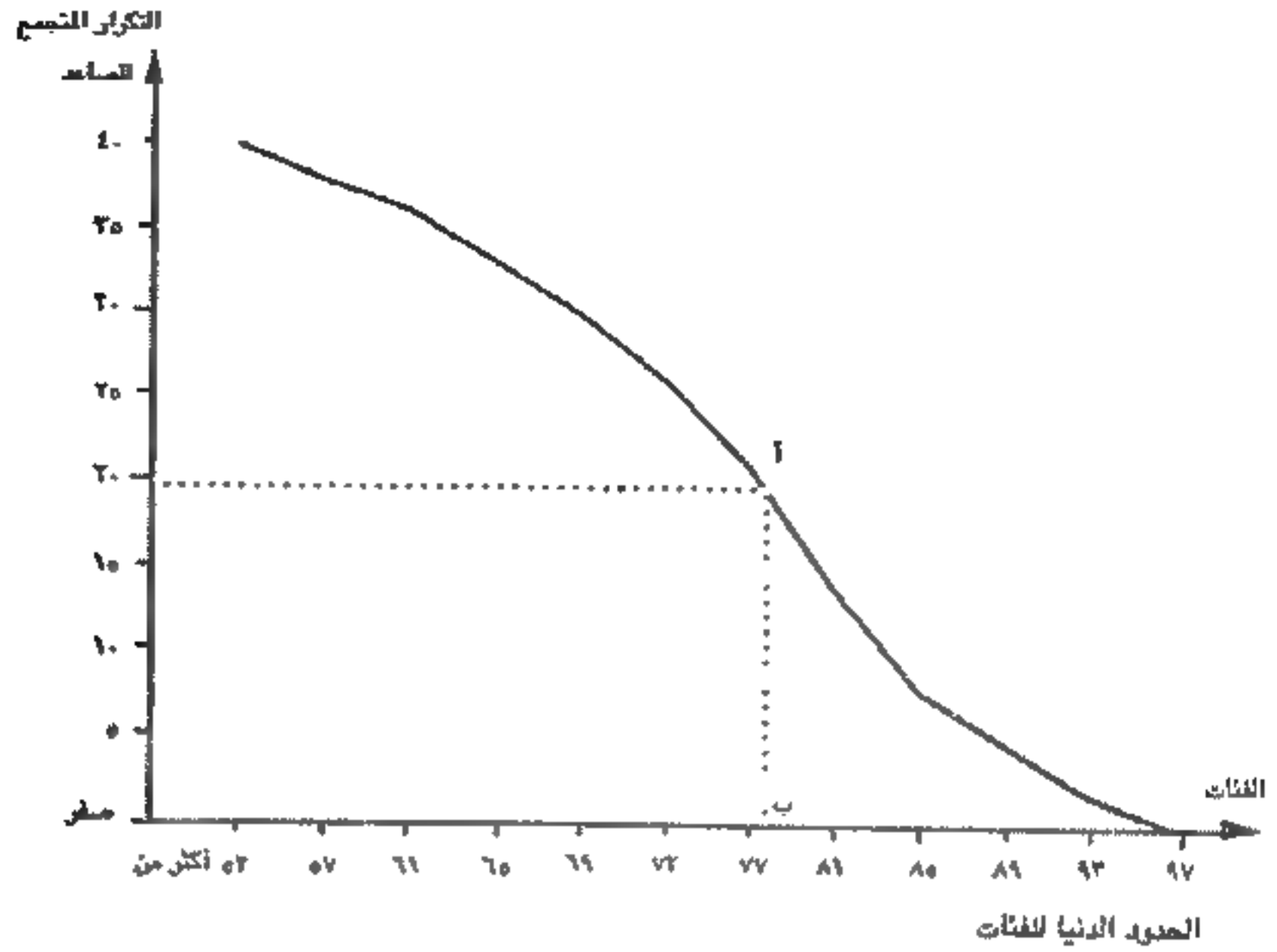
يتطلب اعداد التوزيع التكرارى المتجمع الهابط خطوات مشابهة لما سبق فى اعداد التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد . وفى هذا الجدول نحدد الحدود الدنيا للفئات ، وهى للفئة الأولى ٥٣ فأكثر . وإذا فحصنا جدول ( ٢ - ٧ ) فإن التكرارات للدرجة ٥٣ فأكثر تكون جميع تكرارات جدول ( ٢ - ٧ ) وهى تساوى ( ٤٠ ) . أما الحد الأدنى للفئة الثانية فهو ٥٧ فأكثر ، ويكون التكرار المتجمع لها هو

٤٠-٢ = ٣٨ أى أننا طرحنا تكرار الفئة الأولى وهو (٢) من المجموع الكلى للتكرارات (٤٠) . وبالمثل الحد الأدنى للفئة الثالثة هو ٦١ فأكثر ويكون تكرارها المتجمع = ٣٨ - ٢ = ٣٦ وهكذا لبقية الفئات حتى الفئة الأخيرة . ويوضح جدول (٩-٢) التوزيع التكرارى المتجمع الهابط ( ت م هـ ) للجدول ( ٢-٧ ) ، كما يتبين من الجدول ( ٢ - ٩ ) أيضاً النسبة المئوية للتكرار المتجمع الهابط .

جدول (٩-٢) التوزيع التكرارى المتجمع الهابط ( ت م هـ )

الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع الهابط	المتجمع الهابط النسبي
٥٣ فأكثر	٤٠	%١٠٠
٥٧ فأكثر	٣٨	%٩٥
٦١ فأكثر	٣٦	%٩٠
٦٥ فأكثر	٣٣	%٨٢,٥
٦٩ فأكثر	٣٠	%٧٥
٧٣ فأكثر	٢٦	%٦٥
٧٧ فأكثر	٢١	%٨٢,٥
٨١ فأكثر	١٤	%٣٥
٨٥ فأكثر	٨	%٢٠
٨٩ فأكثر	٥	%١٢,٥
٩٣ فأكثر	٢	%٥
٩٧ فأكثر	صفر	صفر

ويمكن تمثيل جدول ( ٢ - ٩ ) برسم بياني ، حيث يدل المحور الأفقى على الحدود الدنيا للفئات بينما المحور الرأسى للتكرار المتجمع الهابط ، ويوضح شكل ( ٢ - ٩ ) المنحنى التكرارى المتجمع الهابط .



شكل (٢ - ٩) المنحنى المتجمع الهابط

ويستخدم التوزيع التكراري المتجمع الصاعد (أو الهابط) في حساب الوسيط والارباعيات والمئينات حسابياً أو من المنحنى ، كما يستخدم أيضاً في حساب المعايير المئينية للاختبارات والمقاييس وسوف نوضح ذلك فيما بعد .





الفصل الثالث  
مقاييس النزعة المركزية  
Measures of Central Tendency





## الفصل الثالث

### مقاييس النزعة المركزية

ناقشنا في الفصل السابق كيفية تلخيص وعرض البيانات في جداول توزيع تكرارى وكيفية تمثيلها بيانيا . وسوف نوضح في هذا الفصل كيفية وصف البيانات بطريقة أخرى عن طريق بعض خصائصها الوصفية والتي تسمى بمقاييس النزعة المركزية . ويقصد بالنزعة المركزية ميل البيانات إلى التجمع في منطقة متوسطة (مركز) للتوزيع ولذلك فقد سميت بمقاييس النزعة المركزية . ومن المألوف أن تكون البيانات متجمعة في الوسط (المركز) . والمتوسط الحسابى هو أحد مقاييس النزعة المركزية والذي يعتمد على مجموع البيانات وقسمتها على عددها ، ومن ثم فإن البيانات التى لا يمكن جمعها أو ليس لجمعها معنى (البيانات الاسمية والترتيبية) لا يجوز حساب المتوسط الحسابى لها وفى هذه الحالة نستعاض عن المتوسط الحسابى بمقاييس أخرى للنزعة المركزية وهى الوسيط والمنوال . وهناك بمقاييس أخرى للنزعة المركزية مثل الوسط الهندسى والوسط التوافقى والتي يكون لها استخدامات مختلفة .

وأكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما هى المتوسط الحسابى ، وهو المقياس المناسب فى حال البيانات الرقمية (الفترية) والنسبية ، أما الوسيط والمنوال فهما مناسبان للقياس الترتيبى والأسمى كما يمكن استخدامهما مع القياس الفترى والنسبى .

#### أولا : المتوسط الحسابى : Arithmetic Mean

هو أكثر المقاييس الإحصائية استخداما فى الدراسات والبحوث وفى الحياة العادية ، فأى بيانات يمكن جمعها يكون لها متوسط أو قيمة متوسطة للتعبير عنها . ومن الممكن وصف البيانات وصفا سريعا عن طريق المتوسط . ويحسب المتوسط الحسابى طبقا لطبيعة البيانات ، ويستلزم ذلك أن تكون البيانات مقاسة بالمستوى الفترى أو النسبى . فليس من السهل حساب المتوسط لأسماء الطلاب أو متوسط لون

العين أو متوسط أسماء المحافظات أو متوسط الصف الدراسي ، ولكن من السهل حساب متوسط درجات مجموعة من الأفراد على اختبار الذكاء أو اختبار تحصيلي .

ويمكن حساب المتوسط الحسابي للدرجات العادية (الخام) وكذلك لأي تحويل لتلك الدرجات مثل البيانات المبوبة في جداول تكرارية ، ولكن بيانات القياس الترتيبي أو الاسمي لا يجوز حساب المتوسط الحسابي لها حيث لا يكون له معنى .

#### ( أ ) حساب المتوسط الحسابي للدرجات العادية ( الخام ) :

يتم حساب المتوسط للدرجات الخام عن طريق جمع الدرجات وقسمة الناتج على عدد الدرجات . فإذا كان لدينا الدرجات : ٤ - ٩ - ٥ - ٤ - ٦ - ٨ - ٧ - ٥ ، فإن مجموع الدرجات = ٤٨ ويكون متوسطها =  $\frac{48}{8} = 6$  .

وإذا رمزنا للدرجات بالرمز (س) ولعدد الدرجات بالرمز ( ن ) فيكون مجموع الدرجات = مجموع س (أو مجـ س )

$$\text{ويكون المتوسط الحسابي ( م )} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

مع العلم أن (مجـ س) يعنى مجموع كل الدرجات المطلوب حساب متوسطها الحسابي .

وإذا استخدمنا الدرجات الخام الموضحة في الفصل السابق ( المستخدمة لإعداد جدول ١ - ٤ ) فإن مجموع الدرجات = ٨١ + ٦٤ + ٧٥ + ٩٣ + ٧١ + ..... .

$$٨٢ + ٩٠ = ٣٠٣٢ \text{ والمتوسط الحسابي } = \frac{٣٠٣٢}{٤٠} = ٧٥,٨$$

ويستخدم هذا الرقم ٧٥,٨ لوصف مجموعة الدرجات المذكورة .

وبالمثل إذا كان لدينا درجات عددها ألف درجة فإننا نتبع نفس الطريقة لحساب متوسطها الحسابي ، وبالطبع إذا كان عدد الدرجات كبيراً فإننا ندخل البيانات في الحاسب الآلي ونستخدمه في إجراء أي تحليل للبيانات ، أما إذا كان عدد الدرجات قليلاً كما في المثال الموضح في بداية هذه الصفحة فيمكن حساب المتوسط الحسابي يدوياً أو باستخدام الآلة الحاسبة .

## ( ب ) حساب المتوسط الحسابي للبيانات المبوية :

( ١ ) الطريقة العادية ( طريقة مراكز الفئات ) :

يتم حساب المتوسط الحسابي للبيانات المبوية ( في صورة جدول توزيع تكرارى ) باستخدام نفس القانون : مجموع الدرجات مقسوما على عددها . ولكن هذا الأجراء أكثر تعقيدا مما سبق لوجود فئات وتكرارات في الجدول . وفي حقيقة الأمر فأننا نستخدم نفس الطريقة السابقة لأن المتوسط الحسابي في الحالتين هو ناتج قسمة مجموع الدرجات على عددها .

وفي المثال البسيط للدرجات : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ فنجد أن مجموع هذه الدرجات = ٤٨ والمتوسط الحسابي =  $\frac{48}{8} = 6$  ، وهذا المجموع هو في الحقيقة يساوى :

$(2 \times 4) + (1 \times 9) + (2 \times 5) + (1 \times 6) + (1 \times 8) + (1 \times 7) + (1 \times 5)$  ، وذلك لأن الدرجة ( ٤ ) تكررت مرتين وكذلك الدرجة ( ٥ ) ويكون المجموع مساويا ( ٤٨ ) وهي نفس الطريقة المتبعة في جداول التوزيع التكرارى .

وإذا استخدمنا المثال السابق لجدول التوزيع التكرارى ( جدول ١ - ٤ ) لحساب المتوسط الحسابي فأننا نحسب مجموع درجات كل فئة وهو حاصل ضرب مركز الفئة في تكرارها ، وهنا نفترض أن تكرار كل فئة له نفس القيمة وهي مركز الفئة ( لاحظ أن هذا الافتراض سيؤدى إلى مجموع درجات تقديرى ) ، ولهذا تسمى طريقة مراكز الفئات .

ويكون مجموع درجات الفئة الأولى مساويا  $55 \times 2$  ( التكرار  $\times$  مركز الفئة ) ، ومجموع درجات الفئة الثانية مساويا  $59 \times 2$  والفئة  $63 \times 3$  وهكذا حتى الفئة الأخيرة  $95 \times 2$  ( جدول ٣ - ١ ) .

ويكون مجموع الدرجات كلها

$$= 55 \times 2 + 59 \times 2 + 63 \times 3$$

$$= 3052 = 95 \times 2 + \dots$$

= مجموع تكرار كل فئة  $\times$  مركز تلك الفئة

= مج ( ت  $\times$  س )

جدول ( ٣ - ١ )

حساب المتوسط الحسابي بالطريقة العادية ( مراكز الفئات )

الفئة (ف)	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	مجموع درجات الفئات (س × ت)
٥٣ -	٢	٥٥	١١٠ = ٢ × ٥٥
٥٧ -	٢	٥٩	١١٨ = ٢ × ٥٩
٦١ -	٣	٦٣	١٨٩ = ٣ × ٦٣
٦٥ -	٣	٦٧	٢٠١ = ٣ × ٦٧
٦٩ -	٤	٧١	٢٨٤ = ٤ × ٧١
٧٣ -	٥	٧٥	٣٧٥ = ٥ × ٧٥
٧٧ -	٧	٧٩	٥٥٣ = ٧ × ٧٩
٨١ -	٦	٨٣	٤٩٨ = ٦ × ٨٣
٨٥ -	٣	٨٧	٢٦١ = ٣ × ٨٧
٨٩ -	٣	٩١	٢٧٣ = ٣ × ٩١
٩٣ - ٩٧	٢	٩٥	١٩٠ = ٢ × ٩٥
المجموع	٤٠		٣٠٥٢

$$\text{ويكون المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عندما}} = \frac{\text{مجموع (س × ت)}}{\text{مجموع ت}}$$

$$= \frac{٣٠٥٢}{٤٠} = ٧٦,٣$$



وهذه الطريقة لحساب المتوسط الحسابي من الجدول التكراري تسمى بالطريقة العادية أو طريقة مراكز الفئات . ونلاحظ أن مجموع الدرجات من الجدول التكراري ( ٣٠٥٢ ) مختلف عن المجموع الحقيقي للدرجات الفعلية وهو ٣٠٣٢ ، والسبب في ذلك كما ذكرنا أنه في كل فئة نفترض أن تكراراتها لها نفس الدرجة وهي مركز تلك الفئة . ومن هنا فإن المتوسط الحسابي من الجدول التكراري تقريبا وليس دقيقا مثل المتوسط الحسابي للدرجات الفعلية .

وبالطبع هذه القيمة ( ٧٥,٨ ) مختلفة عن المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة ( ٧٦,٣ ) . ونود الإشارة إلى أن المتوسط الحسابي المحسوب للبيانات المبوبة لا يكون دائما مرتفعا عن المتوسط الحسابي للدرجات الفعلية ، وإنما هما قيمتان مختلفتين ويرجع السبب في ذلك إلى الافتراض بأن مركز كل فئة هو درجة موحدة لتكرارات تلك الفئة .

## (٢) حساب المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات :

يتضح من استخدام الطريقة العادية في حساب المتوسط الحسابي كثرة العمليات الحسابية وذلك لكبر الأرقام المستخدمة في عمليات الضرب ، وإذا كان مركز الفئة يحتوي على كسور فسوف يزداد التعقيد صعوبة ، . ولذلك فإن الانحرافات تعتمد على اختصار عمليات الضرب بتصغير مركز الفئة ، ويتم ذلك عن طريق افتراض قيمة معينة تسمى : الوسط الفرضي ، ثم نطرح هذا الوسط الفرضي من جميع القيم ( مراكز الفئات ) فننتج الانحرافات ( ح ) التي نستخدمها بعد ذلك في الإجراءات الحسابية .

ولنأخذ مثلا على ذلك للدرجات العادية ( الخام ) التالية :

١١١ ، ١١٦ ، ١١٣ ، ١١٠ ، ١١٥ ، ١٠٨ ، ١١٧ ، ١١٤ ، ١٠٩ ، ١١٢

$$\text{ومجموعها} = 1125 \quad \text{والمتوسط الحسابي} = \frac{1125}{10} = 112,5$$

وإذا طبقنا طريقة الانحرافات ( الوسط الفرضي ) على هذا المثال ، فأننا نفرض أن قيمة الوسط الفرضي = ١٠٠ ، ومن الممكن استخدام أي قيمة أخرى ( ١٧٠ ، ١٨٠ ، ١١٠ مثلا ) ثم نطرح قيمة الوسط الفرضي ( ١٠٠ ) من جميع الدرجات فننتج الانحرافات التالية :

١٢، ٩، ١٤، ١٥، ١٠، ١٣، ١٦، ١١ ومجموعها ١٢٥ . ونحسب

$$\text{متوسط الانحرافات} = \frac{125}{10} = 12,5$$

ويكون المتوسط الحسابي للدرجات الأصلية = الوسط الفرضي + متوسط الانحرافات =  $12,5 + 100 = 112,5$  وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها للمتوسط الحسابي من جمع الدرجات الأصلية قبل حساب الانحرافات .

وتتبع هذه الطريقة ذاتها في حالة الجداول التكرارية ، وسنقوم بحساب المتوسط الحسابي للبيانات في جدول ( ٣ - ١ ) بطريقة الانحرافات ، ويوضح جدول رقم ( ٣ - ٢ ) عمليات حساب المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات .

جدول ( ٣ - ٢ ) حساب المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات

الفئة (ف)	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	الانحرافات (ح)	ح × ت
٥٣ -	٢	٥٥	٢٤ -	٤٨ - = ٢ × ٢٤ -
٥٧ -	٢	٥٩	٢٠ -	٤٠ - = ٢ × ٢٠ -
٦١ -	٣	٦٣	١٦ -	٤٨ - = ٣ × ١٦ -
٦٥ -	٣	٦٧	١٢ -	٣٦ - = ٣ × ١٢ -
٦٩ -	٤	٧١	٨ -	٣٢ - = ٤ × ٨ -
٧٣ -	٥	٧٥	٤ -	٢٠ - = ٥ × ٤ -
٧٧ -	٧	٧٩	صفر	صفر = ٧ × صفر
٨١ -	٦	٨٣	٤ +	٢٤ = ٦ × ٤
٨٥ -	٣	٨٧	٨ +	٢٤ = ٣ × ٨
٨٩ -	٣	٩١	١٢ +	٣٦ = ٣ × ١٢
٩٣ - ٩٧	٢	٩٥	١٦ +	٣٢ = ٢ × ١٦
المجموع	٤٠			$\begin{array}{r} 224 - \\ 116 + \\ \hline 108 \end{array}$

وقد افترضنا أن الوسط الفرضي هو ٧٩ ، والسبب في ذلك أنه عادة ما تكون قيمة الوسط الفرضي مساوية لمركز فئة أكبر تكرار . وبالطبع يمكن اختيار أي قيمة من قيم مراكز الفئات كوسط فرضي ، ولكن اختيار مركز فئة أكبر تكرار يختصر أكبر عملية ضرب ويحولها إلى الصفر ، وهذا هو المنطق في استخدام طريقة الانحرافات (لإختصار العمليات الحسابية) .

فإننا اخترنا مركز الفئة ٧٩ كوسطا فرضيا فإننا نضع دائرة حوله ، ثم نبدأ في طرح قيمته من جميع مراكز الفئات على النحو التالي : ( ٥٥ - ٧٩ ، ٧٩ - ٩٥ - ٧٩ ، ٦٣ - ٧٩ ، .... وهكذا حتى ٩٥ - ٧٩ ) وتكون الانحرافات الناتجة بالسالب في بداية الجدول وحتى الصفر أمام الوسط الفرضي ، ثم بالموجب بعد ذلك كما هي موضحة بالجدول ( ٣ - ٢ ) .

ثم نحسب حواصل ضرب التكرارات في الانحرافات ( ح × ت ) وهي : ٢٤ × ٢ ، للفئة الأولى ، - ٢ × ٢٠ للفئة الثانية وهكذا ، ثم نجمع حواصل الضرب فينتج لنا - ٢٢٤ + ١١٦ = - ١٠٨ ، ويكون المتوسط الحسابي = المتوسط الفرضي

+ متوسط مجموع الانحرافات في تكراراتها م = وف +  $\frac{\text{مجم ( ح × ت )}}{\text{مجم ت}}$

$$\begin{aligned} \text{المتوسط الحسابي} &= ٧٩ + \frac{(-١٠٨)}{٤٠} \\ &= ٧٩ - ٢,٧ \\ &= ٧٦,٣ \end{aligned}$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها بالطريقة العادية

( ٣ ) حساب المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة :

نلاحظ في جدول رقم ( ٣ - ٢ ) أن انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي تأخذ القيم - ٢٤ ، - ٢٠ ، - ١٦ ، ..... وهكذا . وهذه الانحرافات يمكن اختصارها إذا قسمنا كل منها على ٤ وهو طول الفئة ( في حالة الفئات المتساوية الطول فقط ) . فإذا قسمنا الانحرافات على الرقم ٤ فينتج لنا انحرافات مختصرة ( ح ) وهي - ٦ ، - ٥ ، - ٤ ، ..... هكذا ، ثم نجرى حواصل ضرب هذه الانحرافات المختصرة في تكراراتها كما بالجدول ( ٣ - ٣ ) . ويكون المتوسط الحسابي = الوسط الفرضي + متوسط مجموع الانحرافات المختصرة × طول الفئة

$$= \text{وف} + \frac{\text{مجم} (\text{ح} \times \text{ت})}{\text{مجم ت}} \times \text{ل (طول الفئة)}$$

$$\frac{108}{40} - 79 = 4 \times \frac{(27-)}{40} + 79 =$$

$$76,3 =$$

$$79 - 2,7 =$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها سابقاً من الطريقتين العادية والانحرافات  
جدول رقم ( ٣ - ٣ ) حساب المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة

الفئة (ف)	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	(ح)	ح × ت
٥٣ -	٢	٧٩	٦ -	١٢ -
٥٧ -	٢		٥ -	١٠ -
٦١ -	٣		٤ -	١٢ -
٦٥ -	٣		٣ -	٩ -
٦٩ -	٤		٢ -	٨ -
٧٣ -	٥		١ -	٥ -
٧٧ -	٧		صفر	صفر
٨١ -	٦		١ +	٦
٨٥ -	٣		٢ +	٦
٨٩ -	٣		٣ +	٩
٩٣ - ٩٧	٢		٤ +	٨
المجموع	٤٠			٢٧ -

ويمكن إجمال خطوات حساب المتوسط الحسابي من جدول التوزيع التكراري بطريقة الانحرافات فيما يلي :

١ - نختار الوسط وهو مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار ، ( وهو مركز الفئة السابعة في المثال السابق فيكون وسطنا الفرضي هو ٧٩ )

٢ - نطرح قيمة الوسط الفرضي ( ٧٩ ) من جميع مراكز الفئات ونضعها في العمود المسمى بالانحرافات ( ح ) .

٣ - نضرب هذه الانحرافات في التكرار المقابل لكل منها لنحصل على حواصل الضرب ( ح × ت ) .

٤ - نجمع حواصل الضرب ( ح × ت ) لنحصل على ( مج ح ت ) ثم نقسم النتائج على مجموع التكرارات ( مج ت ) فينتج متوسط مجموع حواصل ضرب الانحرافات في تكراراتها  $\frac{\text{مج ح ت}}{\text{مج ت}}$

٥ - نحسب المتوسط الحسابي بإضافة الوسط الفرضي إلى متوسط مجموع الانحرافات فيكون المتوسط الحسابي = الوسط الفرضي +  $\frac{\text{مج ( ح × ت )}}{\text{مج ت}}$

أما طريقة الانحرافات المختصرة فإنها تختلف في الخطوة الثانية حيث يمكن حساب الانحرافات المختصرة ( ح ) مباشرة دون حساب الانحرافات ( ح ) ، ويتم ذلك بحساب انحراف مركز فئة أكبر تكرار ( عن الوسط الفرضي ) والذي يساوي الصفر ، ثم نكتب الانحرافات المختصرة أعلى هذا الصفر وتكون سالبة وهي -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، -٥ ، -٦ ، أما أسفل أنصفر فتكون موجبة +١ ، +٢ ، +٣ ، +٤ ( لاحظ أن هذا صحيح فقط في حالة الجداول التكرارية ذات الفئات المتساوية الطول ) .

وتكون الخطوة الثالثة هي إيجاد حواصل ضرب الانحرافات المختصرة في تكراراتها والخطوة الرابعة هي إيجاد مجموع حواصل ضرب الانحرافات المختصرة في تكراراتها ثم حساب متوسط الانحرافات المختصرة وهو يساوي  $\frac{\text{مج ح ت}}{\text{مج ت}}$

أما الخطوة الخامسة فيتم فيها حساب المتوسط الحسابي من القانون :

$$\text{المتوسط الحسابي} = \text{الوسط الفرضي} + \frac{\text{مج ح ت}}{\text{مج ت}} \times \text{ل}$$

ونلاحظ من جدول ( ٣ - ٣ ) أنه ليس من الضروري حساب كل مراكز الفئات ، وإنما نحسب مركز فئة أكبر تكرار لنستخدمها كوسط فرضي ، ثم نحسب الانحرافات المختصرة وحاصل ضربها في تكرارها ( كما بالجدول ) ويكون المتوسط الحسابي

$$= \text{الوسط الفرضي} + \frac{\text{مجم (ح' \times ت)}}{\text{مجم ت}} \times \text{ل}$$

$$= 79 + \frac{(27 -) \times 4}{40}$$

$$= 79 - 2,7 = 76,3$$

#### خصائص المتوسط الحسابي :

ذكرنا من قبل أن المتوسط الحسابي يستخدم للتعبير عن ( أو لوصف ) مجموعة من البيانات كما أنه يتسم بعدة خصائص منها :

١ - إذا ضربنا قيمة المتوسط الحسابي في عدد الدرجات (ن) فإننا نحصل على المجموع الكلي للدرجات ، فإذا طبقنا هذه الخاصية على المتوسط الحسابي الذي قيمته ٦ وعدد الدرجات ٨ فإن حاصل ضربهما هو ٤٨ ، وهو مجموع الدرجات للمثال ( ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٧ ، ٥ ) . وبالمثل في حال بيانات المثال الثاني عند حساب المتوسط الحسابي للدرجات العادية ، حيث كان المتوسط الحسابي = ٧٥,٨ وعدد الدرجات ٤٠ ، فيكون حاصل ضربهما  $40 \times 75,8 = 3032$  وهو المجموع الكلي للدرجات .

٢ - والخاصية الثانية للمتوسط الحسابي هي تأثره بالقيم المتطرفة . ويقصد بالقيم المتطرفة تلك القيم البعيدة عن أصغر أو أكبر درجة . وفي المثال الأول المذكور في الخاصية الأولى فإن أكبر درجة هي ٩ ، فإذا فرضنا أن هذه الدرجة هي ١٩ فيكون مجموع الدرجات  $4 + 19 + 5 + 4 + 6 + 8 + 7 = 58$  ، ويكون المتوسط الحسابي  $58 = 5 + 7,25$  وهي قيمة أعلى بكثير من المتوسط الحسابي السابق التوصل إليه ( ٦ ) . ومعنى هذا أن المتوسط

الحسابي تغير من ٦ الى ٧,٢٥ لتغير الدرجة من ٩ إلى ١٩ وبالمثل في حال الدرجات المتطرفة الصغرى ، فإذا كانت الدرجة ٤ مساوية للصفر فإن مجموع الدرجات = ٤٠ ويكون المتوسط الحسابي  $= \frac{40}{8} = 5$  وهي قيمة مختلفة كثيراً عن المتوسط الحسابي الأصلي ( ٦ ) .

٣ - والخاصية الثالثة أكثر أهمية وهي : مجموع انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابي يساوى الصفر . وإذا طبقنا هذه الخاصية على الدرجات السابق ذكرها ( ٥، ٩، ٤، ٥، ٤، ٦، ٨، ٧، ٥ ) والتي متوسطها الحسابي = ٦ ، فإن انحرافات هذه الدرجات عن المتوسط الحسابي هي : ( ٦ - ٥ ) ، ( ٦ - ٩ ) ، ( ٦ - ٤ ) ، ( ٦ - ٥ ) ، ( ٦ - ٤ ) ، ( ٦ - ٦ ) ، ( ٦ - ٨ ) ، ( ٦ - ٧ ) ، ( ٦ - ٥ ) وتساوى ٢- ، ٣- ، ١- ، ٢- ، صفر ، ٢ ، ١ ، ١- ، ١- ومجموع هذه الانحرافات = ٢- + ٣- + ١- + ٢- + صفر + ٢ + ١ + ١- + ١- = ٦ - ٦ = صفر .

٤ - مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابي أقل من مجموع مربعات انحرافها عن أى قيمة أخرى ، فإذا نظرنا إلى المثال المذكور في الخاصية ( ٣ ) نجد أن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابي هو : ( ٢- )<sup>٢</sup> + ( ٣ )<sup>٢</sup> + ( ١- )<sup>٢</sup> + ( صفر )<sup>٢</sup> + ( ٢- )<sup>٢</sup> + ( ١ )<sup>٢</sup> + ( ١- )<sup>٢</sup> وهو يساوى ٢٤ .

وإذا افترضنا قيمة أخرى ( ٥ مثلاً ) فإن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن الدرجة ٥ هو :

$$\begin{aligned} & + (٥ - ٦)^2 + (٥ - ٩)^2 + (٥ - ٤)^2 + (٥ - ٥)^2 + (٥ - ٤)^2 \\ & + (٥ - ٥)^2 + (٥ - ٦)^2 + (٥ - ٨)^2 \\ & = (١)^2 + (٤)^2 + (٢-)^2 + (١-)^2 + (١)^2 + (٣)^2 + (٢)^2 + (صفر)^2 \\ & = ١ + ١٦ + صفر + ١ + ٩ + ٤ + ٤ + صفر = ٣٠ هو أكبر من ٢٤ . \end{aligned}$$

وإذا استخدمنا الدرجة ٧ ، فإن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عنها هو :

$$+ (٣-)^2 + (٢-)^2 + (٢)^2 + (١)^2 + (١-)^2 + (١)^2$$

$$(صفر) + (-2)$$

$$= 9 + 4 + 4 + 9 + 1 + 1 + صفر = 32 \text{ وهو أكبر من } 24.$$

وبالمثل إذا استخدمنا أى درجة أخرى فإن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عنها سيكون أكبر من 24 .

ويتضح من ذلك أن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابي ( وهو 24 فى المثال ) أقل من مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن أى قيمة أخرى .

وتوضح هذه الخاصية أن المتوسط الحسابي هو قيمة مركزية للدرجات، ولذلك يسمى مقياساً للنزعة المركزية ( Ferguson, 1971: 48 ) حيث نجد أن مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن متوسطها الحسابي أقل ما يمكن . وعليه نستطيع تعريف المتوسط الحسابي بأنه مقياس للنزعة المركزية التى يكون مجموع مربعات انحرافات الدرجات عنها أقل ما يمكن .

وبعد المتوسط الحسابي لأى مجموعة ( عشوائية ) من الدرجات تقديراً جيداً ( غير متحيز ) للمتوسط الحسابي للمجتمع ، وهو مقياس أكثر دقة من أى مقياس آخر من مقاييس النزعة المركزية ( مثل الوسيط والمودال ) .

٥ - يتأثر المتوسط الحسابي بعدد الدرجات ، فكلما كان عدد الدرجات كبيراً كلما كان المتوسط الحسابي أكثر ثباتاً وأكثر تعبيراً عن متوسط المجتمع ، وهذا هو ما نعنيه بتقدير جيد لمتوسط المجتمع .

٦ - لا يمكن جمع المتوسطات الحسابية لعدة مجموعات من الدرجات إذا كان عدد الدرجات غير متساو . فمثلاً إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من الدرجات هو ١٠ ، والمتوسط الحسابي لمجموعة أخرى هو ١٢ ، فلا نستطيع حساب متوسط المتوسطين إذا كان عدد درجات كل مجموعة مختلفاً عن الأخرى . وبمعنى آخر لا نستطيع حساب المتوسط الحسابي للمتوسطين إلا إذا علمنا عدد درجات كل منهما .

وعلى سبيل المثال الدرجات : ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٦ ، ٧ متوسطها الحسابي = ٧



والدرجات : ٢، ٥، ٦، ٧ متوسطها الحسابي = ٥ ، ولا نستطيع إن  
نجمع المتوسطين ( ٥، ٧ ) أو نحصل على متوسطهما ونعتبره متوسطا  
حسابيا لدرجات المجموعتين . ولكن ما نستطيع فعله هو الحصول على  
المتوسط الحسابي المرجح (الموزون) للمجموعتين أو ما يسمى بمتوسط  
المتوسطات الحسابية .

#### المتوسط الحسابي المرجح Weighted Arithmetic Mean

وهو يسمى المتوسط الحسابي الوزني أو متوسط المتوسطات الحسابية . فإذا  
كان لدينا عدة متوسطات لمجموعات من الدرجات ( أو لعينات مختلفة الأحجام )  
فيمكن إيجاد المتوسط الحسابي العام لتلك المتوسطات .

يكون المتوسط الحسابي الوزني لمجموعتين هو :

$$\frac{\text{مجموع درجات المجموعة الأولى} + \text{مجموع درجات المجموعة الثانية}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى} + \text{عدد درجات المجموعة الثانية}} = \frac{\text{مجم ١} + \text{مجم ٢}}{\text{ن ١} + \text{ن ٢}}$$

وحيث أننا ذكرنا في الخاصية الأولى : أن مجموع الدرجات يساوي حاصل  
ضرب المتوسط الحسابي في عدد الدرجات ، فيكون المتوسط الحسابي الوزني  
لمجموعتين هو :

$$\frac{\text{عدد درجات المجموعة الأولى} \times \text{متوسطها الحسابي} + \text{عدد درجات المجموعة الثانية} \times \text{متوسطها الحسابي}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى} + \text{عدد درجات المجموعة الثانية}}$$

$$\frac{\text{ن ١} \times \text{م ١} + \text{ن ٢} \times \text{م ٢}}{\text{ن ١} + \text{ن ٢}}$$

وينطبق ذلك على المثال المذكور في الخاصية السادسة حيث المتوسط الحسابي للمجموعة الأولى = ٧ وعدد درجاتها = ٦ ، المتوسط الحسابي للمجموعة الثانية = ٥ وعدد درجاتها = ٤ فيكون المتوسط الحسابي للمجموعتين =

$$\frac{٥ \times ٤ + ٧ \times ٦}{٤ + ٦} = \frac{٢٠ + ٤٢}{١٠} = ٦,٢$$

$$٦,٢ = \frac{٢٠ + ٤٢}{١٠}$$

وهذا المتوسط الحسابي هو بالفعل المتوسط الحسابي لدرجات المجموعتين معا ، لأن مجموع درجات المجموعتين معا

$$= (٧ + ٦ + ٥ + ٢) + (٧ + ٦ + ٨ + ٥ + ٧ + ٩) = ٦٢$$

$$\text{الحسابي} = \frac{٦٢}{١٠} = ٦,٢$$

وبالمثل في حال وجود متوسطات حسابية لعدة مجموعات ( ك ) فإن المتوسط الحسابي العام ( الوزني ) لتلك المجموعات هو :

$$\frac{١ \times ١ + ٢ \times ٢ + ٣ \times ٣ + ..... + ن \times ك}{١ + ٢ + ٣ + ..... + ن + ك} = \text{المتوسط الحسابي الوزني}$$

أما إذا كان عدد درجات المجموعات متساوياً ،  $ن_١ = ن_٢ = ..... = ن_ك$  فيمكن الحصول على متوسط المتوسطات بطريقة سهلة وهي :

$$\frac{١م + ٢م + ..... + كم}{ك}$$

وفي حالة مجموعتين متساويتين في عدد الدرجات مثل :

الدرجات : ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٦ مجموعها = ٣٥ ومتوسطها الحسابي = ٧

الدرجات : ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩ مجموعها = ٢٩ ومتوسطها الحسابي = ٥,٨

فإن المتوسط الوزني لهما يساوى أيضا

$$6,4 = \frac{64}{10} = \frac{12,8}{10} = \frac{5,8 \times 5 + 7 \times 5}{5 + 5}$$

لاحظ أن نفس الأسلوب ينطبق على طرح المتوسطات الحسابية .

### ثانيا : الوسيط Median

وهو مقياس آخر من مقاييس النزعة المركزية الشائعة الاستخدام . والوسيط هو الدرجة الوسطى لمجموعة من الدرجات أو هو النقطة التي تقسم توزيع الدرجات إلى نصفين متساويين بحيث يكون عدد الدرجات التي تسبقها مساويا لعدد الدرجات التالية لها .

وتحسب قيمة الوسيط لمجموعة من الدرجات بأخذ الدرجة الوسطى بعد ترتيب الدرجات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا .

فإذا كان لدينا مجموعة الدرجات : ٤ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ فإن الوسيط هو الدرجة رقم ٣ في الترتيب وهي تساوى ٨ .

أما في مجموعة الدرجات : ٤ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٧ ، ١٨ فإن الوسيط هو الدرجة رقم ٥ في الترتيب وهي تساوى ١١ .

ونلاحظ أن عدد الدرجات في المجموعة الأولى خمس درجات وكان

$$\text{ترتيب الوسيط هو } 3 \text{ أى } \frac{1+5}{2} = 3$$

بينما عدد الدرجات في المجموعة الثانية ٩ وكان ترتيب الوسيط هو ٥

$$\text{أى } \frac{1+9}{2} = 5$$

وبصفة إننا عامة كان عدد الدرجات فرديا فإن

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد الدرجات} + 1}{2} = \frac{n + 1}{2}$$

وتكون قيمة الوسيط هي الدرجة التي ترتيبها  $\frac{n+1}{2}$

أما إذا كان عدد الدرجات زوجيا ، مثل مجموعة الدرجات ٢ ، ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٣ فيوجد وسيطين وهما الدرجتان الثالثة والرابعة في هذا المثال .  
وتكون قيمة الوسيط هنا مساوية لمتوسط الوسيطين  $\frac{10 + 7}{2} = 8.5$  .

وبصفة عامة إذا كان عدد الدرجات زوجيا فيوجد وسيطين ترتيبهما

$$\frac{\text{عدد الدرجات (ن)}}{2} ، \frac{1 + \text{ن}}{2}$$

وفي المثال السابق  $\text{ن} = 6$  فيكون ترتيب الوسيطين هما

$$\frac{\text{ن}}{2} ، \left(1 + \frac{\text{ن}}{2}\right) \text{ أي } \frac{6}{2} ، \left(1 + \frac{6}{2}\right)$$

وهما الدرجتان الثالثة والرابعة وقيمتيهما ٧ ، ١٠ . وبذلك فإن قيمة الوسيط

$$\text{هنا هي متوسط هذين الوسيطين} = \frac{(10 + 7)}{2} \text{ أي } 8.5 .$$

وإذا كانت مجموعة الدرجات هي ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٧

$$\text{فإن عدد الدرجات} = 8 \text{ ويكون ترتيب الوسيطين } \frac{8}{2} ، \left(1 + \frac{8}{2}\right)$$

أي الدرجتين الرابعة والخامسة في الترتيب وهما ٩ ، ١١ . وتكون قيمة

$$\text{الوسيط هي متوسط الوسيطين} = \frac{11 + 9}{2} = 10$$

كما يمكن حساب الوسيط للبيانات الترتيبية - فإننا كسأنت  
تقديرات مجموعة من الطلاب هي : ممتاز ، ممتاز ، جيد جدا ، جيد جدا ،  
جيد ، جيد ، مقبول ، مقبول ، مقبول ، مقبول ، مقبول ، ضعيف .  
وعدد هذه التقديرات ١٣ فيكون لدينا وسيط واحد وهو التقدير الذي ترتيبه

$$\frac{1 + 13}{2} = \frac{1 + \text{ن}}{2}$$

وتكون قيمة الوسيط هي التقدير السابع في الترتيب وهو جيد . وبالطبع لا نستطيع حساب المتوسط الحسابي للتقديرات ومن ثم نستعوض عنه بحساب الوسيط .

وإذا كان عدد التقديرات زوجياً فيوجد وسيطين كما ذكرنا من قبل لمجموعة التقديرات فإذا أضفنا للتقديرات السابقة تقدير آخر ( ضعيف مثلاً ) فيكون عدد التقديرات ١٤ ، وبذلك يكون لدينا وسيطين ترتيبيهما  $(\frac{14}{2}, \frac{14}{2} + 1)$  السابع والثامن .

وإذا طبقنا هذا على المثال فيكون الوسيطان هما جيد ، مقبول وبالطبع فإن متوسطهما لا يمكن حسابه لأن القياس الترتيبي لا يجوز جمع بياناته ، ولذلك نقول أن الوسيط يقع بين جيد ومقبول .

#### حساب الوسيط للبيانات المبوبة :

تختلف طريقة حساب الوسيط للبيانات المبوبة عن الدرجات العادية . ففي حال البيانات المبوبة ( جداول التوزيع التكراري ) لا نستطيع أن نرتب الدرجات للتوصل إلى رتبة الوسيط وقيمه ولكننا نستخدم طريقة أخرى ، وهي في الحقيقة مشابهة لطريقة حساب الوسيط للدرجات العادية .

فإذا أردنا حساب الوسيط للبيانات في الجدول التكراري ( ٦ - ٢ ) فإننا نقوم أولاً بحساب التكرار المتجمع الصاعد ( كما بالجدول ٨ - ٢ ) ، ثم نحسب رتبة الوسيط وهي تساوي نصف مجموع التكرارات أي  $\frac{(مجمت)}{2}$  مهما كان عدد الدرجات فردياً أو زوجياً .

وبعد ذلك نحدد الفئة التي يقع فيها الوسيط ، وهي في معظم الأحوال ( وليس دائماً ) تكون فئة أكبر تكرر ، ثم نطبق القانون لحساب الوسيط ، وبذلك يمكن أن نوجز طريقة حساب الوسيط للبيانات المبوبة في الخطوات التالية :

١ - نستخدم جدول التوزيع التكراري في إعداد الجدول التكراري المتجمع الصاعد .

٢ - نحسب رتبة وهي  $\frac{مجمت}{2}$

٣ - نحدد فئة الوسيط ، وهي الفئة التي تحتوي على  $\frac{مجمت}{2}$  من التكرارات المتجمعة ، أي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من أو يساوي رتبة الوسيط .

٤ - نطبق القانون التالي لحساب قيمة الوسيط

قيمة الوسيط = الحد الأدنى لفئة الوسيط +  $\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \times \text{طول فئة الوسيط}$

جدول ( ٣ - ٤ )

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

الحدود العليا للفئات	ت . م . ص
أقل من ٥٣	صفر
أقل من ٥٧	٢
أقل من ٦١	٤
أقل من ٦٥	٧
أقل من ٦٩	١٠
أقل من ٧٣	١٤
أقل من ٧٧	١٩
أقل من ٨١	٢٦
أقل من ٨٥	٣٢
أقل من ٨٩	٣٥
أقل من ٩٣	٣٨
أقل من ٩٧	٤٠

موقع  
الوسيط

فئة الوسيط

ولحساب الوسيط من جدول ( ٣ - ٤ ) فإن:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجموع ت}}{٢} = \frac{٤٠}{٢} = ٢٠$$

وبالتالى فإن ترتيب الوسيط يقع بين ( ت . م . ص ) ١٩ ، ٢٦ أى فى الفئة التى تبدأ ب ٧٧ وتنتهى ب ( أقل من ) ٨١ . ويكون الحد الأدنى لفئة الوسيط = ٧٧ ، وطول الفئة = ٤ ،

$$\text{وقيمة الوسيط} = 77 + \frac{(19 - 20)}{(19 - 26)} \times 2$$

$$= 77 + \frac{19 - 20}{7} \times 2$$

$$= 77 + \frac{2 \times 1}{7}$$

$$= 77 + 0,28$$

$$= 77,28$$

وبالمثل يمكن استخدام الجدول التكرارى المتجمع الهابط ( جدول ٢ - ٩ )  
فى حساب قيمة الوسيط ، حيث نستخدم القانون :

قيمة الوسيط = الحد الأعلى لفئة الوسيط -  $\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الهابط للآلى}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$

جدول ( ٣ - ٥ )

الجدول التكرارى المتجمع الهابط

الحدود الدنيا للفئات	ت . م . هـ
٥٣ فأكثر	٤٠
٥٧ فأكثر	٣٨
٦١ فأكثر	٣٦
٦٥ فأكثر	٣٣
٦٩ فأكثر	٣٠
٧٣ فأكثر	٢٦
٧٧ فأكثر	٢١
٨١ فأكثر	١٤
٨٥ فأكثر	٨
٨٩ فأكثر	٥
٩٣ فأكثر	٢

موقع  
الوسيط

فئة  
الوسيط

$$= 81 - \frac{4 \times (14 - 20)}{7}$$

$$= 81 - \frac{4 \times 6}{7}$$

$$= 81 - 3,43$$

$$= 77,57$$

وهي نفس القيمة التي سبق الحصول عليها باستخدام التكرار المتجمع الصاعد .

ومن الملاحظ أننا نستخدم جدول توزيع تكرارى ( جدول ٢ - ٦ ) فى حساب الوسيط ، وهذا الجدول توزيع تكرارى متصل .

أما إذا كان جدول التوزيع التكرارى غير متصل فإننا نستخدم نفس الطرق السابقة مع استبدال الحد الأدنى لفئة الوسيط بالحد الأدنى الحقيقى لفئة الوسيط . وبالمثل فى حال التوزيع التكرارى المتجمع الهابط نستبدل الحد الأعلى لفئة الوسيط بالحد الأعلى الحقيقى لفئة الوسيط ويعنى هذا أننا يجب أن نحسب الحدود الحقيقية للفئات قبل حساب التكرار المتجمع الصاعد أو الهابط .

مثال ( ٢ ) : إذا كان لدينا التوزيع التكرارى التالى :

جدول ( ٣ - ٦ )

الفئات	١٧-١٥	٢٠-١٨	٢٣-٢١	٢٦-٢٤	٢٩-٢٧	٣٢-٣٠	المجموع
التكرار	٥	٩	١٣	١١	٨	٤	٥٠

فإننا نحسب الحدود الحقيقية للفئات وذلك لتحويل التوزيع من توزيع متقطع ( حيث توجد فراغات بين ١٧ - ١٨ ، ٢٠ - ٢١ ، ٢٣ - ٢٤ ..... وهكذا ) إلى توزيع متصل كما يلى :



جدول رقم (٣ - ٧)

الفئات	١٧-١٥	٢٠-١٨	٢٣-٢١	٢٦-٢٤	٢٩-٢٧	٣٢-٣٠	المجموع
التكرار	٥	٩	١٣	١١	٨	٤	٥٠
الحدود الحقيقية للفئات	١٧,٥-١٤,٥	٢٠,٥-١٧,٥	٢٣,٥-٢٠,٥	٢٦,٥-٢٣,٥	٢٩,٥-٢٦,٥	٣٢,٥-٢٩,٥	

والخطوة التالية هي حساب التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والهابط واستخدامها في حساب الوسيط.

جدول توزيع تكراري (٣ - ٨ أ)

الفئات	التكرار	الحدود الحقيقية للفئات
١٧ - ١٥	٥	١٧,٥ - ١٤,٥
٢٠ - ١٨	٩	٢٠,٥ - ١٧,٥
٢٣ - ٢١	١٣	٢٣,٥ - ٢٠,٥
٢٦ - ٢٤	١١	٢٦,٥ - ٢٣,٥
٢٩ - ٢٧	٨	٢٩,٥ - ٢٦,٥
٣٢ - ٣٠	٤	٣٢,٥ - ٢٩,٥
المجموع	٥٠	

جدول تكراري متجمع  
هابط (٣ - ٨ ب)

ت.م. هـ	الحدود العليا للفئات
٥٠	١٤,٥ فأكثر
٤٥	١٧,٥ فأكثر
٣٦	٢٠,٥ فأكثر
٢٣	٢٣,٥ فأكثر
١٢	٢٦,٥ فأكثر
٤	٢٩,٥ فأكثر

جدول تكراري متجمع  
صاعد (٣ - ٨ ب)

ت.م. ص	الحدود العليا للفئات
٥	أقل من ١٧,٥
١٤	أقل من ٢٠,٥
٢٧	أقل من ٢٣,٥
٣٨	أقل من ٢٦,٥
٤٦	أقل من ٢٩,٥
٥٠	أقل من ٣٢,٥

موقع  
الوسيط

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجموع} + 1}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

قيمة الوسيط باستخدام الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

$$= \frac{\text{الحد الأدنى لفة الوسيط} + \text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{تكرار فة الوسيط}} \times \text{طول الفة}$$

$$= 20,5 + \frac{(25 - 14)}{(27 - 14)} \times 3$$

$$= 20,5 + \frac{3 \times 11}{13}$$

$$= 20,5 + 2,04$$

$$= 22,54$$

قيمة الوسيط باستخدام الجدول التكرارى المتجمع الهابط

$$= \frac{\text{الحد الأعلى لفة الوسيط} + \text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الهابط التالى}}{\text{تكرار فة الوسيط}} \times \text{طول الفة}$$

$$= 23,5 - \frac{(23 - 25)}{(27 - 23)} \times 3$$

$$= 23,5 - \frac{3 \times 2}{13}$$

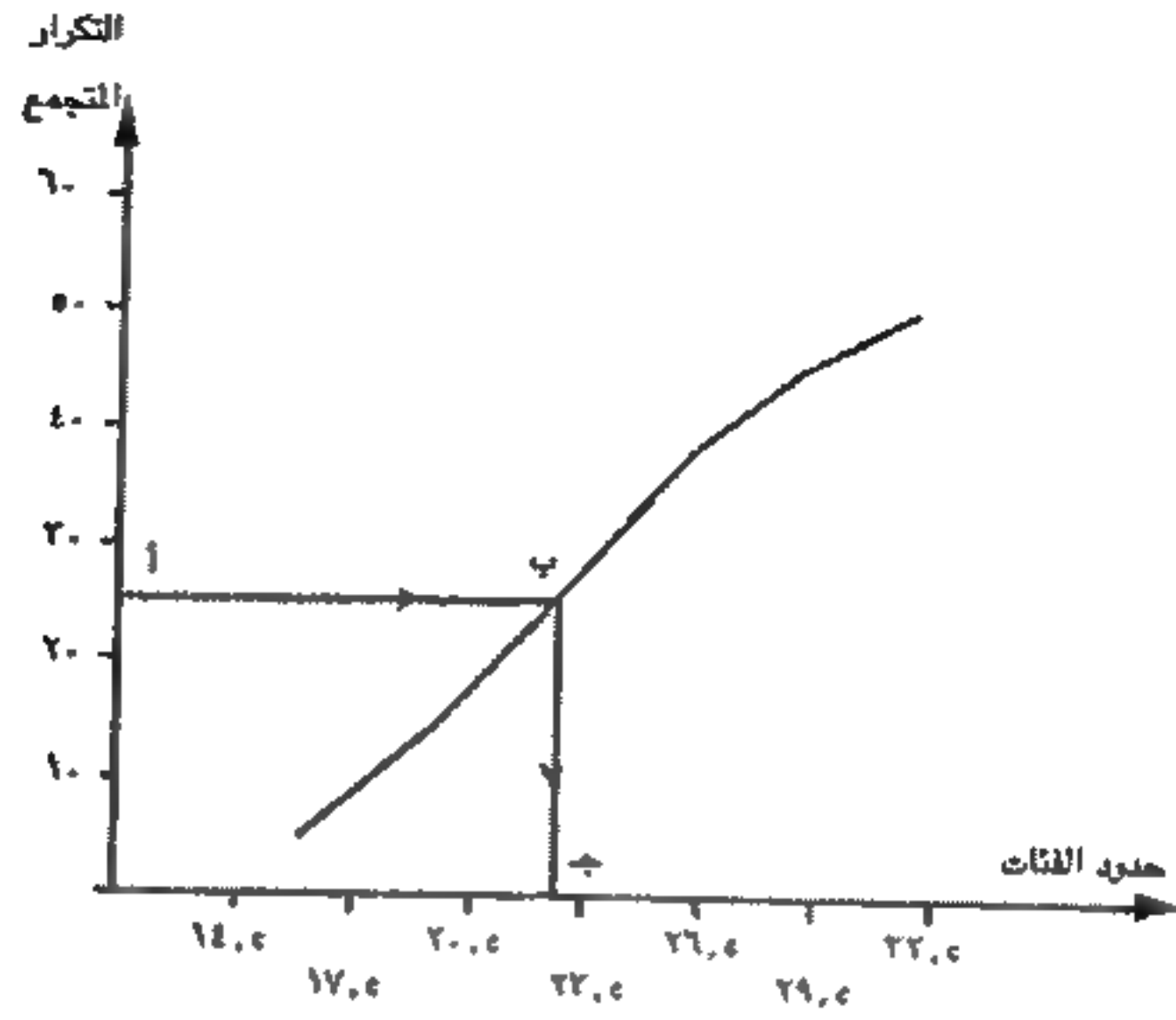
$$= 23,5 - 0,46$$

$$= 22,54$$

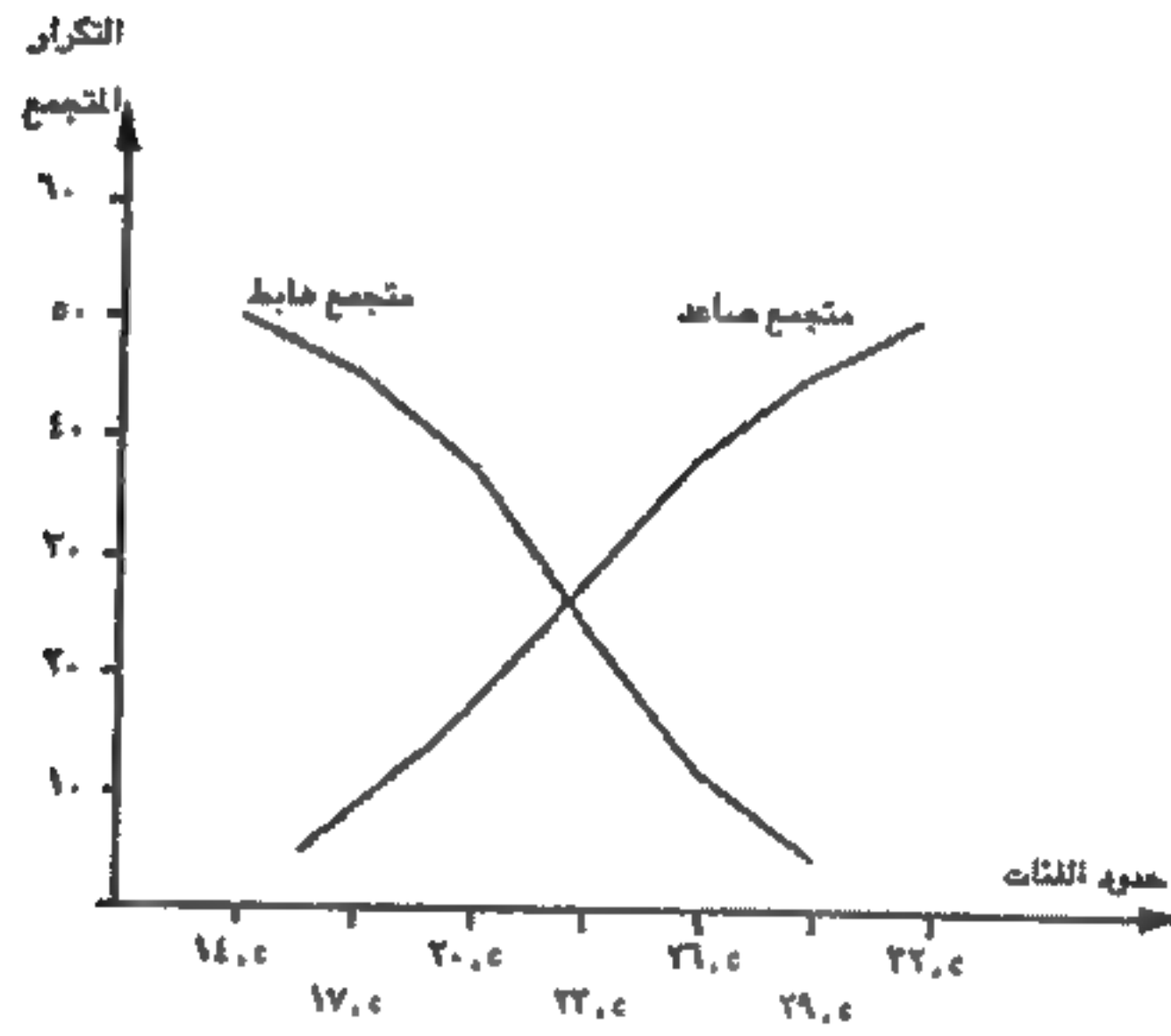
وهى نفس القيمة السابق الحصول عليها باستخدام التكرار المتجمع الصاعد.

حساب الوسيط باستخدام الرسم :

يمكن حساب الوسيط للبيانات المبوبة بطريقة أخرى عن طريق رسم المنحنى المتجمع الصاعد أو الهابط أو كليهما معا ، فإننا مثلنا التكرار المتجمع الصاعد بالجدول رقم ( ٣ - ٨ ب ) فينتج المنحنى المتجمع الصاعد ( شكل ٣ - ١ ) .



شكل رقم (٣ - ١) المنحنى المتجمع الصاعد



شكل رقم (٣ - ٢) المنحنيان المتجمعان الصاعد والهابط

حيث يمثل المحور الأفقى حدود الفئات بينما المحور الرأسى للتردد المتجمع فإذا رسمنا من النقطة ( أ ) ( وهى تمثل التردد المتجمع ٢٥ أى ترتيب الوسيط ) خطا موازيا لمحور الفئات فإنه يقطع المنحنى المتجمع الصاعد فى النقطة ( ب ) ، وإذا رسمنا منها عمودا على محور الفئات فإنه يقطعه فى النقطة ( ج ) ، وتكون النقطة ( ج ) هى قيمة الوسيط وهى أقل من ٢٣,٥ ( ٢٣ تقريبا ) .

أما إذا مثلنا التكرارين المجتمعين الصاعد والهابط معا برسم بياني كما فى الشكل ( ٣ - ٢ ) ، فإن المنحنيين يتقاطعان فى النقطة ( ب ) ، وإذا رسمنا منها خطا موازيا لمحور الفئات فإنه يقطع المحور الرأسى فى النقطة ( أ ) وهى ترتيب الوسيط ( ٢٥ ) ، أما إذا رسمنا من النقطة ( ب ) عمودا على محور الفئات فإنه يقطعه فى النقطة ( ج ) وهى قيمة الوسيط ( ٢٣ تقريبا ) .

#### استخدامات الوسيط :

سبق وأن ذكرنا أن الوسيط هو أحد مقاييس النزعة المركزية الشائعة الاستخدام ، وهو يستخدم بدلا من المتوسط الحسابى فى حال البيانات الترتيبية ( مثل التقديرات أو الدرجة الوظيفية ) لأننا لا نستطيع حساب متوسط التقديرات أو الدرجات الوظيفية ( وإذا تم الاستعاضة عنها بأرقام وحسبنا متوسطها فلا يكون للمتوسط معنى منطقى ) .

فإذا كان متوسط الصف الدراسى لعينة من المدارس هو ٢,٢ فلا يوجد معنى منطقى لهذه القيمة ، ولكننا إذا حسبنا الوسيط وكان يقع بين الصفين الثانى والثالث فيكون له معنى مقبول .

كما يستخدم الوسيط فى حال التوزيعات التكرارية المفتوحة . والتوزيع التكرارى المفتوح هو ذلك التوزيع الذى لا يحدد بداية الفئة الأولى أو نهاية الفئة الأخيرة أو كليهما . فإذا كانت بداية الفئة الأولى فى جدول ( ٣ - ٨ ) غير محددة ( أقل من ١٧ مثلا بدلا من ١٥ - ١٧ ) فلا نستطيع تحديد مركز تلك الفئة وبالتالي يصعب حساب المتوسط الحسابى . وبالمثل إذا كانت نهاية الفئة الأخيرة غير محددة ( ٣٠ فأكثر بدلا من ٣٠ - ٣٢ ) فلا نستطيع حساب مركز الفئة الأخيرة أيضا وبالتالي يصعب علينا حساب المتوسط الحسابى .

ويستخدم الوسيط أيضا فى حال التوزيعات شديدة الالتواء ، ويكون التوزيع ملتو إذا تركزت التكرارات فى أحد الطرفين . فإذا تركزت التكرارات نحو الطرف الأصغر ( الأول ) يكون التوزيع ملتو إلتواء موجبا . أما إذا تركزت التكرارات نحو

الطرف الأكبر ( الثاني ) يكون التوزيع سالب الالتواء . وإذا لم تتركز التكرارات نحو أى من الطرفين فإن التوزيع يكون توزيعاً معتدلاً ( وسوف نناقش التوزيع المعتدل فى الفصل الخامس ) . وعندما يكون التوزيع ملتوياً فإن الوسيط يعبر تعبيراً صادقاً عن البيانات أكثر من المتوسط الحسابى . ولذلك نستخدم الوسيط دائماً عند الحكم على المفردات الجيدة فى مقاييس الاتجاهات بناء على آراء المحكمين .

### ثالثاً المنوال : Mode

هو أحد مقاييس النزعة المركزية المناسبة لمستويات القياس الاسمى ، ويعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر شيوعاً أو القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها . فالدرجات ١ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ليس لها منوال لأن تكرار الدرجات متساو ، حيث تكررت كل منها مرة واحدة . وكذلك التقديرات ممتاز ، جيد جداً ، جيد ، مقبول ، ليس لها منوال حيث أن كل منها تكررت مرة واحدة .

أما الدرجات : ٤ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ فإن منوالها هو الدرجة ٤ حيث تكررت ثلاث مرات فى حين أن الدرجات الأخرى لم تتكرر سوى مرة واحدة ، وكذلك التقديرات : ممتاز ، جيد جداً ، جيد ، مقبول ، يكون منوالها هو التقدير جيد الذى تكرر مرتين أكثر من تكرار التقديرات الأخرى .

وقد يكون للبيانات منوالين أو ثلاثة وذلك عندما تتساوى تكرارات قيم معينة مثل : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٥ لها منوالين هما : ٤ ، ٥ . والتقديرات ممتاز ، جيد جداً ، جيد ، مقبول ، مقبول لها منوالين هما : جيد ، مقبول ، وكذلك الحالة الاجتماعية : متزوج ، أعزب ، منزوج ، مطلق ، أعزب لها منوالين هما : متزوج وأعزب .

وعندما يكون للبيانات أكثر من منوال فلا يجوز حساب متوسطها لأن ذلك يتنافى مع معنى المنوال ( القيمة الأكثر تكراراً ) ، كما أنه إذا حسب متوسط المنوالين مثلاً فقد يكون لقيمة أقل تكراراً .

### طرق حساب المنوال للبيانات المبوبة :

توجد عدة طرق لحساب المنوال من البيانات المبوبة ، وكل طريقة تؤدي إلى نتيجة مختلفة ، ولذلك فإن قيمة المنوال تقريبية ، وأقل دقة عن الوسيط أو المتوسط الحسابى .

( أ ) إحدى طرق حساب المنوال للبيانات الاسمية هو استخدام الفئة المقابلة لأكبر تكرار ، ففي مثال الحالة الاجتماعية الموضحة بالجدول ( ٣ - ٩ ) يكون المنوال هو : متزوج ويعول ، لأن عدد التكرارات أكثر من الفئات الأخرى .

( جدول ٣ - ٩ ) الحالة الاجتماعية

الفئة	متزوج	أعزب	مطلق	متزوج ويعول	المجموع
التكرار	٢٠	٣٠	١٠	٤٠	١٠٠

ونفس الشيء ينطبق على البيانات الترتيبية .

أما في حال الدرجات المئوية في جدول تكرارى مثل الجدول ( ٣ - ٧ ) فإن المنوال يقع في فئة أكبر تكرار ( ١٣ ) وهى الفئة الثالثة ( ٢١ - ٢٣ ) ، وهذا يقدر المنوال بعدة طرق أولها مركز فئة أكبر تكرار وهو ( ٢٢ ) . وهذه القيمة تقريبية وأقل دقة من الطرق الأخرى التى ستوضحها فيما يلى :

( ب ) الطريقة الثانية لحساب المنوال من جداول التوزيع التكرارى : وهى تعتمد على استخدام تكرارى الفئتين المجاورتين لفئة أكبر تكرار ( الفئتان السابقتان والتالية لفئة المنوال ) وتستخدم هذه الطريقة القانون التالى :

قيمة المنوال = الحد الأدنى الحقيقى لفئة المنوال +

( تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة السابقة لها ) × طول الفئة

( تكرار الفئة الموالية - تكرار الفئة السابقة لها ) + ( تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة التالية لها )

وهذه المعادلة لا تستخدم مع البيانات الاسمية الترتيبية . ويتطبيق هذه المعادلة على جدول ( ٣ - ٧ ) فإن الفئة المنوالية هى الفئة ( ٢١ - ٢٣ ) وحدها الحقيقة هى ( ٢٠,٥ - ٢٣,٥ ) وتكرارها ( ١٣ ) . أما تكرار الفئتين السابقتين والتالية فهما ٩ ، ١١ وبذلك فإن قيمة المنوال هى

$$\text{قيمة المنوال} = 20,5 + \frac{3 \times (9 - 13)}{(11 - 13) + (9 - 13)}$$

$$22,5 = \frac{12}{6} + 20,5 = \frac{3 \times 4}{2 + 4} + 20,5 =$$

وإذا استخدمنا هذه الطريقة مع بيانات جدول ( ٢ - ٦ ) حيث فئة المنوال ( ٧٧ - ٨١ ) فإن :

$$\text{قيمة المنوال} = ٧٧ + \frac{٤ \times (٥-٧)}{(٦-٧) + (٥-٧)}$$

$$= ٧٧ + \frac{٤ \times ٢}{١ + ٢}$$

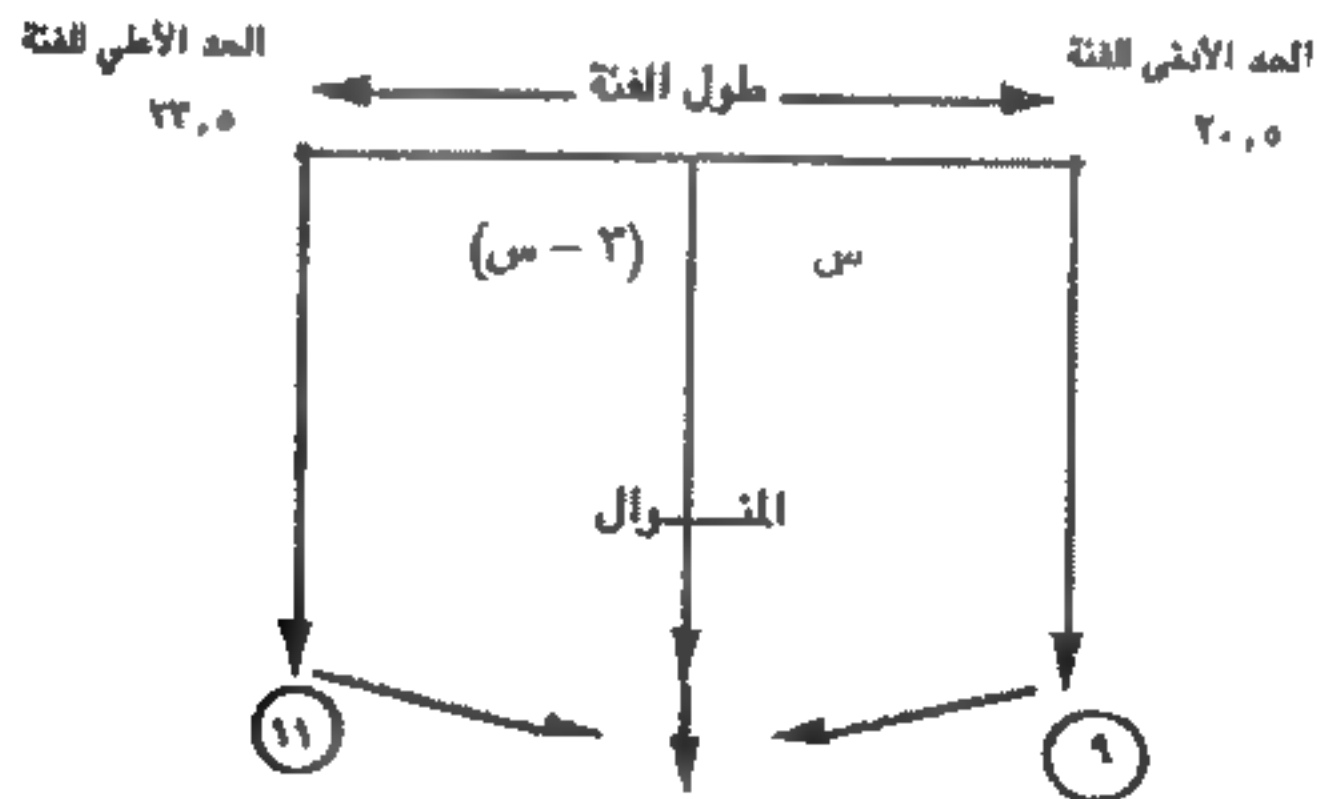
$$= ٧٧ + \frac{٨}{٣}$$

$$= ٧٧ + ٢,٦٧$$

$$= ٧٩,٦٧$$

( ج ) الطريقة الثالثة لحساب المنوال من جداول التوزيع التكرارى تسمى بطريقة الرافعة وهى أكثر الطرق استخداماً ، كما أنها أفضل تقريب لقيمة المنوال .

وتعتمد هذه الطريقة أيضاً على تكرارى الفئتين المجاورتين لفئة المنوال . وتفترض هذه الطريقة أن المنوال قيمة تقع فى فئة اكبر تكرار ويتجاذبها تكرارى الفئتين السابفة والتالية لها بمعنى أنهما قوتان تحاول كل منهما جذب المنوال فى اتجاهها ، ويمكن تمثيل هذه الطريقة بيانياً بالشكل ( ٣ - ٣ ) .



شكل (٣-٣) يمثل طريقة الرافعة لحساب المنوال

وهو يوضح فئة المنوال وبدايتها ( ٢٠.٥ ) ونهايتها ( ٢٣.٥ ) وتكرار فئة المنوال يمثل قوة المنوال لأسفل ، بينما تكرارى الفئتين السابقتين ( ٩ ) والتالية ( ١١ ) هما قوتى جذب لقيمة المنوال ( محور الارتكاز ) .

وينص قانون الرافعة على أن : القوة  $\times$  ذراعها = المقاومة  $\times$  ذراعها ، فإذا كانت إحدى القوتين ( ٩ ) وذراعها هو ( س ) فإن القوة الثانية ( ١١ ) وذراعها ( ٣ - س ) وتكون قيمة المنوال = بداية فئة المنوال + قيمة ( س )

$$\text{حيث } ٩ \times \text{س} = ١١ (٣ - \text{س})$$

$$٩\text{س} = ١١ - ٣٣$$

$$٩\text{س} + ١١\text{س} = ٣٣ \quad \text{ومنها قيمة س} = \frac{٣٣}{٢٠} = ١,٦٥$$

وقيمة المنوال = ٢٠.٥ + ١.٦٥ = ٢٢.١٥ وهى قيمة مختلفة عن تلك التى حصلنا عليها من الطريقة الثانية ( وهى ٢٢.٥ ) .

ويمكن إعادة صياغة طريقة الرافعة بالقانون التالى  
قيمة المنوال =

$$\frac{\text{تكرار الفئة السابقة لفئة المنوال} \times \text{طول فئة المنوال}}{\text{تكرار الفئة السابقة} - \text{تكرار الفئة التالية}} + \text{الحد الأدنى لفئة المنوال}$$

وإذا استخدمنا جدول التوزيع التكرارى ( ٢ - ٦ ) لحساب المنوال بطريقة الرافعة ، حيث فئة المنوال هى ( ٧٧٠ - ٨١ ) وتكرارى الفئتين السابقتين ( ٥ ) والتالية ( ٦ ) فإن :

$$\text{المنوال} = \frac{٤ \times ٥}{(٦ + ٥)} + ٧٧$$

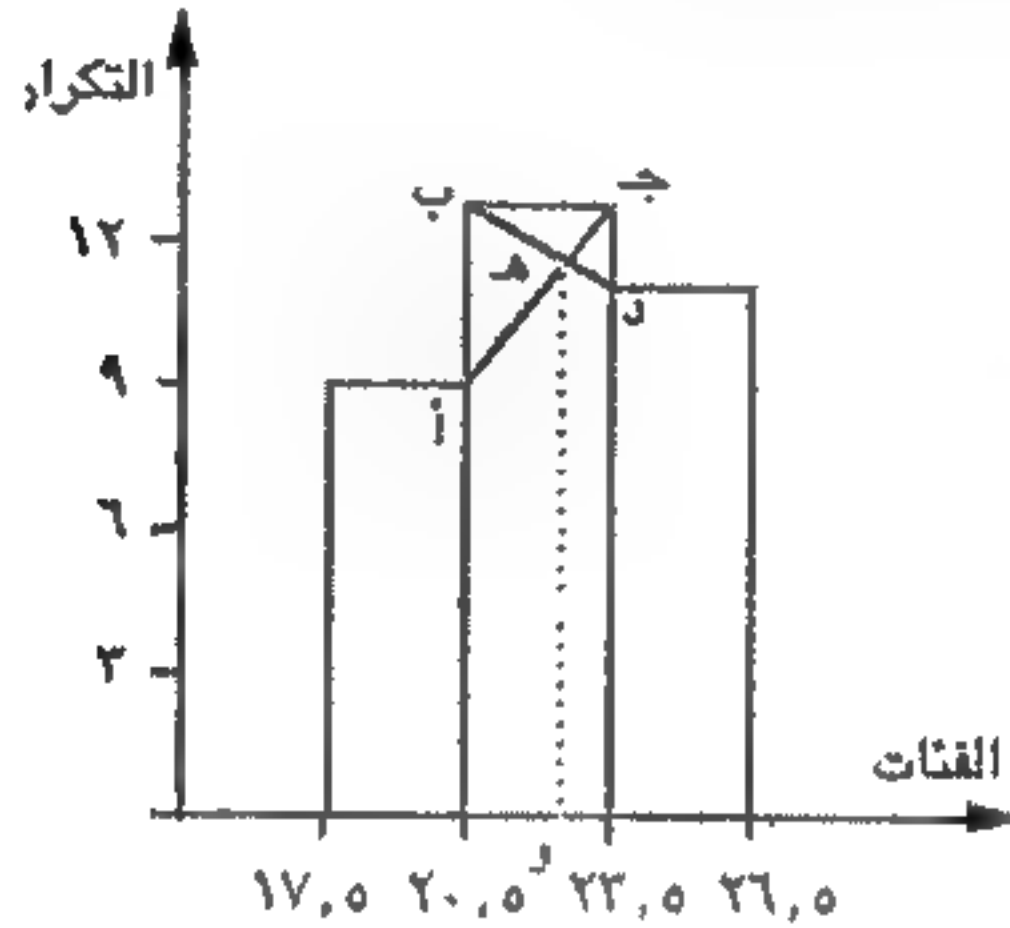
$$= \frac{٢٠}{١١} + ٧٧$$

$$= ٧٧ + ١,٨٢ = ٧٨,٨٢$$

وهى قيمة مختلفة عن تلك التى حصلنا عليها من الطريقة الثانية ولكن بفضل استخدام طريقة الرافعة .



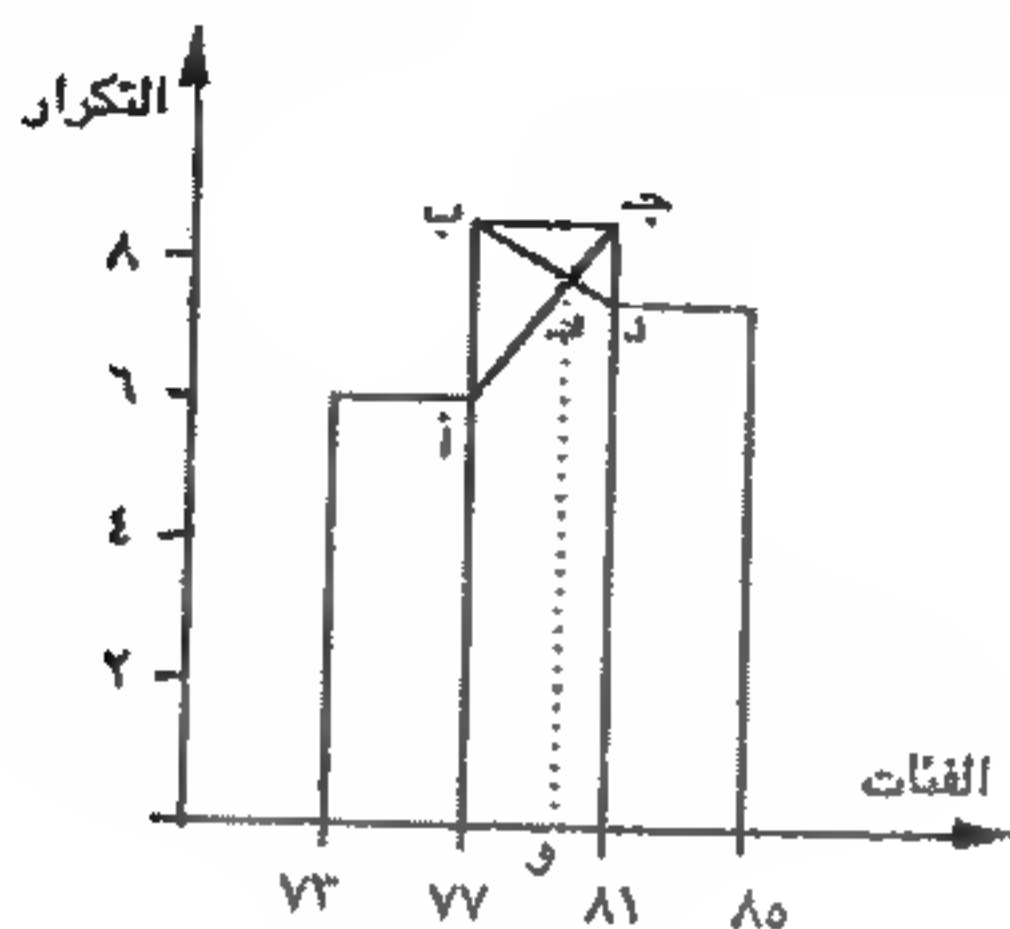
( د ) توجد طريقة رابعة لحساب المنوال باستخدام الرسم ، وهذه الطريقة مشابهة لطريقة الرافعة . وتعتمد هذه الطريقة على تمثيل فئة المنوال والفئتين السابقتين والتالية لها في شكل مستطيلات، ثم توصيل طرفي مستطيل فئة المنوال مع نهاية مستطيل الفئة السابقة ومع بداية الفئة التالية لحساب المنوال . وباستخدام بيانات الجدول ( ٣ - ٧ ) ، فإذا رمزنا إلى نهاية الفئة السابقة للمنوال بالرمز ( أ ) وبداية فئة المنوال بالرمز ( ب ) ونهايتها بالرمز ( ج ) وبداية الفئة التالية للمنوال بالرمز ( د ) ( كما بالشكل ٣ - ٤ ) . ثم نصل ( أ ج ) ، ( ب د ) فإنهما يتقاطعان في نقطة ( هـ ) .



شكل رقم ( ٣ - ٤ ) حساب المنوال

ثم نرسم من النقطة ( هـ ) عموداً على محور الفئات فإنه يقطعه في ( و ) فتكون هي قيمة المنوال ، ومن الواضح أنها أقل من ٢٣,٥ وهي تعادل ٢٢,٣ تقريباً .

وإذا طبقنا هذه الطريقة على بيانات الجدول التكراري ( ٢ - ٦ ) فإن الشكل ( ٣ - ٥ ) يمثل الفئات الثلاث حيث نجد أن قيمة المنوال بالتقريب هي ٧٩ . ومن الواضح أن قيمة المنوال دائماً تقريبية ، حيث تختلف القيم الناتجة من الطرق المختلفة ، وهذا ما يحد من استخدامات المنوال .



شكل رقم (٣-٥)

غير أن المنوال لا يتأثر بالقيم المتطرفة لا اعتماداً على فئة أكبر تكرار والفئتين المجاورتين لها ، في حين أن المتوسط الحسابي والوسيط يتأثران بالقيم المتطرفة . ولذلك فإن قيمة المنوال تعد أكثر ثباتاً واستقراراً في حال وجود قيم متطرفة في التوزيع ( ولكن بصفة عامة قيمة المنوال أقل دقة عن المتوسط والوسيط في وصف البيانات )

وقد يوجد في توزيع تكراري أكثر من منوال عندما تتساوى تكرارات فئتين أو أكثر ، ولكن هذا الأمر غير صحيح بالنسبة للمتوسط الحسابي أو الوسيط حيث يوجد للتوزيع التكراري متوسط حسابي واحد ووسيط واحد فقط . فالمنوال يدل على قمة منحني التوزيع التكراري وأحياناً يكون للتوزيع أكثر من قمة ولكن له متوسط واحد ووسيط واحد .

#### العلاقة بين المتوسط والوسيط والمنوال :

حيث أن المقاييس الثلاثة ( المتوسط ، والوسيط ، والمنوال ) تستخدم لوصف توزيع واحد ، فإنه توجد علاقة تربط بين هذه المقاييس معا ، والعلاقة التي تربط بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة هي :

$$\text{المنوال} = 3 \times \text{الوسيط} - 2 \times \text{المتوسط الحسابي}$$

وإذا طبقنا هذه المعادلة على بيانات الجدول ( ٣ - ٧ ) حيث المتوسط

الحسابي = ٢٣,٢ والوسيط = ٢٣,٠٤

فتكون قيمة المنوال =  $٢٣,٢ \times ٢ - ٢٣,٠٤ \times ٣$

$$٢٢,٧٢ = ٤٦,٤ - ٦٩,١٢ =$$

وهي قيمة مختلفة عن القيمتين السابق الحصول عليهما من الطريقتين الثانية والثالثة (٢٢,٥ ، ٢٢,١٥) ، وكذلك إذا استخدمنا بيانات الجدول (٢ - ٦) حيث كان المتوسط الحسابي = ٧٦,٣ والوسيط = ٧٧,٥٧ .

فيكون المنوال =  $٧٦,٣ \times ٢ - ٧٧,٥٧ \times ٣$

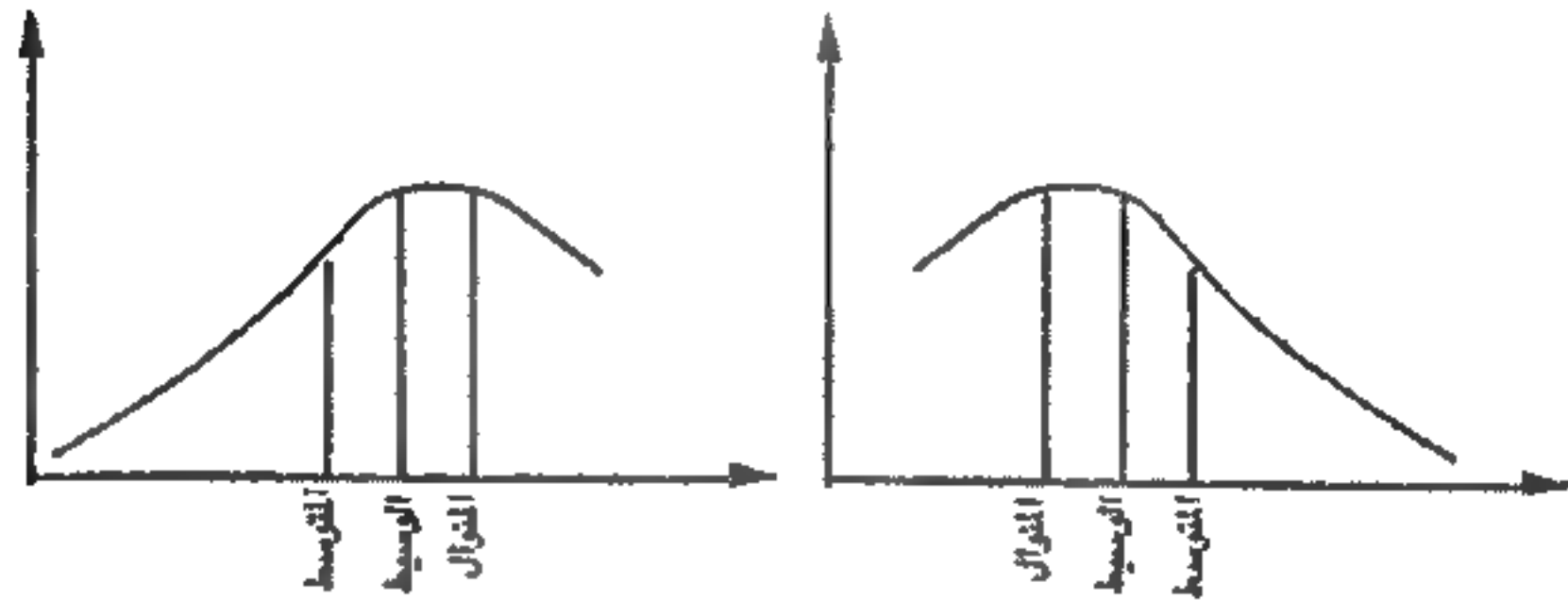
$$٨٠,١١ = ١٥٢,٦ - ٢٣٢,٧١ =$$

وهي قيمة مختلفة أيضا عن القيمتين السابق الحصول عليهما (٧٩,٦٧ ، ٧٨,٨٢) .

كما أنه توجد علاقة أخرى بين المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال طبقا لتوزيع البيانات فإذا كان التوزيع ملتو التواء موجبا فإن قيمة المتوسط الحسابي تكون أكبرها بينما قيمة المنوال هي أصغرها ، ويقع الوسيط بينهما ( أنظر شكل ٣ - ١٦ ) .

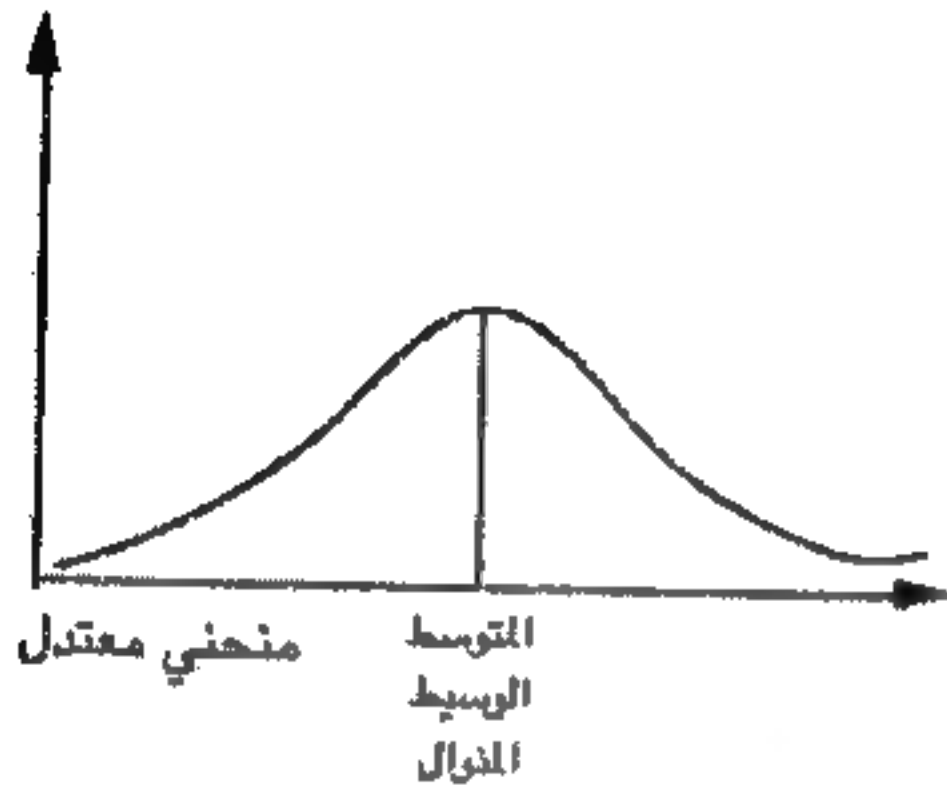
أما إذا كان التوزيع سائب الالتواء فإن قيمة المتوسط الحسابي تكون أصغرها وقيمة المنوال أكبرها ، ويقع الوسيط بين المتوسط الحسابي والمنوال ( شكل ٣ - ٦ ) .

أما في حال التوزيع الاعتدالي فإن المقاييس الثلاثة تكون متساوية وتقسم التوزيع إلى نصفين متماثلين ( شكل ٣ - ٦ ج ) .



شكل (٣ - ٦ ب) (التواء سائب)

شكل (٣ - ١٦) (التواء موجب)



شكل (٢ - ٦ ج)

ويعنى هذا انه إذا كان المتوسط الحسابى اكبر من الوسيط يكون الالتواء موجباً حيث يكون الطرف الأطول للمنحنى هو الطرف الأيمن . أما إذا كان المتوسط أصغر من الوسيط فيكون الالتواء سالباً حيث يكون الطرف الأطول للمنحنى هو الطرف الأيسر ، كما تعتمد قيمة الالتواء على حجم الفرق بين المتوسط

الحسابى والوسيط ( وكذلك الانحراف المعيارى ) .

#### رابعاً الوسط التوافقى : Harmonic Mean

وهو نوع من المتوسطات أو مقاييس النزعة المركزية الذى يستخدم بكثرة فى مجال الاقتصاد ، كما يستخدم فى بعض الاختبارات الاحصائية عند مقارنة المتوسطات المتعددة مثلاً ، والوسط التوافقى هو مقلوب الوسط الحسابى لمقلوبات القيم ، أو هو معكوس ( مقلوب ) المتوسط الحسابى لمعكوسات الدرجات ، وبمعنى آخر إذا رمزنا للدرجات بالرمز ( س ) وللعدد بالرمز ( ن ) فإن الدرجات تكون :

س١ ، س٢ ، س٣ ، ..... ، س١

وتكون مقلوبات الدرجات هي  $\frac{1}{س١} ، \frac{1}{س٢} ، \frac{1}{س٣} ، ..... ، \frac{1}{س١}$

ومتوسط هذه المقلوبات  $\frac{\frac{1}{س١} + \frac{1}{س٢} + \frac{1}{س٣} + ..... + \frac{1}{س١}}{ن}$

ويكون الوسط التوافقى هو :  $\frac{ن}{\frac{1}{س١} + \frac{1}{س٢} + \frac{1}{س٣} + ..... + \frac{1}{س١}}$

أو يمكن القول بأن الوسط التوافقي يساوي عدد الدرجات مقسوماً على مجموع معكوسات الدرجات .

ومثال ذلك إذا كانت لدينا مجموعة الدرجات السابقة : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ،

$$\frac{1}{4} , \frac{1}{9} , \frac{1}{5} , \frac{1}{4} , \frac{1}{6} , \frac{1}{4} , \frac{1}{9} , \frac{1}{4} = \text{فإن معكوس الدرجات هو}$$

$$\text{والوسط التوافقي} = \frac{\text{عدد الدرجات وهو } 8}{\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{8}{0,20 + 0,143 + 0,125 + 0,167 + 0,25 + 0,20 + 0,111 + 0,25} = 0,523 = \frac{8}{1,446}$$

لاحظ أننا استخدمنا ثلاثة أرقام عشرية أثناء حساب الوسط التوافقي لتكون العمليات الحسابية أكثر دقة ، كما نلاحظ أيضاً أن المتوسط الحسابي لهذه الدرجات كان ( ٦ ) وهو قريب من قيمة الوسط التوافقي .

وفي حال التوزيعات الملتوية قد نقوم بتحويل الدرجات باستخدام معكوس

$$\left( \frac{1}{x} \right) \text{ الدرجة (مقلوب)}$$

وفي هذه الحالة يكون متوسط الدرجات المحولة ما هو إلا متوسط معكوس الدرجات ، ويكون المتوسط الفعلي للدرجات هو الوسط التوافقي . ومعنى هذا أننا قد نستخدم الوسط التوافقي في حال التوزيعات الملتوية والتي يكون من المناسب معها استخدام معكوس الدرجة  $\left( \frac{1}{x} \right)$  لتحويل التوزيع الملتوي إلى توزيع معتدل .

وفي حال البيانات المبوية <sup>س</sup> في جداول تكرارية نستخدم نفس الطريقة السابقة لحساب الوسط التوافقي ، ويكون القانون المستخدم هو :

$$\text{الوسط التوافقي (البيانات المبوبة)} = \frac{1t + 2t + 3t + \dots + nt}{\frac{1t}{s_1} + \frac{2t}{s_2} + \frac{3t}{s_3} + \dots + \frac{nt}{s_n}}$$

$$= \frac{\text{مجموع } t}{\left( \frac{t}{s} \right) \text{مجموع}}$$

واستخدامات الوسط التوافقي قليلة جداً أو نادرة في العلوم الإنسانية ولذلك فإن كتب الإحصاء لا تهتم به ، ولكننا وضعناه لاستخدامه في حالة تحويل التوزيعات الملتوية ، كما يستخدم في حالة معدلات التغير في الإحصاء السكاني والارقام القياسية ، وكذلك في حالة المقارنات المتعددة للمتوسطات التي سيأتي ذكرها فيما بعد .

#### خامساً الوسط الهندسي : Geometric Mean

وهو نوع آخر من المتوسطات ويستخدم في حالة التوزيعات الملتوية ، ولا يستخدم في العلوم الإنسانية . ويستخدم بكثرة في حالة معدلات التغير مثل حساب معدل التغير السكاني بين زمنى التعداد ، وكذلك في حالة الارقام القياسية

( أحمد عبادة سرحان ، ١٩٦٨ )

والوسط الهندسي هو الجذر النوني لحاصل ضرب مجموعة من الدرجات

$$\text{عدها (ن) والوسط الهندسي} = \sqrt[n]{s_1 \times s_2 \times s_3 \times \dots \times s_n}$$

وإذا افترضنا الدرجات السابقة : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ وعدها ٨

$$\text{فيكون الوسط الهندسي} = \sqrt[8]{s_1 \times s_2 \times s_3 \times \dots \times s_n}$$

$$= \sqrt[8]{4 \times 9 \times 5 \times 4 \times 6 \times 8 \times 7 \times 5}$$

$$= 5.76$$

وهي قيمة قريبة من الوسط التوافقي لنفس الدرجات وهو ٥,٥٣.  
وعادة ما يكون المتوسط الحسابي لمجموعة من البيانات أكبر من الوسط الهندسي، والوسط الهندسي أكبر من الوسط التوافقي لنفس البيانات ( المتوسط الحسابي > الوسط الهندسي > الوسط التوافقي ) .





الفصل الرابع  
مقاييس التشتت  
Measures of Variability





## الفصل الرابع

### مقاييس التشتت

تهتم مقاييس التشتت بالتعرف على مدى إنتشار البيانات أو مدى اختلافها .  
فعدد قياس متغير لمجموعة من الأفراد فإن البيانات تتجمع حول مدى معين من  
الدرجات أحياناً يكون كبيراً مثل مدى الدخل الذي يصل إلى مئات الآلاف أو  
صغيراً مثل مدى الفروق في الطول لمجموعة من طلبة الصف السادس الابتدائي ،  
والذي قد لا يتعدى ١٥ سم . وهذه الفروق في البيانات تدل على الفروق بين  
الأفراد في مجال العلوم الإنسانية عامة ، ولا يكون وصف البيانات كاملاً  
بإستخدام المتوسطات ولكن يجب أن يضاف إليها مقياس آخر عن مدى إنتشار أو  
اختلاف البيانات . وقد فيشر أن مفهوم الاحصاء كدراسة لاختلاف ( تباين )  
البيانات هو نتيجة طبيعة لدراسة عينة من الأفراد كجزء من المجتمع .

فإذا كان متوسط ذكاء مجموعتين من الأفراد هو ١٠٥ فإن هذا لا يعنى أن  
المجموعتين متشابهتان ، فقد تختلف المجموعتان في الفروق بين أفراد كل منهما  
، بمعنى أنهما يختلفان في انتشار الدرجات ، وقد تكون إحدى المجموعتين ممثلة  
للمجتمع بينما تتضمن الأخرى عينة متحيزة .

وسوف نناقش في هذا الفصل ثلاثة مقاييس للتشتت وهى المدى والانحراف  
المعياري ونصف المدى الربيعي .

#### المدى : Range

كثيراً ما يستخدم المدى كمقياس سريع لمعرفة إنتشار الدرجات ، والمدى هنا  
هو الفرق بين أعلى وأقل درجة ، وهو بذلك يختلف قليلاً عما ذكرنا من قبل  
بإضافة واحد إلى الفرق بين أعلى وأقل درجة . وتستخدم معظم البحوث المدى  
بالإضافة إلى أحد مقاييس النزعة المركزية لوصف البيانات . ففي الدرجات  
السابق ذكرها : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ ، يكون المدى هو ٩ - ٤ = ٥ أما  
الدرجات ١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ١١٥ ، ١١٠ ، ١١٣ ، ١١٦ ، ١١١  
فيكون المدى هو ١١٧ - ١٠٨ = ٩

وتؤثر الدرجات المتطرفة على المدى ، ففي حال وجود درجات متطرفة يمكن إهمال أعلى وأقل درجة ونحسب الفرق بين الدرجتين التاليتين لهما . وفي المثال المذكور آنفاً إذا كانت الدرجات :

١٠٠، ١١٢، ١٠٩، ١١٤، ١١٧، ١٠٨، ...، ١١١، ١٣٠ مثلاً فيمكن إهمال الدرجتين ١٠٠، ١٣٠ لأنهما متطرفتان ولا تصلحان لتحديد المدى ، ونستخدم بدلاً منهما الدرجتين التاليتين لهما ( ١٠٨، ١١٧ ) لحساب المدى ، وهو ما يسمى في هذه الحالة شبيه المدى . وبصفة عامة فإن المدى ( أو شبيه المدى ) مقياس سريع لمعرفة تباين أو اختلاف الدرجات .

#### Standard Deviation : الانحراف المعياري

بعد الانحراف المعياري أدق مقاييس التشتت للدرجات ذات مستوى القياس الفئري أو النسبي ، وهو أكثر استخداماً في البحوث المختلفة . فهو يوضح مدى تشتت ( تباين ) الدرجات ، فإذا تساوى متوسطى مجموعتين من الدرجات فلا يدل ذلك على تساوى المجموعتين وإنما ننظر إلى الانحراف المعياري لمعرفة مدى التجانس أو التباين فكما كان الانحراف المعياري صغيراً كلما قل تشتت ( تباين ) الدرجات وزاد تجانسها . وإذا زاد الانحراف المعياري زاد تشتت الدرجات وقل تجانسها .

ويحسب الانحراف المعياري بعد حساب تباين الدرجات ، حيث أن الانحراف المعياري يساوى الجذر التربيعي للتباين ، وتباين مجموعة من الدرجات هو متوسط مجموع مربعات انحراف الدرجات عن متوسطها الحسابي . ولذلك فإن حساب التباين لمجموعة من الدرجات ( الفئرية أو النسبية ) يتم حسب الخطوات التالية :

- ١ - حساب المتوسط الحسابي للدرجات ( م ) .
- ٢ - حساب انحراف كل درجة من الدرجات عن المتوسط الحسابي ح = س - م ، لاحظ أن مجموع الانحرافات عن المتوسط الحسابي يساوى الصفر وهو أحد خواص المتوسط الحسابي .
- ٣ - تربيع الانحرافات وجمعها فينتج مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي ( مج ح<sup>٢</sup> ) .
- ٤ - نقسم مجموع مربعات الانحرافات على عدد الدرجات فينتج التباين

$$\left( \sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \right) \text{ حيث } \bar{x} \text{ ترمز للتباين .}$$

٥ - لحساب الانحراف المعياري نوجد الجذر التربيعي للتباين

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2}$$

مثال (١) : إذا فرضنا مجموعة من الدرجات هي : ٤، ٩، ٥، ٤، ٦، ٨، ٧، ٥ ومتوسطها  $\bar{x} = \frac{48}{8} = 6$  والتي يمكن تنظيمها بالجدول التالي :

جدول ( ٤ - ١ ) لحساب الانحراف المعياري

مربعات الانحرافات $\sum x^2$	الانحرافات $\sum x - n\bar{x}$	الدرجات (س)	مسلسل
٤	٢ - = ٦ - ٤	٤	١
٩	٣ + = ٦ - ٩	٩	٢
١	١ - = ٦ - ٥	٥	٣
٤	٢ - = ٦ - ٤	٤	٤
صفر	٠ = ٦ - ٦	٦	٥
٤	٢ + = ٦ - ٨	٨	٦
١	١ + = ٦ - ٧	٧	٧
١	١ - = ٦ - ٥	٥	٨
٢٤	صفر	٤٨	المجموع

$$\sigma = \sqrt{\frac{24}{8} - 6^2} = \sqrt{3} \text{ ويكون التباين } (\sigma^2) = 3$$

$$\text{والانحراف المعياري } \sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \frac{(\sum x)^2}{n^2}} = \sqrt{\frac{24}{8} - \frac{1^2}{8}} = 1,73$$

مثال (٢) : إذا استخدمنا الدرجات التالية :

١١٢، ١٠٩، ١١٤، ١١٧، ١٠٨، ١١٥، ١١٠، ١١٣، ١١٦، ١١١،

$$\text{والتي متوسطها} = \frac{1125}{10} = 112,5$$

فيتم حساب الانحراف المعياري كما يلي :

جدول (٤ - ٢) لحساب الانحراف المعياري

مربعات الانحرافات $\sum x^2$	الانحرافات $\sum x - n \cdot \bar{x}$	الدرجات (س)	مسل
٠,٢٥	٠,٥ - ١١٢,٥ - ١١٢	١١٢	١
١٢,٢٥	٣,٥ - ١١٢,٥ - ١٠٩	١٠٩	٢
٢,٢٥	١,٥ +	١١٤	٣
٢٠,٢٥	٤,٥ +	١١٧	٤
٢٠,٢٥	٤,٥ -	١٠٨	٥
٦,٢٥	٢,٥ +	١١٥	٦
٦,٢٥	٢,٥ -	١١٠	٧
٠,٢٥	٠,٥ +	١١٣	٨
١٢,٢٥	٣,٥ +	١١٦	٩
٢,٢٥	١,٥ -	١١١	١٠
٨٢,٥٠	صفر	١١٢٥	المجموع

$$\text{ويكون التباين } \sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \frac{(\sum x)^2}{n^2} = \frac{82,50}{10} = 8,25$$

$$\text{والانحراف المعياري } \sigma = \sqrt{8,25} = 2,87$$

وبلاحظ من المثال السابق أن العمليات الحسابية أصعب قليلا من المثال الأول بسبب وجود أرقام عشرية في المتوسط الحسابي ( ١١٢.٥ ) وتكون العمليات الحسابية أكثر تعقيدا بزيادة الأرقام العشرية . فإذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من الدرجات ١٥.٤٣٣ ، فإن الانحرافات سوف تحتوى على ثلاثة أرقام عشرية ، أما مربعاتها فسوف تحتوى على ستة أرقام عشرية ، وبذلك تتعقد العمليات الحسابية مما يتطلب وجود طريقة أخرى أيسر استخداماً .

#### حساب الانحراف المعياري من الدرجات العادية :

وللتغلب على العمليات الحسابية المذكورة آنفاً فيتم اتباع الخطوات التالية :

- ١ - نحسب مجموع الدرجات ( مج س ) ومتوسطها الحسابي ( م ) .
- ٢ - نحسب مربع الدرجات ( س<sup>٢</sup> ) ونوجد مجموعها ( مج س<sup>٢</sup> ) .
- ٣ - نحسب التباين ع<sup>٢</sup> باستخدام القانون التالي :

$$ع^2 = \frac{\text{مج س}^2}{ن} - م^2 \quad \text{أو} \quad ع^2 = \frac{\text{مج س}^2 - \text{مج س} \times م}{ن}$$

وهذا القانون المذكور هو اختصار رياضي للقانون ع<sup>٢</sup> =  $\frac{\text{مج ح}^2}{ن}$

حيث أن ح<sup>٢</sup> = ( س - م )<sup>٢</sup>

$$\text{فإن} \quad ع^2 = \frac{\text{مج (س - م)}^2}{ن} = \frac{\text{مج س}^2 - \text{مج س} \times م + \text{مج س} + \text{مج م}}{ن}$$

$$\text{وبالتالى تكون} \quad ع^2 = \frac{\text{مج س}^2 - \text{مج س} \times م + \text{مج م}}{ن}$$

ر حيث أن مج س = م × ن فإن :

$$ع^2 = \frac{\text{مج س}^2 - \text{مج س} \times م + \text{مج م}}{ن}$$

$$\bar{E} = \frac{\text{مج س}^2 - \text{م مج س}}{n}$$

$$\bar{E} = \frac{\text{مج س}^2}{n} - \frac{\text{م (مج س)}}{n}$$

$$\bar{E} = \frac{\text{مج س}^2}{n} - \text{م}^2$$

وتطبيق هذا القانون على بيانات المثال الأول تكون كما يلي : الدرجات (س) هي ٤، ٩، ٥، ٤، ٦، ٨، ٧، ٥ ومجموعها ٤٨.

ومربعات الدرجات (س<sup>٢</sup>) هي : ١٦، ٨١، ٢٥، ١٦، ٣٦، ٦٤، ٤٩،

٢٥ ومجموعها ٣١٢ والمتوسط الحسابي (م) =  $\frac{\text{مج س}}{n} = \frac{48}{8} = 6$

$$\bar{E} = \frac{\text{مج س}^2 - \text{م مج س}}{n} = \frac{48 \times 6 - 312}{8}$$

$$\bar{E} = \frac{48 \times 6 - 312}{8}$$

$$\bar{E} = \frac{24}{8} = 3$$

لاحظ أن هذا الكسر يساوي  $\frac{\text{مج ح}^2}{n}$  وهي نفس القيمة السابق الحصول

عليها والانحراف المعياري  $\bar{E} = \sqrt{3} = 1.73$

أما تطبيق هذا القانون على بيانات المثال الثاني فتكون على النحو التالي :



جدول رقم ( ٤ - ٣ ) لحساب الانحراف المعياري

مربعات الدرجات (س <sup>٢</sup> )	الدرجات (س)	مسلسل
١٢٥٤٤	١١٢	١
١١٨٨١	١٠٩	٢
١٢٩٩٦	١١٤	٣
١٣٦٨٩	١١٧	٤
١١٦٦٤	١٠٨	٥
١٣٢٢٥	١١٥	٦
١٢١٠٠	١١٠	٧
١٢٧٦٩	١١٣	٨
١٣٤٥٦	١١٦	٩
١٢٣٢١	١١١	١٠
١٢٦٦٤٥	١١٢٥	المجموع

$$\text{والمتوسط الحسابي (م)} = \frac{1125}{10} = 112,5$$

$$\text{التباين ع}^2 = \frac{\text{مج س}^2 - \text{م مج س}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{126645 - 112,5(1125)}{10}$$

$$\text{ع}^2 = \frac{82,5}{10} \text{ وهي نفس القيم السابقة (مج ح}^2) \text{ ن}$$

$$\text{ع}^2 = 8,25 \text{ وهي نفس القيمة السابق الحصول عليها}$$

$$\text{ويكون الانحراف المعياري} = \sqrt{8,25} = 2,87$$

وقد نلاحظ أن العمليات الحسابية في جدول رقم ( ٤ - ٣ ) أكثر تعقيدا وبالطبع يمكن اختصار ذلك إذا وضعنا خصائص الانحراف المعياري .

**الانحراف المعياري لمجموعتين :**

إذا توفر لنا الانحراف المعياري لمجموعتين ع<sub>١</sub> ، ع<sub>٢</sub> ونود حساب الانحراف المعياري المشترك للمجموعتين ، فيتم ذلك باستخدام القانون التالي :

$$\text{الانحراف المعياري المشترك ( ع )} = \sqrt{\frac{ن_١ ع_١^٢ + ن_٢ ع_٢^٢}{ن_١ + ن_٢}}$$

**خصائص الانحراف المعياري :**

١ - لا يتأثر الانحراف المعياري بإضافة ( أو طرح ) مقدار ثابت من الدرجات ، بينما يتأثر المتوسط الحسابي بنفس القيمة الاضافة ( أو الطرح ) . فإذا اعتبرنا المثال الأول ودرجاته هي : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ وأضفنا مقدار ثابت لكل درجة وهو ( ١٠ ) فتصبح الدرجات : ١٤ ، ١٩ ، ١٥ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨ ، ١٧ ، ١٥ ومتوسطها ١٦ .

وتكون الانحرافات عن المتوسط هي : ( ١٦ - ١٤ ) ، ( ١٦ - ١٩ ) ، ( ١٦ - ١٥ ) ، ( ١٦ - ١٤ ) ، وهي : ٢- ، ٣+ ، ١- ، ٢- ، صفر ، ٢+ ، ١+ ، ١- ومجموعها صفر ومجموع مربعات هذه الانحرافات = ٤ + ٩ + ١ + ٤ + صفر + ٤ + ١ + ١ + ٢٤ = ٢٤ والانحراف

$$\text{المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجموع ح}^٢}{ن}} = \sqrt{\frac{٢٤}{٨}} = \sqrt{٣} = ١,٧٣$$

وهي نفس القيمة السابق الحصول عليها .

أما إذا أخذنا المثال الثاني حيث الدرجات هي :

١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ١١٥ ، ١١٠ ، ١١٣ ، ١١٦ ،

١١١ فإذا طرحنا ١٠٠ من كل درجة تصبح الدرجات :

١٢ ، ٩ ، ١٤ ، ١٧ ، ٨ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ١١ ومتوسطها =

١٢,٥ وانحرافاتهما عن المتوسط هي : ٠,٥- ، ٣,٥+ ، ١,٥+ ، ٤,٥- ،

٤,٥- ، ٢,٥+ ، ٢,٥- ، ٣,٥+ ، ١,٥- ومجموعها يساوي الصفر .

أما مجموع مربعاتها =  $0,25 + 12,25 + 2,25 + 20,25 + 0,00 + \dots$

$$2,25 = 82,50 \text{ ويكون الانحراف المعياري } = \sqrt{\frac{82,50}{10}} = 2,87$$

وهي نفس القيمة التي سبق الحصول عليها

لاحظ أن المتوسط الحسابي يتأثر بالإضافة (أو الطرح) بنفس المقدار

الثابت.

٢ - أما الخاصية الثانية فهي أن ضرب الدرجات في (أو قسمتها على) مقدار ثابت ينتج عنه ضرب الانحراف المعياري في (أو قسمته على) نفس المقدار الثابت. ولهذه الخاصية كما لسابقتها إثبات رياضي لكننا سنقتصر على المثال فقط. فإذا ضربنا درجات المثال الأول في خمسة فتصبح الدرجات كما يلي :-

$$5 \times 5, 5 \times 7, 5 \times 8, 5 \times 6, 5 \times 4, 5 \times 5, 5 \times 9, 5 \times 4$$

$$25, 35, 40, 30, 20, 25, 45, 20$$

ومجموع هذه الدرجات =  $240 = 5 \times 48$

$$\text{والمتوسط الحسابي } = \frac{240}{8} = 30$$

يعني هذا أن المتوسط الحسابي تغير من ٦ إلى ٣٠، أي بالضرب في نفس المقدار الثابت. وتصبح انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابي كما يلي :  $(20-30), (30-45), (30-25), (30-20), (30-20), \dots, (30-25)$

وهي -١٠، ١٥، -٥، -١٠، صفر، ١٠، -٥، ٥، -٥ ومجموعها = صفر ومربعات الانحرافات : ١٠٠، ٢٢٥، ١٠٠، ٢٥، ١٠٠، صفر، ١٠٠، ٢٥

$$\text{ومجموعها } = 600 \text{ والانحراف المعياري } = \sqrt{\frac{600}{8}} = 2,70$$

=  $1,732 \times 5 = 8,66$  ومن الواضح أن النتيجة هي ضرب الانحراف المعياري السابق للحصول عليه في نفس المقدار الثابت (وهو ٥).

٣ - يتأثر الانحراف المعياري بالقيم المتطرفة مثل المتوسط الحسابي. فإذا كانت أحد درجات المثال السابق متطرفة مثلا الدرجة ٩ أصبحت ١٩ فإن الانحراف

المعياري تصبح قيمته كما يلي :

$$\text{الدرجات : } 4, 19, 5, 4, 6, 8, 7, 5 = \frac{58}{8} = 7,25$$

$$\begin{aligned} & \text{الانحرافات : } -3,25, 11,75, -25, -3,25, 0,25, 0,75, -0,25, 0,25 \\ & + 138,0625 + 10,5625 = 170,0000 \end{aligned}$$

$$\text{ويكون الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{170}{8}} = \sqrt{21,25} = 4,61$$

وبلاحظ أن قيمة الانحراف المعياري للدرجات تغيرت من 1,73 إلى 4,61 ، كما أن المتوسط الحسابي تغير من 6 إلى 7,25 .

٤ - قيمة الانحراف المعياري لمجموعة من الدرجات أقل من متوسطها الحسابي وفي حال التوزيع الاعتدالي للدرجات يكون المتوسط أكبر من ثلاثة أمثال الانحراف المعياري . وكلما قلت النسبة عن ذلك أدت إلى التواء في توزيع الدرجات ( وسوف نتحدث عن التواء التوزيع في هذا الفصل ) .

أما إذا كان الانحراف المعياري أكبر من المتوسط الحسابي فهذا دليل أكيد على التواء التوزيع . وبلاحظ أيضا أن مدى الدرجات في التوزيع الاعتدالي يساوي ستة أمثال الانحراف المعياري ، أما التوزيعات الأخرى ( غير الاعتدالية ) فيكون الانحراف المعياري على الأقل نصف المدى إلا إذا لم يكن هناك تشتت للدرجات ( Sprinthall, 1994: 54 ) .

#### حساب الانحراف المعياري للبيانات المبوبة :

يتم عادة حساب الانحراف المعياري للدرجات ( الفئوية أو النسبية ) في البحوث كما سبق أن وضعنا ، أما كانت البيانات المتاحة في شكل جدول توزيع تكراري فيمكن حساب الانحراف المعياري للتوزيع بأحد الطرق التالية :

#### أولا : طريقة مراكز الفئات :

نستخدم في هذه الطريقة مراكز الفئات في حساب الانحراف المعياري ، وهي تعد الطريقة العادية لحساب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري . حيث نفترض في هذه الطريقة أن تكرارات كل فئة تتساوى في الدرجة مع مركز الفئة ،

وبالتالى فإن حاصل ضرب التكرارات فى مراكز الفئات يؤدى إلى المجموع الكلى للدرجات والذي استخدمناه من قبل فى حساب المتوسط الحسابى . وسوف نستخدم هذه الطريقة أيضا لحساب الانحراف المعيارى .

وإذا اعتبرنا جدول التوزيع التكرارى رقم ( ٢ - ٧ ) فأننا نتبع الخطوات التالية لحساب الانحراف المعيارى بطريقة مراكز الفئات .

- ١ - نحدد مركز كل فئة من فئات التوزيع ( س ) .
- ٢ - نضرب مركز كل فئة فى تكرارها ( س × ت ) ثم نحسب المتوسط الحسابى للتوزيع .
- ٣ - نضرب حواصل الضرب فى مركز كل فئة فينتج ( س × س × ت = س<sup>٢</sup> × ت ) .
- ٤ - نجمع المربعات ( مج س<sup>٢</sup> × ت ) ثم نطبق القانون التالى لحساب التباين :

$$ع^٢ = \frac{\text{مج س}^٢ \times \text{ت} - \text{مج س} \times \text{ت}^٢}{\text{مج ت}} \quad \text{أو} \quad \left( \frac{\text{مج س}^٢ \times \text{ت}}{\text{مج ت}} - \frac{\text{مج س} \times \text{ت}^٢}{\text{مج ت}} \right)$$

٥ - نحسب الانحراف المعيارى وهو الجذر التربيعى للتباين ع .

جدول ( ٤ - ٤ ) لحساب الانحراف المعيارى بطريقة مراكز الفئات

الفئة	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س × ت	س <sup>٢</sup> × ت
-٥٣	٢	٥٥	١١٠	٦٠٥٠
-٥٧	٢	٥٩	١١٨	٦٩٦٢
-٦١	٣	٦٣	١٨٩	١١٩٠٧
-٦٥	٣	٦٧	٢٠١	١٣٤٦٧
-٦٩	٤	٧١	٢٨٤	٢٠١٦٤
-٧٣	٥	٧٥	٣٧٥	٢٨١٢٥
-٧٧	٧	٧٩	٥٥٣	٤٣٦٨٧
-٨١	٦	٨٣	٤٩٨	٤١٣٣٤

٢٢٧٠٧	٢٦١	٨٧	٣	-٨٥
٢٤٨٤٣	٢٧٣	٩١	٣	-٨٩
١٨٠٥٠	١٩٠	٩٥	٢	٩٧-٩٣
٢٣٧٢٩٦	٣٠٥٢		٤٨	المجموع

$$\text{ويكون المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع ت}}{\text{مجموع}} = \frac{٣٠٥٢}{٤٨} = ٧٦,٣$$

$\text{أو } \frac{\text{مجموع ت}^2}{\text{مجموع}} - \frac{(\text{مجموع ت})^2}{\text{مجموع}}$ $= \frac{٢٣٧٢٩٦}{٤٨} - \frac{٢(٧٦,٣)^2}{٤٨}$ $= ٥٨٢١,٦٩ - ٥٩٣٢,٤$ $= ١١٠,٧١$	$\frac{\text{مجموع ت}^2 - \text{مجموع ت} \times \text{مجموع}}{\text{مجموع}} = \frac{٣٠٥٢ \times ٧٦,٣ - ٢٣٧٢٩٦}{٤٨}$ $= \frac{٢٣٢٨٦٧,٦ - ٢٣٧٢٩٦}{٤٨}$ $= \frac{٤٤٢٨,٤}{٤٨}$ $= ١١٠,٧١ = \text{ع}^2$
---	--

$$\text{والانحراف المعياري ع} = \sqrt{١١٠,٧١} = ١٠,٥٢$$

### ثانيا طريقة الانحرافات عن المتوسط الحسابي:

يمكن حساب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري عن طريق انحراف الدرجات عن المتوسط الحسابي ، أو عن طريق انحراف الدرجات عن وسط فرضي ( مثل حساب المتوسط الحسابي باستخدام الوسط الفرضي ) .

فإذا اعتبرنا جدول التوزيع التكراري السابق ، فيمكن حساب الانحراف المعياري عن طريق انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابي باتباع الخطوات

التالية :

- ١ - نحدد مركز كل فئة ( س )
- ٢ - نضرب مركز كل فئة في تكراراتها ( س ت ) ثم نحسب المتوسط الحسابي .
- ٣ - نحسب انحرافات مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي ( س - م )
- ٤ - نربع انحرافات مراكز الفئات عن متوسط الحسابي ( س - م )<sup>٢</sup>
- ٥ - نضرب مربعات انحرافات مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي في تكراراتها ( س - م )<sup>٢</sup> ت .
- ٦ - نوجد مجموع مربعات انحرافات الدرجات [مجم ( س - م )<sup>٢</sup> ت ] ثم نحسب

$$\frac{\text{مجم (س - م) }^2 \text{ ت}}{\text{مجم ت}} = \text{التباين ع }^2$$

- ٧ - نحسب الانحراف المعياري وهو الجذر التربيعي للتباين

- ويوضح جدول ( ٤ - ٥ ) العمليات الحسابية الموضحة بالخطوات الخمس الأولى .
- جدول ( ٤ - ٥ ) لحساب الانحراف المعياري
- بإستخدام الانحرافات عن المتوسط الحسابي .

الفئة	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س × ت	الانحراف عن المتوسط (س-م)	(س-م) <sup>٢</sup>	(س-م) <sup>٢</sup> ت
-٥٣	٢	٥٥	١١٠	٥٥-٢١,٢=٣٣,٨	١١٤٢,٤٤	٢٢٨٤,٨٨
-٥٧	٢	٥٩	١١٨	٣٧,٨	١٤٢٦,٤٤	٢٨٥٢,٨٨
-٦١	٢	٦٣	١٢٦	٤١,٨	١٧٤٦,٤٤	٣٤٩٢,٨٨
-٦٥	٢	٦٧	١٣٤	٤٥,٨	٢٠٩٦,٤٤	٤١٩٢,٨٨
-٦٩	٤	٧١	٢٨٤	٤٩,٨	٢٤٨٠,٤٤	٩٩٢١,٧٦
-٧٣	٥	٧٥	٣٧٥	٥٣,٨	٢٨٩٤,٤٤	١٤٤٧٢,٢٠
-٧٧	٧	٧٩	٥٥٣	٥٧,٨	٣٣٤٠,٤٤	٢٣٣٨٣,٠٨
-٨١	٦	٨٣	٤٩٨	٦١,٨	٣٨١٨,٤٤	٢٢٩١٠,٦٤
-٨٥	٣	٨٧	٢٦١	٦٥,٨	٤٣٨٠,٤٤	١٣١٤١,٣٢
-٨٩	٣	٩١	٢٧٣	٦٩,٨	٤٨٧٢,٤٤	١٤٦١٧,٣٢
٩٧-٩٣	٢	٩٥	١٩٠	٧٣,٨	٥٤٤٦,٤٤	١٠٨٩٢,٨٨
المجموع	٤٠		٢٠٥٢	صفر		١١٢٨,٤

$$\text{التباين} = \frac{\text{مج} (س-م)^2 ت}{\text{مج ت}} = \frac{4428,4}{40} = 110,71 \text{ (وهي نفس النتيجة السابقة)}$$

$$ع = \sqrt{110,71} = 10,52$$

### ثالثا : طريقة الانحرافات عن وسط فرضي :

سبق استخدام طريقة الانحرافات عن وسط فرضي لحساب المتوسط الحسابي لجدول توزيع تكراري . وهنا نطبق نفس الطريقة لحساب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري الموضح آنفا . وتعتمد هذه الطريقة على خطوات مشابهة للخطوات المذكورة في الطريقة السابقة ونوضحها فيما يلي :

- ١ - نحدد مركز كل فئة ( س )
- ٢ - نختار وسطا فرضيا ( و ف ) ويفضل أن يكون مركز الفئة المقابل لأكبر تكرار.
- ٣ - نطرح الوسط الفرضي من مراكز الفئات للحصول على الانحرافات  
ح = س - و ف
- ٤ - نضرب انحراف كل فئة عن الوسط الفرضي في تكراراتها ( ح ت ) ونحسب مجموعها .
- ٥ - نحسب متوسط الانحرافات م ح ويساوي  $\frac{\text{مج ح ت}}{\text{مج ت}}$
- ٦ - نضرب مربع انحراف كل فئة عن الوسط الفرضي في تكراراتها ( ح<sup>٢</sup> ت ) ونحسب مجموعها .
- ٧ - نحسب التباين باستخدام القانون

$$ع^2 = \frac{\text{مج ح}^2 ت - م ح \text{مج ح ت}}{\text{مج ت}} \text{ حيث م ح متوسط الانحرافات}$$

$$\text{أو } ع^2 = \frac{\text{مج ح}^2 ت}{\text{مج ت}} - (م ح)^2$$



جدول رقم ( ٤ - ٦ ) لحساب الانحراف المعياري  
باستخدام الانحرافات عن وسط فرضي .

الفئة	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	الانحراف عن الوسط الفرضي (ح)	ح × س	ح × س <sup>٢</sup>
-٥٢	٢	٥٥	- ٢٤	- ٤٨	١١٥٢
-٥٧	٢	٥٦	- ٢٠	- ٤٠	٨٠٠
-٦١	٢	٦٣	- ١٦	- ٤٨	٧٦٨
- ٦٥	٢	٦٧	- ١٢	- ٢٤	٤٣٢
-٦٩	٤	٧١	- ٨	- ٣٢	٢٥٦
-٧٣	٥	٧٥	- ٤	- ٢٠	٨٠
-٧٧	٧	٧٩	صفر	صفر	صفر
-٨١	٦	٨٣	٤ +	٢٤	٩٦
-٨٥	٢	٨٧	٨ +	٢٤	١٩٢
-٨٩	٢	٩١	١٢ +	٢٤	٤٣٢
٩٧-٩٣	٢	٩٥	١٦ +	٣٢	٥١٢
المجموع	٤٠			٢٢٤- ١١٦+ ١٠٨-	٤٧٢٠

متوسط الانحرافات عن الوسط الفرضي ( م ح ) =  $\frac{١٠٨-}{٤٠} = - ٢,٧$

ويمكن حساب المتوسط الحسابي وهو = الوسط الفرضي + م ح

$$٧٩ = ٢,٧ - ٧٦,٣ =$$

والتباين = $\frac{\text{م ح}^2 \text{ ت} - \text{م ح مج ت}}{\text{مج ت}}$	أو ع <sup>٢</sup> = $\frac{\text{مج ح}^2 \text{ ت} - (\text{م ح})^2}{\text{مج ت}}$
$\frac{(١٠٨-) (٢,٧-) - ٤٧٢٠}{٤٠} = \text{ع}^2$	$\frac{(٢,٧-) - \frac{٤٧٢٠}{٤٠}}{٤٠} = \text{ع}^2$

$$ع' = 110,71$$

$$\frac{291,6 - 4720}{40} =$$

$$ع' = 110,71$$

ويكون الانحراف المعياري  $ع = \sqrt{110,71} = 10,52$

#### رابعاً : طريقة الانحرافات المختصرة :

سبق الحديث عن استخدام طريقة الانحرافات المختصرة في حساب المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري ، ونستخدم نفس الطريقة لحساب الانحراف المعياري في حال التوزيع التكراري ذو الفئات متساوية الطول . وما يلي موجز خطوات حساب الانحراف المعياري بهذه الطريقة :

- ١ - نحدد مركز كل فئة ( س )
- ٢ - نختار وسطاً فرضياً ( مركز المقابل لأكبر تكرار )
- ٣ - نطرح الوسط الفرضي من مركز كل فئة فننتج الانحرافات ( ح )
- ٤ - نقسم الانحرافات على طول الفئة ( في حالة الفئات متساوية الطول ) فننتج الانحرافات المختصرة ( ح ) .
- ٥ - نحسب حاصل ضرب الانحرافات المختصرة في تكرارات الفئات ( ح ت ) ونجمعها
- ٦ - نضرب الانحرافات المختصرة ( ح ) في حاصل الضرب ( ح ت ) لكل فئة فينتج ( ح ت ) لكل الفئات .
- ٧ - نطبق القانون لحساب التباين ثم الانحراف المعياري .

$$\text{التباين } ع'^2 = \frac{\text{مجم ح' - مج ح' ت}}{\text{مجم ت}} \times$$

$$\text{أو } ع'^2 = \left[ \frac{\text{مجم ح' ت}}{\text{مجم ت}} - (\text{م ح'})^2 \right] \times$$

حيث  $\bar{C}$  هو متوسط الانحرافات المختصرة،  $L^2$  مربع طول الفئة وفيما يلي تطبيق هذه الطريقة على جدول التوزيع التكرارى المستخدم فى الطريقة السابقة

جدول ( ٤ - ٧ ) لحساب الانحراف المعياري باستخدام الانحرافات المختصرة

الفئة	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	الانحراف عن الوسط الفرضي (ح)	الانحرافات المختصرة (ح')	$C \times \frac{1}{h}$	$C \times \frac{1}{h^2}$
-٥٢	٢	٥٥	-٢٤	-٦	-١٢	١٢
-٥٧	٢	٥٩	-٢٠	-٥	-١٠	١٠
-٦١	٢	٦٣	-١٦	-٤	-١٢	١٢
-٦٥	٢	٦٧	-١٢	-٣	-٩	٩
-٦٩	٤	٧١	-٨	-٢	-٨	٨
-٧٣	٥	٧٥	-٤	-١	-٥	٥
-٧٧	٧	٧٩	صفر	صفر	صفر	صفر
-٨١	٦	٨٣	٤	١	٦	٦
-٨٥	٣	٨٧	٨	٢	٦	١٢
-٨٩	٣	٩١	١٢	٣	٩	٢٧
٩٧-٩٣	٢	٩٥	١٦	٤	٨	٣٢
المجموع	٤٠				-٥٦	٢٩٥
					٢٩	
					٢٧	

$$\text{ثم نحسب متوسط الانحرافات المختصرة (م ح)} = \frac{\text{مجموع ح ت}}{\text{مجموع ت}} = \frac{٢٧}{٤٠} = ٠,٦٧٥$$

$$\text{وبالتالى يكون المتوسط الحسابى} = \text{وف} + \text{م ح} \times L = ٧٩ + (٠,٦٧٥) \times ٤$$

$$= ٧٩ + ٢,٧ = ٨١,٧$$

$\left[ \frac{\text{مجموع } T^2}{\text{مجموع } T} - (M)^2 \right] \times \frac{1}{N}$ $= 16 \times \{ 0,456 - 7,375 \} =$ $16 \times 6,919 =$ $110,70 = E^2$ $E = \sqrt{110,70} = 10,52$	<p>والنتيجه =</p> $\frac{\text{مجموع } T^2 - M \times \text{مجموع } T}{\text{مجموع } T}$ $= \frac{16 \times [18,225 - 295]}{40} =$ $= \frac{16 \times 276,775}{40} =$ $E^2 = \frac{4428,4}{40} = 110,71$ $E = \sqrt{110,71} = 10,52$
--	--

وهي نفس القيمة التي سبق الحصول عليها

لاحظ أنه يمكن اختصار الخطوتين ٣ ، ٤ في حساب الانحراف المعياري بطريقة الانحرافات المختصرة كما حدث مع حساب المتوسط الحسابي في الفصل السابق ، ويتم ذلك بإختيار الوسط الفرضي ( ٧٩ مثلاً ) ولا نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي وإنما نحسب الانحرافات المختصرة مباشرة ( ح ) بكتابة صفر أمام الوسط الفرضي وفي عمود الانحرافات المختصرة ، ثم نكتب ١- ، ٢- ، ..... وهكذا أعلى الصفر ، ونكتب ١+ ، ٢+ ، ... وهكذا أسفله فتكون هي الانحرافات المختصرة . وهي في الحقيقة ناتجة عن حساب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي ثم قسمة هذه الانحرافات على طول الفئة . ونشير مرة أخرى أن هذه الطريقة لا تصلح مع جداول التوزيع التكراري المختلفة في طول الفئة ، بمعنى أن طول الفئة الأولى ( أو غيرها ) لا يساوي طول فئة أخرى بالجدول فاختلاف طول أي فئة بالجدول التكراري يؤدي إلى فئات غير متساوية الطول .

ونشير أيضا إلى أن حساب الانحراف المعياري من جداول التوزيع التكراري يؤدي إلى نتيجة غير دقيقة ( كما أشرنا في حالة المتوسط الحسابي ) مما

أدى إلى اقتراح شيبيرد sheppard معامل لتصحيح للانحراف المعياري . وهو طرح  $\frac{1}{12}$  من قيمة التباين المحسوب من الجدول التكراري حتى نحصل على تقدير أكثر دقة للانحراف المعياري المحسوب لنفس الدرجات الأصلية قبل وضعها في جدول توزيع تكراري .

وننصح الباحثين بعدم استخدام جداول التوزيع التكراري لحساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت إلا في حالة عدم توافر بيانات فعلية .

وإذا طبقا معامل التصحيح لتقدير الانحراف المعياري لبيانات التوزيع التكراري المذكور نحصل على :

$$\begin{aligned} \text{الانحراف المعياري (المصحح)} &= \sqrt{\frac{\sum f(x)^2}{n} - 110,71} \\ &= \sqrt{109,38} = 10,46 \end{aligned}$$

وتكون  $E = 10,46$

تقدير الانحراف المعياري للمجتمع :

سبق توضيح طريقة حساب الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات (الفترية أو النسبية) ، وهو يعد مقياسا للتشتت لعينة الدرجات المستخدمة .

أما إذا رغبتنا في معرفة الانحراف المعياري للمجتمع فإننا نستخدم مفهوم درجات الحرية في حسابه ( وهي عدد مفردات العينة ناقصا عدد القيود وهو المتوسط الحسابي لأننا نحسب الانحرافات عن المتوسط الحسابي )

وقد ثبت رياضيا أن الانحراف المعياري للعينة يعد تقديرا متحيزا للانحراف المعياري للمجتمع . ومعنى هذا أننا نستخدم درجات الحرية (  $n - 1$  ) بدلا من حجم العينة (  $n$  ) في حساب الانحراف المعياري الذي يعد مقياسا لتشتت الدرجات في المجتمع .

ويصبح القانون المستخدم لتقدير الانحراف المعياري للمجتمع هو:

$$ع (للمجتمع) = \sqrt{\frac{مج ح^2}{ن - 1} - \frac{مج م^2 - م مج س}{ن - 1}} \quad \text{للدرجات العادية}$$

$$لو ع (للمجتمع) = \sqrt{\frac{مج ح^2 ت}{مج ت - 1} - \frac{مج ح^2 ت - م ح مج ح ت}{مج ت - 1}}$$

للبيانات المبوبة.

ويكون الانحراف المعياري (للمجتمع) من التوزيع التكراري السابق (جدول ٤-٧)

$$هو ع = \sqrt{\frac{٤٤٢٨,٤}{٣٩} - \frac{٤٤٢٨,٤}{١ - ٤٠}} = \sqrt{١١٣,٥٥ - ١٠,٦٦}$$

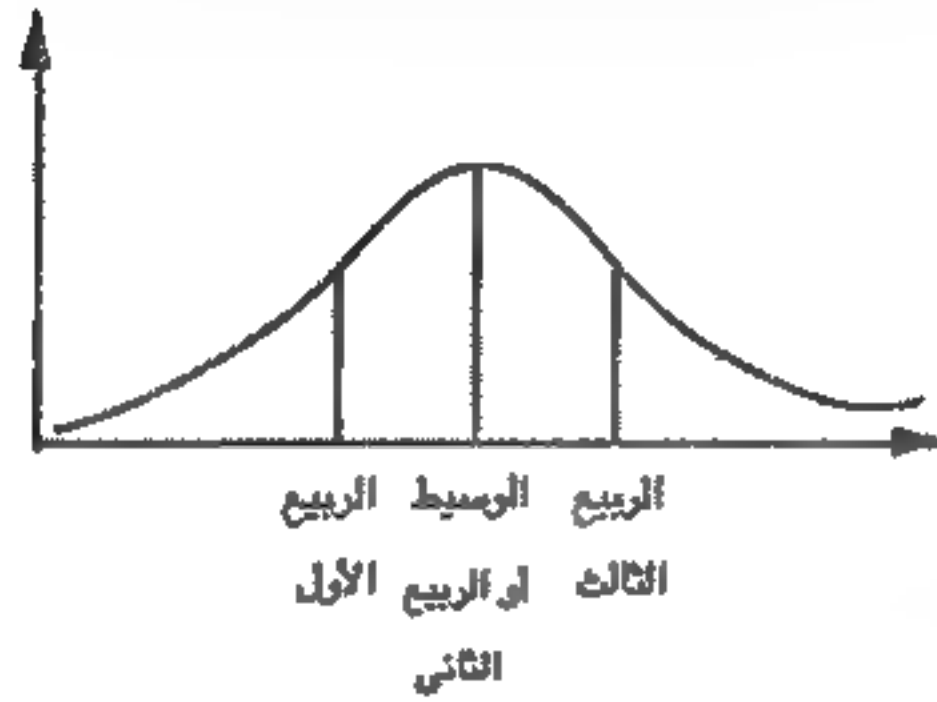
ويستخدم الانحراف المعياري عند المقارنة بين المجموعات، كما يستخدم لتعرف مدى انتشار ظاهرة اجتماعية باستخدام المتوسط  $\pm ٢ ع$  (أو ١ ع) حسب الظاهرة وشكل التوزيع التكراري للدرجات.

#### نصف المدى الربيعي: Semi-Interquartile Range

يعد نصف المدى الربيعي أحد مقاييس التشتت التي تستخدم في حالة التوزيعات الملتوية. والمدى الربيعي هو امتداد للمدى الذي وضعناه من قبل، فقد ذكرنا أنه في حالة الدرجات المنطرفة يمكن حساب المدى بعد حذف الدرجات المنطرفة. وقد يكون هناك أكثر من درجة منطرفة، مما أدى إلى استخدام البعض لحساب شبيه المدى بحذف ١٠٪ من الدرجات المرتفعة و ١٠٪ من الدرجات المنخفضة، ويسمى هذا بالمدى المئيني وهو الفرق بين الدرجتين اللتين تمثلان ٩٠٪، ١٠٪، وتطبق نفس الفكرة مع المدى الربيعي حيث أن المدى الربيعي هو الفرق بين الربع الثالث والربع الأول للتوزيع.

والربيع الثالث هو الدرجة التي يمكن استخدامها في تقسيم التوزيع إلى قسمين أحدهما هو الربع الأعلى من الدرجات والثاني هو الثلاثة أرباع الأولى . والربيع الأول هو الدرجة التي يمكن استخدامها في تقسيم التوزيع إلى قسمين أحدهما هو الربع الأدنى والثاني هو الثلاثة أرباع الأعلى . كما يعد الوسيط هو الربع الثاني ، وهو الدرجة التي تستخدم في تقسيم التوزيع إلى قسمين متساويين كل منهما يمثل ٥٠٪ من التوزيع .

وأحيانا نستخدم مصطلح الأرباعي الأدنى ( أو الأول ) بدلاً من الربيع الأول ومصطلح الأرباعي الأعلى ( أو الثالث ) بدلاً من الربيع الثالث .



وإذا استخدمنا قيم الربيع الأول والوسيط (الربيع الثاني) والربيع الثالث ورسمنا خطوط رأسية عندها فإن التوزيع ينقسم إلى أربعة أقسام كل منها يمثل ٢٥٪ من درجات التوزيع ( كما بالشكل ٤ - ١ ) .

شكل ( ٤ - ١ )

وبعد المدى الربيعي هو الفرق بين قيمتي الربيع الثالث والربيع الأول ، أما نصف المدى الربيعي فينتج من قسمة هذا الفرق على اثنين . وبعد نصف المدى الربيعي مقياس هام للتشتت في حالة التوزيعات المتكوية وفي حالة البيانات الترتيبية . ويتطلب حساب نصف المدى الربيعي معرفة قيمة كلاً من الربيع الأول والربيع الثالث .

مثال ( ١ ) :

فإذا استخدمنا الدرجات : ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٥ فإن حساب الربيع الأول والربيع الثالث يتم باستخدام نفس الطريقة الموضحة من قبل لحساب الوسيط وهي :

١ - ترتيب الدرجات ترتيباً تصاعدياً ( أو تنازلياً )

٢ - نحسب رتبة الربع وهي ٢٥٪ من عدد الدرجات للربع الأول ،  
٧٥٪ من عدد الدرجات للربع الثالث .

٣ - نحسب قيمتي الربع الأول والربع الثالث باستخدام القانون الخاص  
بذلك ( وهي نفس فكرة حساب الوسيط ) .

ويتطابق هذه الخطوات على الدرجات الموضحة فإن ترتيب الدرجات  
تصاعدياً هو ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ وقد سبق حساب الوسيط لهذه  
الدرجات حيث كانت رتبة الوسيط هي  $\frac{N}{2} = \frac{8}{2} = 4$  وتحدد وجود وسيطين  
هما الدرجتين الرابعة والخامسة وهما : ( ٦ ، ٥ ) .

وتكون قيمة الوسيط هي متوسط هاتين الدرجتين  $5,5 = \frac{6+5}{2}$

وبنفس الطريقة نحسب رتبة وقيمة الربعين الأول والثالث .

رتبة الربع الأول = ٢٥٪ من عدد الدرجات =  $\frac{8 \times 25}{100} = 2$

وتكون قيمة الربع الأول هي متوسط الدرجتين الثانية والثالثة ( ٥ ، ٤ )

وهي  $4,5 = \frac{5+4}{2}$

أما رتبة الربع الثالث فهي  $\frac{75}{100}$  من عدد الدرجات  $6 = 8 \times \frac{75}{100}$

وتكون قيمة الربع الثالث هي متوسط الدرجتين السادسة والسابعة ( وهما

$7,5 = \frac{8+7}{2} = ( ٨ ، ٧ )$

وبالتالي فإن المدى الربيعي = الربع الثالث ( ٣ ) - الربع الأول ( ١ )

$$3 = 4,5 - 7,5 =$$

ونصف المدى الربيعي =  $\frac{\text{الربع الثالث (٣) - الربع الأول (١)}}{2}$

$$1,5 = \frac{3}{2} = \frac{4,5 - 7,5}{2} =$$



مثال ( ٢ ) :

وإذا استخدمنا درجات المثال الثاني وهي :

١١٢ ، ١٠٩ ، ١١٤ ، ١١٧ ، ١٠٨ ، ١١٥ ، ١١٠ ، ١١٣ ، ١١٦ ، ١١١

فان ترتيب الدرجات تصاعدياً هو :

١٠٨ ، ١٠٩ ، ١١٠ ، ١١١ ، ١١٢ ، ١١٣ ، ١١٤ ، ١١٥ ، ١١٦ ، ١١٧

وتكون رتبة الربع الأول =  $10 \times \frac{25}{100} = 2,5$ 

وتكون قيمة الربع الأول هي متوسط الدرجتين الثانية والثالثة

$$109,5 = \frac{110 + 109}{2}$$

وكذلك رتبة الربع الثالث =  $10 \times \frac{75}{100} = 7,5$ 

وقيمة الربع الثالث هي متوسط الدرجتين السابعة والثامنة

$$114,5 = \frac{115 + 114}{2}$$

$$\text{ونصف المدى الربيعي} = \frac{15 - 3,5}{2} = \frac{109,5 - 114,5}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

مثال ( ٣ ) :

إذا كان عدد الدرجات فردى مثل : ١٢ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٨ ، ١٩ ،

٢٠ ، ٢١ ، ٢٣ ، ٢٥ فان ترتيب الربع الأول =  $11 \times \frac{25}{100} = 2,75$ 

وقيمة الربع الأول تقع بين الدرجتين الثانية والثالثة ، ونحسب القيمة

بطريقة الاستكمال وهي :

قيمة الربع الأول = قيمة الدرجة الثانية + الفرق بين الدرجتين الثالثة

والثانية  $\times$  ( ترتيب الربع - ٢ )

$$= 13 + (13 - 15) (2 - 2,75)$$

$$= 13 + 0,75 \times 2 = 14,5$$

$$\text{وترتيب الترتيب الثالث} = 11 \times \frac{75}{100} = 8.25$$

وتكون قيمة الربع الثالث تقع بين الدرجتين الثامنة والتاسعة وهي = قيمة الدرجة الثامنة + الفرق بين الدرجتين التاسعة والثامنة (ترتيب الربع - ٨)

$$= (20 - 21) + 8.25 = 20.25$$

$$20.25 = 0.25 \times 1 + 20 =$$

$$\text{ونصف المدى الربيعي} = \frac{14.5 - 20.25}{2} = \frac{5.75}{2} = 2.875$$

لاحظ أن القانون المستخدم هو نفس القانون المستخدم في حالة البيانات المبوبة ( باستخدام طريقة الاستكمال )

حساب نصف المدى الربيعي للبيانات المبوبة :

يمكن حساب نصف المدى الربيعي للبيانات المبوبة في جدول توزيع تكرارى حيث نتبع نفس الخطوات المحددة من قبل لحساب الوسيط ، كما نستخدم نفس قانون الوسيط مع استبدال كلمة الوسيط بالربع الأول أو الثالث والخطوات هي:

١ - نستخدم جدول التوزيع في إعداد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد .

٢ - نحدد رتبة الربع وهي  $\frac{25}{100} \times \text{مجمت للربع الأول}$  ،

$$\frac{75}{100} \times \text{مجمت للربع الثالث}.$$

٣ - نحدد فئة الربع وهي التى تحتوى على التكرار المتجمع

$$\left( \frac{\text{مجمت}}{4} \text{ أو } \frac{3}{4} \text{ مجمت} \right)$$

٤ - نطبق القانون لحساب قيمة الربع

قيمة الربع الأول = الحد الأدنى لفئة الربع الأول +

$$\frac{(\text{ترتيب الربع الأول} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق}) \times \text{طول الفئة}}{\text{تكرار فئة الربع الأول}}$$

وكذلك قيمة الربيع الثالث = الحد الأدنى لفئة الربيع الثالث +  
(ترتيب الربيع الثالث - ت . م . ص . السابق) × طول الفئة  
 ترتيب فئة الربيع الثالث

مثال (١) : ولحساب قيمة الربيع الأول والربيع الثالث من الجدول التكرارى المتجمع المساعد المستخدم فى حساب الوسيط ( جدول ٣ - ٤ )  
 جدول ( ٤ - ٨ )

الجدول التكرارى المتجمع المساعد

	الحدود العليا للفئات	ت . م . ص
فئة الربيع الأول	أقل من ٥٣	صفر
	أقل من ٥٧	٢
	أقل من ٦١	٤
	أقل من ٦٥	٧
	أقل من ٦٩	١٠
	أقل من ٧٣	١٤
فئة الربيع الثالث	أقل من ٧٧	١٩
	أقل من ٨١	٢٦
	أقل من ٨٥	٣٢
	أقل من ٨٩	٣٥
	أقل من ٩٣	٣٨
	أقل من ٩٧	٤٠

$$\text{فان ترتيب الربيع الأول} = \frac{٢٥}{١٠٠} \times \text{م . ج . ت} = \frac{١}{٤} \times \text{م . ج . ت}$$

$$١٠ = ٤٠ \times \frac{١}{٤} =$$

وتكون فئة الربيع الأول هي الفئة التي تبدأ من ٦٥ وحتى أقل من ٦٩ ،  
لاحظ أن التكرار المتجمع الصاعد ١٠ موجود بالجدول ومن ثم تكون قيمة الربيع  
الأول مساوية ٦٩ أو قيمة الربيع الأول =

$$\frac{4 \times (7 - 10)}{3} + 65 =$$

$$69 = \frac{4 \times 3}{3} + 65 =$$

وكذلك ترتيب الربيع الثالث =  $\frac{75}{100} \times$  مج ت

وهو يقع بين التكرارين المتجمعين للصاعدين ( ٢٦ ، ٣٢ )  
وتكون فئة الربيع الثالث هي الفئة تبدأ من ٨١ وحتى أقل من ٨٥

$$\text{قيمة الربيع الثالث} = \frac{4 \times (26 - 30)}{6} + 81 =$$

$$83,67 = 2,67 + 81 = \frac{4 \times 4}{6} + 81 =$$

ونستطيع حساب نصف المدى الربيعي وهو  $\frac{15 - 35}{2}$

$$7,33 = \frac{14,67}{2} = \frac{69 - 83,67}{2} =$$

وكذلك يمكن استخدام الجدول التكراري المتجمع الهابط في حساب الربيع  
الأول والثالث ، حيث تكون قيمة الربيع = الحد الأعلى لفئة الربيع -

$$\left( \frac{\text{ترتيب الربيع} - \text{التكرار المتجمع الهابط}}{\text{تكرار فئة الربيع}} \right) \times \text{طول الفئة}$$

أما ترتيب الربع الأول هنا فيتم حسابه طبقاً للترتيب (من الأسفل للأعلى). فتكون رتبة الربع الأول (هى أول ٢٥٪ من التكرارات) إذا بدأنا من الأسفل للأعلى وتكون عند ٧٥٪ من التكرار وهى تساوى  $30 = 40 \times \frac{75}{100}$

وترتيب الربع الثالث (عكس ذلك) عند  $\frac{25}{100}$  من التكرارات =

$$10 = 40 \times \frac{25}{100}$$

وتقع قيمة الربع الأول فى الفئة (٦٥ - ٦٩) وهى = ٦٩ (كما سبق حسابها) أما قيمة الربع الثالث فتقع من الفئة (٨١ - ٨٥) وهى

$$= 85 - \frac{4 \times (8 - 10)}{6}$$

$$= 85 - 1,33$$

$$= 83,67 \text{ (وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً)}$$

مثال (٢) :

وباستخدام الجدول التكرارى (رقم ٣ - ٧) المستخدم فى حساب الوسيط وكذلك الجدول التكرارى المتجمع الصاعد (رقم ٣ - ٨ ب) لحساب الربيعين الأول والثالث ونصف المدى الربيعى فإن : البيانات تصبح كما بالجدولين (٤ - ٩ ، ٩ - ١٠)

جدول (٤ - ٩) جدول التوزيع التكرارى

الحدود الحقيقية للفئات	التكرار	الفئات
١٧,٥ - ١٤,٥	٥	١٧-١٥
٢٠,٥ - ١٧,٥	٩	٢٠-١٨
٢٣,٥ - ٢٠,٥	١٣	٢٣-٢١
٢٦,٥ - ٢٣,٥	١١	٢٦-٢٤
٢٩,٥ - ٢٦,٥	٨	٢٩-٢٧
٣٢,٥ - ٢٩,٥	٤	٣٢-٣٠

جدول ( ٤ - ١٠ )

الجدول التكراري المتجمع الصاعد

الحدود العليا للفتات	ت . م . ص
أقل من ١٧,٥	٥
أقل من ٢٠,٥	١٤
أقل من ٢٣,٥	٢٧
أقل من ٢٦,٥	٣٨
أقل من ٢٩,٥	٤٦
أقل من ٣٢,٥	٥٠

$$\text{ترتيب الربع الأول} = ٥٠ \times \frac{٢٥}{١٠٠} = ١٢,٥$$

وتكون رتبة الربع الأول بين ت . م . ص ( ١٤, ٥ ) وفئة الربع الأول هي ( ٢٠,٥ - ١٧,٥ )

$$\text{قيمة الربع الأول} = \frac{٣ \times (٥ - ١٢,٥)}{٩} + ١٧,٥ =$$

$$\frac{٣ \times ٧,٥}{٩} + ١٧,٥ =$$

$$٢٠ = ٢,٥ + ١٧,٥ =$$

$$\text{وترتيب الربع الثالث} = ٥٠ \times \frac{٧٥}{١٠٠} = ٣٧,٥$$

وهو يقع بين ت . م . ص ( ٣٨, ٢٧ ) وتكون فئة الربع الثالث هي ( ٢٦,٥ - ٢٣,٥ )

$$\text{قيمة الربع الثالث} = 23,5 + \frac{3 \times (27 - 27,5)}{11}$$

$$= \frac{3 \times 10,5}{11} + 23,5 =$$

$$= 2,86 + 23,5 =$$

$$= 26,36$$

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{20 - 26,36}{2} = \frac{6,36}{2} = 3,18$$

مثال ( ٣ ) : إذا كانت البيانات ترتيبية على النحو التالي  
جدول ( ٤ - ١١ ) توزيع تكرارى متجمع مساعد لتقديرات الاختبار

الفئة	التكرار	ت . م . ص
ممتاز	٣	٣
جيد جدا	١١	١٤
جيد	١٩	٢٣
مقبول	٢٢	٥٥
ضعيف	٨	٦٣
ضعيف جدا	٢	٦٥
المجموع	٦٥	

$$\text{رتبة الربع الأول} = 65 \times \frac{25}{100} = 16,25$$

وتقع قيمة الربع الأول فى فئة جيد ، وتكون قيمته هى جيد ( لا حظ أن قيمة الوسيط هى جيد أيضا ) .

$$\text{أما الربع الثالث} = 65 \times \frac{75}{100} = 48,75$$

وتكون فئة الربيع الثالث هي مقبول ، وكذلك قيمته مقبول أيضا ويمكن الاستعاضة عن فئات التقدير الموضحة بالجدول ( ٤ - ١١ ) باستخدام الرتب من ١ إلى ٦ للتقديرات من ضعيف جدا وحتى ممتاز فتكون الربيع الأول ( جيد ) = ٤

وقيمة الربيع الثالث ( مقبول ) = ٣

ويكون المدى الربيعي هنا بين المقبول والجيد ، ولا نستطيع إعطاء قيمة معينة لذلك كما أن نصف المدى الربيعي هنا لا معنى له .

وكذلك الحال إذا كان الجدول التكراري يمثل المستويات التعليمية ( أمي - يقرأ ويكتب - ابتدائي - اعدادي - ثانوي - جامعي - أعلى من الجامعي ) فيمكن اتباع نفس الطريقة السابقة لحساب كل من الوسيط والربيعين الأول والثالث، ولا نستطيع تحديد قيمة لأي منهم وإنما نحدد فئة أو رتبة فقط .

أما في حالة بنود مقاييس الاتجاهات التي تتبع أسلوب ليكرت فإن فئات الإجابة ترتيبية ، لكننا نستخدم بدلا منها درجات ، ومن ثم يمكن التعامل مع بيانات تلك الأسئلة بنفس الطريقة المتبعة مع الدرجات العادية .

#### المئينيات : Percentiles

يقصد بالمئينيات تلك الدرجات التي يمكن عندها تقسيم التوزيع إلى نسب مئوية معينة ، فالمئيني ٥٠ ( وهو الوسيط أو الربيع الثاني ) يمكن عنده تقسيم التوزيع إلى نصفين ، أما المئيني ٢٥ ( وهو الربيع الأول ) فيقسم التوزيع إلى ربع ( ٢٥ ٪ ) وثلاثة أرباع ( ٧٥ ٪ ) وكذلك الحال بالنسبة لأي مئيني آخر . ويعرف المئيني بالنسبة المئوية للدرجات التي تساوي أو تزيد عن درجة معينة .

وتستخدم المئينيات بكثرة في القياس النفسي والدراسي ، حيث تعد أشهر أنواع المعايير في تقنين الاختبارات .

ويحسب المئيني بنفس طريقة الوسيط والربيع ، فهو يعتمد على ترتيب الدرجات تصاعديا ( أو تنازليا ) ثم حساب ترتيب المئيني وأخيرا حساب قيمته بطريقة الاستكمال .

وتحسب المئينيات عادة من التوزيعات التكرارية ، كما أنه يمكن حسابها من الدرجات العادية بنفس الطريقة الموضحة من قبل عند حساب الربيع الأول ( وهو في الحقيقة المئيني ٢٥ ) والربيع الثالث ( المئيني ٧٥ ) .



وإذا أردنا حساب المئينيات للتوزيع التكرارى السابق ( جدول ٤ - ١٠ ) فإننا نتبع نفس طريقة حساب الربيع .

$$\text{فالمئينى } ٢٠ \text{ رتبته} = \frac{٢٠}{١٠٠} \times ٥٠ = ١٠$$

وتقع قيمته فى الفئة ( ١٧,٥ - ٢٠,٥ ) وهى

وقيمة المئينى ٢٠ = الحد الأدنى لفئة المئينى

( ترتيب المئينى - التكرار المتجمع الصاعد السابق )  $\times$  طول الفئة

+ تكرار فئة المئينى

$$= \frac{٣ \times (٥ - ١٠)}{٩} + ١٧,٥$$

$$= \frac{٣ \times ٥}{٩} + ١٧,٥$$

$$= ١٩,١٧ = ١,٦٧ + ١٧,٥$$

وتعنى الدرجة ١٩,١٧ أنها أفضل من ٢٠ % من درجات التوزيع

وكذلك المئينى ٦٥ رتبته هى  $\frac{٦٥}{١٠٠} \times ٥٠ = ٣٢,٥$

وتكون قيمة المئينى ٦٥ فى الفئة ( ٢٢,٥ - ٢٦,٥ )

$$= \frac{٣ \times (٢٧ - ٣٢,٥)}{١١} + ٢٢,٥$$

$$= \frac{٣ \times ٥,٥}{١١} + ٢٢,٥$$

$$= ٢٥ = ١,٥ + ٢٣,٥$$

ومعنى هذا أن الدرجة ٢٥ أفضل من ٦٥ % من درجات التوزيع .

والمئينى ١٠ رتبته هى  $\frac{١٠}{١٠٠} \times ٥٠ = ٥$

$$\text{وقيمة الملينى } 10 = 14.5 + 3 \times \frac{(5 - \text{صفر})}{5} = 14.5 + 3 = 17.5$$

$$\text{والملينى } 90 \text{ رتبته هي } 90 = 50 \times \frac{90}{100}$$

$$\text{وقيمة الملينى } 90 = 26.5 + 3 \times \frac{(28 - 45)}{8}$$

$$29.125 = 26.5 + \frac{3 \times 7}{8} = 26.5 + 2.625 = 29.125$$

ويستخدم الفرق بين الملينى 90 والملينى 10 كمقياس للتشتت وهو  $29.125 - 17.5 = 11.65$  فى هذا المثال .

وعلى غرار الملينيات يمكن حساب ما يسمى بالإعشاريات ، وهى مسمى لكل 10 % بمعنى أنه يوجد العشير الأول ( الملينى 10 ) والعشير الثانى ( الملينى 20 ) والعشير الثالث ( الملينى 30 ) وهكذا حتى العشير التاسع ( الملينى 90 ) . ومن ذلك يتضح أن الملينى 50 وهو العشير الخامس وهو أيضا الربع أو الوسيط . وطريقة الحساب لكل ذلك هى طريقة الاستكمال المستخدمة فى حساب الوسيط والارباعيات والملينيات .

#### معامل الالتواء Skewness

يستخدم معامل الالتواء للحكم على شكل التوزيع التكرارى أو المنحنى التكرارى ، حيث يمكن معرفة مدى إتماد التوزيع التكرارى عن التوزيع الإعتدالى . ويدل معامل الالتواء على درجة تماثل المنحنى أو البعد عن هذا التماثل . فإذا كان منحنى التوزيع التكرارى غير متماثل حول متوسط الحسابى فيكون أحد طرفى المنحنى أطول من الطرف الآخر ، ويقال أن المنحنى ملتو .

وإذا كان طرف المنحنى الأيمن أطول من طرفه الأيسر أى أن المنحنى يميل نحو القيم الصغيرة وهنا يوصف المنحنى بأنه موجب الالتواء ، أما إذا كان طرف المنحنى الأيسر أطول من طرفه الأيمن فإن المنحنى يميل نحو القيم الكبيرة ويكون المنحنى سالب الالتواء .

وقد سبق أنوضحنا العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية والتواء التوزيع . وفى حالة ارتفاع قيمة المتوسط الحسابى عن الوسيط والمتوال يكون التوزيع ملتو التواء موجبا ، أما فى حالة ارتفاع قيمة المتوال والوسيط عن المتوسط الحسابى يكون التوزيع ملتو التواء سالبا .

وباختصار إذا كان المتوسط الحسابي أكبر من الوسيط يكون التوزيع موجب الالتواء ، والعكس إذا كان المتوسط أصغر من الوسيط يكون التوزيع سالب الالتواء .  
ويحسب معامل التواء باستخدام المتوسط الحسابي والوسيط والانحراف المعياري من المعادلة التي توصل إليها سبيرمان وهي :

$$\text{معامل الالتواء } (+) = \frac{3 (\text{المتوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

وتتراوح قيمة معامل الالتواء بين  $+3$  ،  $-3$  ، أما معامل التواء المنحني الاعتدالي فهو يساوي الصفر . وأحيانا نستخدم نفس المعادلة السابقة لحساب معامل الالتواء دون استخدام الرقم 3 ، وهنا يتراوح معامل الالتواء بين  $+1$  ،  $-1$  .  
أما في حالة عدم إمكانية حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري (كما في حالة البيانات الترتيبية) فيمكن حساب معامل الالتواء باستخدام الوسيط والارباعيات .

ويكون معامل الالتواء الربيعي =

$$= \frac{(\text{الربيع الثالث} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الربيع الأول})}{\text{الربيع الثالث} - \text{الربيع الأول}}$$

$$= \frac{(25 - 15) - (15 - 5)}{25 - 5}$$

$$= \frac{15 + 25 - 25 - 5}{25 - 5} = 1$$

وتتراوح قيمته بين  $+1$  ،  $-1$

$$(*) \text{ المعادلة الأكثر دقة في حساب معامل الالتواء } = \frac{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2}{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\text{العزم الثالث}}{\text{العزم الثاني}}$$

ولكنها صعبة الاستخدام وهي المعادلة المستخدمة في برنامج Spss

حيث ٣٢ = الربيع الثالث (الأعلى) ، ٢٢ = الوسيط ، ١٢ = الربيع الأول ( الأدنى ) ، لاحظ أن حساب معامل الالتواء باستخدام المتوسط الحسابي والوسيط والانحراف المعياري أدق من حسابه من الأرباعيات والوسيط . ولحساب معامل الالتواء للتوزيع التكراري ( بالجدول ٢ - ٦ ) .

فقد وجد أن المتوسط الحسابي = ٧٦,٢ الوسيط = ٧٧,٥٧ والانحراف المعياري = ١٠,٥٢

$$\text{فيكون معامل بالالتواء} = \frac{3(\text{المتوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$= \frac{3(77,57 - 76,2)}{10,52}$$

$$= \frac{3(1,27)}{10,52} = 0,36$$

وباستخدام الأرباعيات ، حيث الإرباعي الأول = ٨٣,٦٧ ، الإرباعي الثالث

$$\text{٦٩ فإن :} \quad \text{معامل الالتواء الربيعي} = \frac{3 - 3 + 2 - 1}{3 - 1}$$

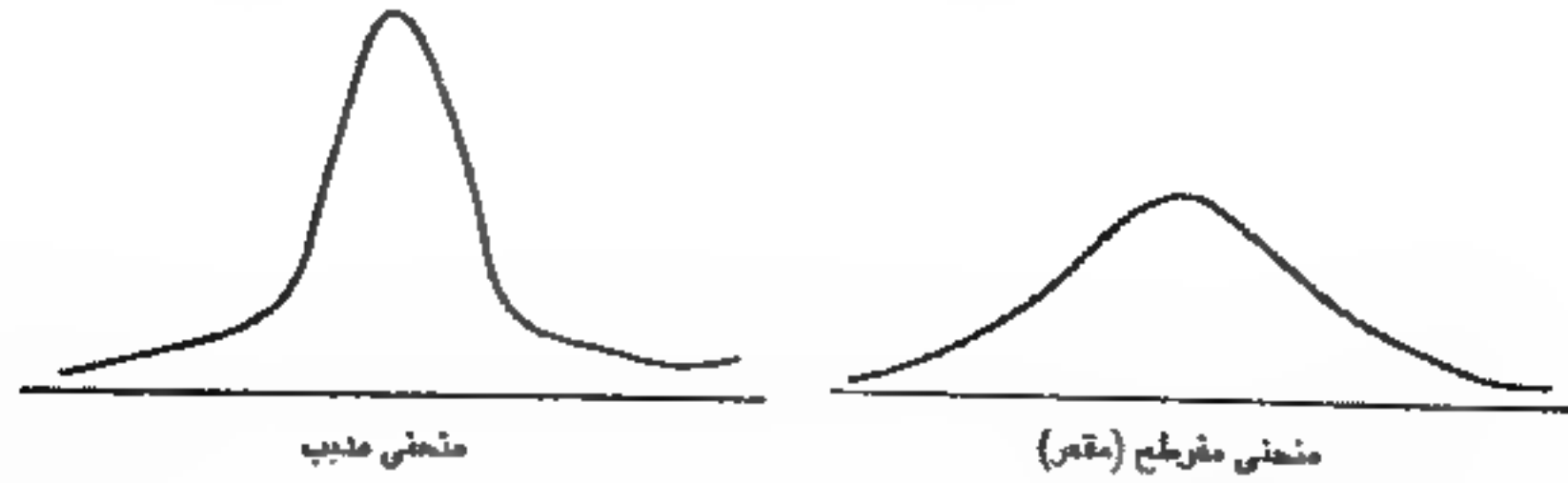
$$= \frac{69 + 77,57 \times 2 - 83,67}{69 - 83,67}$$

$$= \frac{2,47}{14,67} = 0,17$$

ومعامل الالتواء أكثر أهمية من معامل التفرطح مما يستلزم اختبار مدى دلالة التواء التوزيع بقسمة معامل الالتواء على الخطأ المعياري لمعامل الالتواء وهو  $\frac{1}{n}$  وبحث دلالة الناتج .

معامل التفرطح Kurtosis

يدل التفرطح على درجة تحذب المنحنى عند قمته بالمقارنة مع المنحنى الاعتيادي ، فإذا كان منحنى التوزيع أكثر تحديبا عن المنحنى الاعتيادي سمي منحنى مدببا Leptokurtic وإذا كانت قمة المنحنى أكثر استقامة ( مقعرا ) من



قمة المنحنى الاعتدالي سمي منحنى مفرطحا Platykurtic .

ويحسب معامل التفرطح بقسمة العزم الرابع على مربع العزم الثاني وطرح 3 وتكون قيمته صفراً للمنحنى الاعتدالي وهي الطريقة التي تستخدمها برامج SPSS ، ويعرف العزم الثاني (\*) بالتباين وهو متوسط مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابي . ولكن أحد المقاييس العملية للتفرطح يحسب بقسمة نصف المدى الربيعي على المدى المليني وهو:

$$\text{معامل التفرطح} = \frac{\text{نصف المدى الربيعي}}{\text{المليني 90 - الليني 10}}$$

ومعامل التفرطح للمنحنى الاعتدالي باستخدام هذا القانون = 0.263 ولذلك إذا رغبتنا في معرفة درجة تفرطح منحنى ما فإننا نقارن معامل التفرطح المحسوب بالقيمة 0.263 للمنحنى الاعتدالي .

وباستخدام المثال ( ٢ ) السابق حيث نصف المدى الربيعي = 3.18 والمليني 90 = 29.125 والمليني 10 = 17.7

$$\text{فإن معامل التفرطح} = \frac{3.18}{29.125 - 17.7} = \frac{3.18}{11.425} = 0.278$$

وهو متقارب مع معامل تفرطح المنحنى الاعتدالي ( 0.263 )

(٥) العزم الأول هو متوسط انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابي وهو يساوي الصفر ويعد أحد خواص المتوسط الحسابي.

أما العزم الثاني فهو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي =  $\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$  وهو التباين والعزم الثالث هو متوسط مكعبات الانحرافات عن المتوسط الحسابي =  $\frac{\sum (x - \bar{x})^3}{n}$  وكذلك العزم الرابع هو :  $\frac{\sum (x - \bar{x})^4}{n}$  ويكون معامل التفرطح =  $3 - \frac{\text{العزم الرابع}}{\text{مربع العزم الثاني}}$

### التحويلات الإحصائية : Staistical Transformation

تُشترط أساليب الإحصاء الاستدلالي البارامترى اعتدالية توزيع الدرجات (للمتغيرات التابعة) ، فإذا كان توزيع البيانات للمتغيرات الذي يهتم الباحث بدراسته توزيعاً ملتوياً فلا يجوز استخدام الأساليب الإحصائية التي تحاول تقدير معالم المجتمع مثل معامل ارتباط بيرسون أو أساليب الإحصاء الاستدلالي البارامترى . ويجب على الباحث القيام بتحويل الدرجات حسب شدة التواء التوزيع على النحو التالي :

١ - إذا كان معامل التواء التوزيع متوسطاً ( ٥٠ % - ٦٠ % ) من الحدود القصوى لمعامل الالتواء ( سواء كانت تلك الحدود  $\pm 1$  أو  $\pm 3$  ) فيستخدم تحويل الجذر التربيعي . ويعنى هذا أن الباحث يقوم بتحويل الدرجات إلى الجذور التربيعية لتلك الدرجات ومن ثم يتحول التوزيع الملتوى إلى توزيع قريب من المنحنى الاعتدالي .

٢ - إذا كان معامل التواء التوزيع مرتفعاً ( ٦٠ % - ٧٠ % ) من الحدود القصوى لمعامل الالتواء ، فيستخدم التحويل اللوغاريتمى ، وذلك بإيجاد اللوغاريتم الطبيعي للدرجات ومن ثم يتحول التوزيع الملتوى إلى توزيع قريب من المنحنى الاعتدالي .

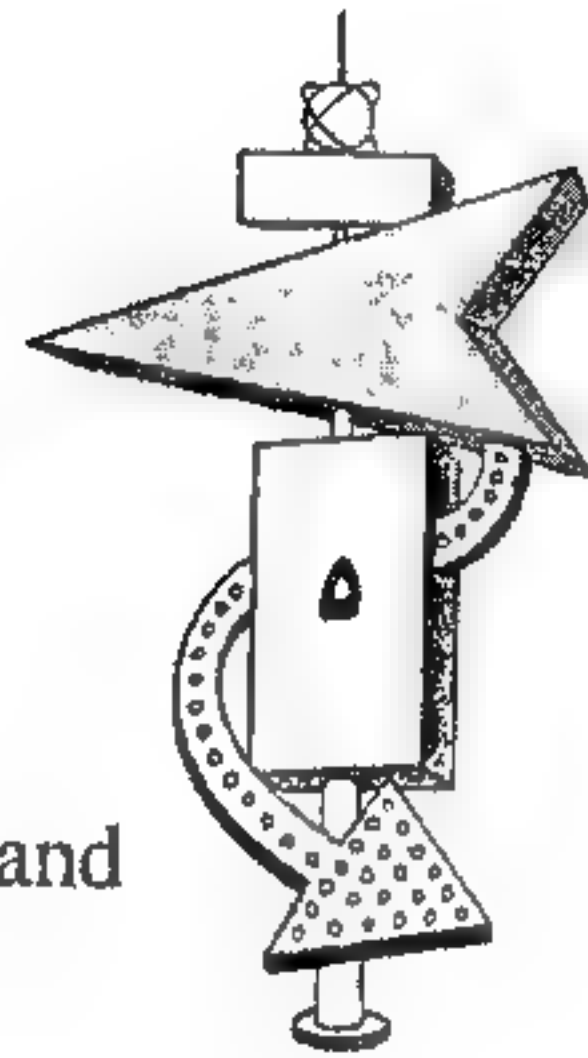
٣ - إذا كان معامل التواء التوزيع شديداً ( أكثر من ٧٠ % ) من الحدود القصوى لمعامل الالتواء ، فيستخدم تحويل مقلوب الدرجات لتحويل التوزيع شديد الالتواء إلى توزيع قريب من المنحنى الاعتدالي .

الفصل الخامس

الانحدار والارتباط

الخطي البسيط

Simple Linear Regression and  
Correlation







## الفصل الخامس

### الانحدار والارتباط الخطي البسيط

تحدثنا في الفصول السابقة عن بيانات المتغيرات وتبويبها في جداول تكرارية وحساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت ، وكان ذلك لبيانات متغير واحد في كل حالة . ولكن الأمر لا يكون بهذه البساطة في تحليل البيانات ولكننا كثيرا ما نهتم بدراسة متغيرين أو أكثر في البحوث في مجالات العلوم الانسانية بصفة عامة . فقد نرغب في دراسة أثر الاعلام على السلوك الانساني ، أو العوامل المؤدية إلى النجاح في الدراسة أو العمل ، أو علاقة المستوى الثقافي بأساليب التنشئة الاسرية وغيرها من الدراسات التي تهتم بعدد من المتغيرات في كل دراسة .

وفي مثل هذه الدراسات التي تجمع بيانات لعدة متغيرات من عينة واحدة فإننا نقوم بتحليل البيانات وحساب المقاييس الوصفية لكل متغير على حده ، بالإضافة إلى تحليل العلاقات المختلفة بين تلك المتغيرات ، بمعنى أننا ندرس جميع المتغيرات في آن واحد للتعرف على العلاقات بينها حتى يمكن الإجابة عن تساؤلات الدراسة أو تفسير الظاهرة موضع الدراسة .

وعند دراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر فإننا نهتم بحساب حجم العلاقة بين المتغيرات ومعرفة اتجاه هذه العلاقة إيجابا أو سلبا ( طرديا أو عكسيا ) كما أننا نهتم بمحاولة التنبؤ بأحد المتغيرات من علاقته بمتغير آخر ، أو بعدة متغيرات أخرى . ولكننا نقتصر مناقشتنا في هذا الفصل على العلاقة بين متغيرين .

ونحسب العلاقة بين متغيرين من الانحدار الخطي لأحد المتغيرين على المتغير الثاني ، أو من حساب الارتباط الخطي بين درجات المتغيرين . ويقصد بالانحدار الخطي التوصل إلى معادلة التنبؤ بأحد المتغيرين من الآخر ، ومعنى هذا أن الانحدار الخطي يساعد في التنبؤ بدرجات أحد المتغيرين ( التابع ) إذا علمت قيم المتغير الآخر والذي يسمى أحيانا بالمتغير الملبئ .

أما الارتباط الخطى فهو إيجاد حجم العلاقة بين المتغيرين بإفترض وجود علاقة خطية بينهما . ومعنى هذا أن الارتباط الخطى يتشابه ( الى حد ما ) مع الانحدار الخطى ، لأن كلا منهما يتوصل الى معرفة العلاقة بين المتغيرين ، ويختلف الانحدار عن الارتباط الخطى فى استخدام فكرة المربعات الصغرى Least Squares للتوصل الى أفضل خط مستقيم يربط المتغيرين معا ، بينما الارتباط يستخدم أزواج الدرجات كما هى للتوصل الى حجم العلاقة بين المتغيرين .

وقد توجد علاقة منحنية بين متغيرين ، كما توجد علاقة بين متغير (تابع) وعدة متغيرات ( منبأه ) أو بين عدة متغيرات ( تابعة ) وعدة متغيرات منبأه ولكن هذا ليس موضع إهتمامنا الآن .

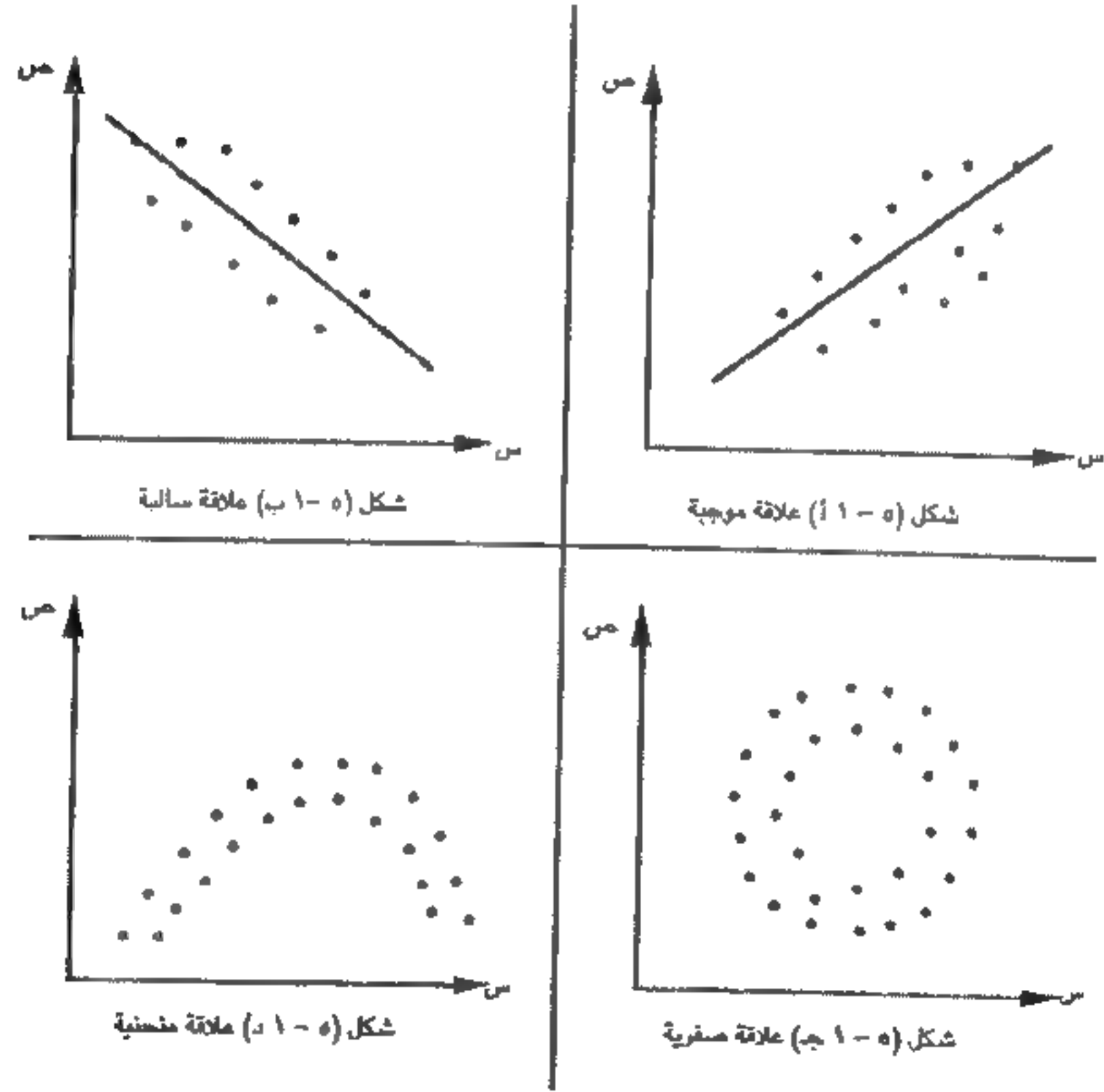
#### أولاً : الانحدار الخطى البسيط Simple Linear Regression

يهدف الانحدار الخطى البسيط الى امكانية توضيح طبيعة ودرجة العلاقة بين متغيرين أحدهما متغير مستقل ( منبأ Predictor ) والثانى متغير تابع ( محكى Criterion ) . ويتم جمع بيانات من العينة عن المتغيرين لمحاولة التنبؤ بالمتغير التابع . ومن أمثلة ذلك دراسة علاقة المستوى التعليمى بالدخل ، أو علاقة التحصيل الدراسى بالذكاء ، أو علاقة الرضا الوظيفى بالأداء ، أو علاقة الطلاقة اللفظية بإجادة اللغة العربية ، وغير ذلك من أزواج المتغيرات موضع الاهتمام .

ويستخدم تحليل الانحدار فى دراسات التنبؤ حيث يكون المطلوب التنبؤ بمتغير تابع من بيانات متغير مستقل ( منبأ ) . وقد يكون التنبؤ بالمتغير التابع ( المحكى ) من عدة متغيرات مستقلة ( منبئات ) ، ولكن هذا ليس موضع اهتمامنا الآن . ومن أشهر دراسات التنبؤ تلك الدراسات التى تهتم بصدق اختبارات القبول للدراسة الجامعية . وتعتمد دراسات التخطيط الاقتصادى أيضاً على معادلات لانحدار الخطى للتنبؤ بما يحدث فى السنوات التالية ، كما أنها تستخدم فى العديد من دراسات السلوك الانسانى لمحاولة التنبؤ به من خلال الادلة والشواهد ( المنبئات ) .

والانحدار الخطى البسيط هو علاقة بين متغيرين أحدهما تابع والآخر مستقل . ويجب أن يكون المتغير التابع متغيراً متصلاً ومستوى قياسه لا يقل عن المستوى الفترى أو النسبى ، بينما المتغير المستقل قد يكون مستوى قياسه ترتيبياً أو فترياً أو نسبياً ، ولايجوز استخدام مستوى القياس الاسمى .

ويمكن التوصل الى شكل الانحدار الخطي البسيط من تمثيل أزواج الدرجات تمثيلاً بيانياً ، فينتج لنا شكل إنتشار ، ثم نستخدم شكل الانتشار في محاولة الحكم على نوع العلاقة بين المتغيرين . وهناك أشكال مختلفة لانتشار درجات متغيرين ، فالشكل ( ٥ - ١ أ ) يدل على علاقة خطية موجبة بين المتغيرين ، بينما شكل ( ٥ - ١ ب ) يبين علاقة خطية سالبة . أما شكل ( ٥ - ١ ج ) فلا يوضح علاقة خطية محددة بين المتغيرين ، وبالتالي نستنتج من الشكل عدم وجود علاقة (أو علاقة صفرية) بين المتغيرين . ولكن الشكل ( ٥ - ١ د ) فيوضح علاقة أخرى بين المتغيرين وهي العلاقة المنحنية ، وقد تكون العلاقة المنحنية تربيعية أو تكعيبية أو غير ذلك . وعند رسم خط مستقيم يمثل شكل الانتشار ، فيجب أن يكون ذلك في ضوء شروط معينة ، فمن الممكن رسم عدد من الخطوط ، فقد يكون الخط ماراً ببعض النقاط في أسفل شكل الانتشار أو في وسطه أو في أعلى الشكل . ولكن أفضل خط مستقيم يمثله شكل الانتشار ، يجب أن يحقق شرطين أساسيين :



**الاول :** أن إنحرافات النقاط عن الخط المستقيم ( الموجبة والسالبة ) تكون متساوية تقريبا .

**والثاني :** أن تكون مجموع مربعات هذه الانحرافات أقل ما يمكن . وتعرف هذه الطريقة باسم طريقة المربعات الصغرى Least Squares .

وقد أشرنا من قبل الى المربعات الصغرى عند ذكر خصائص المتوسط الحسابي والتي تتعلق بانحرافات الدرجات عن المتوسط ، حيث يكون مجموعها مساويا للصفر ، ومجموع مربعاتها أقل ما يمكن . وقد استخدمت هذه الخاصية (مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط أقل ما يمكن ) في حساب الانحراف المعياري للدرجات . وتنسب طريقة المربعات الصغرى إلى عالم الرياضيات الفرنسي أدريان ليجندر Adrian Legendre وقد توصل اليها عام ١٨٠٦ ، واستخدمها في دراساته ومشاهداته الفلكية .

كما استخدم فرانسيس جالتون Francis Galton تحليل الانحدار عام ١٩٨٨٥ في دراسته ، الانحدار والتوسط في الخصائص الدراسية القادمة ، وكان ذلك قبل معرفة طريقة حساب معامل الارتباط . فقد وجد جالتون علاقة بين أطوال الآباء والأبناء البالغين واستطاع جالتون التنبؤ ببعض الخصائص البيولوجية للأبناء من خصائص آبائهم . وقد أشتارت هذه الافكار كارل بيرسون Karl Pearson الذي توصل الى طريقة لحساب معامل الارتباط في نهايات القرن التاسع عشر .

#### معادلة الانحدار الخطي البسيط :

من الواضح أن الانحدار الخطي البسيط يشابه مع الارتباط في توضيحه للعلاقة بين متغيرين . حيث أننا نحاول التوصل الى خط مستقيم يمثل أزواج الدرجات للمتغيرين موضع الاهتمام . ونستطيع التوصل الى معادلة لذلك الخط المستقيم باستخدام بيانات المتغيرين .

فإذا رمزنا لأحد المتغيرين بالرمز ( س ) وللمتغير الثاني بالرمز ( ص ) ، فإن الانحدار الخطي يحاول التوصل الى أفضل خط مستقيم يربط بين س ، ص . بمعنى التوصل الى خط المستقيم الذي يمر بمركز شكل الانتشار لدرجات س ، ص وتحقيق شرطى المربعات الصغرى . ويوضح الخط المستقيم التغير في أحد المتغيرين (س) وما يقابلة من تغير في المتغير (ص) . فكل تغير في قيم المتغير (س) يقابلة قدر ثابت من التغير في المتغير ( ص ) ، وهذا القدر الثابت يعتمد

على ميل الخط المستقيم أو على العلاقة بين  $s$  ،  $e$  .

والصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم بين  $s$  ،  $e$  هي :

$$e = \alpha + \beta s$$

حيث  $\alpha$  ،  $\beta$  هي ثوابت المعادلة في المجتمع ،  $e$  للخطأ وهو متغير عشوائي

ويتوزع اعتداليا بمتوسط = صفر وانحراف معياري = ١ .

وحيث أننا لا نستطيع أن نستخدم جميع بيانات المجتمع ، فإننا نستخدم

بيانات العينة وعندئذ تكون المعادلة :  $e = \alpha + \beta s$

وهي معادلة انحدار  $e$  على  $s$  ؛ حيث  $\alpha$  هي الجزء المقطوع من المحور

الرأسي ( في حالة  $s = 0$  ) ، أما  $\beta$  فهي ميل الخط المستقيم

على المحور الأفقي . فإذا كان لدينا درجات ستة من الطلبة في إحد اختبارات

الذكاء ومادة العلوم كما بالجدول (٥ - ١) .

جدول (٥ - ١) درجات الطلبة في الذكاء والعلوم

الذكاء (س)	٢٥	١٥	١٠	٢٠	٨	١٠
الذكاء (ص)	١٨	١٧	١٢	١٥	٧	٨

فيمكن تمثيل هذه الدرجات بالشكل (٥ - ٢) ، حيث يمثل المحور الأفقي

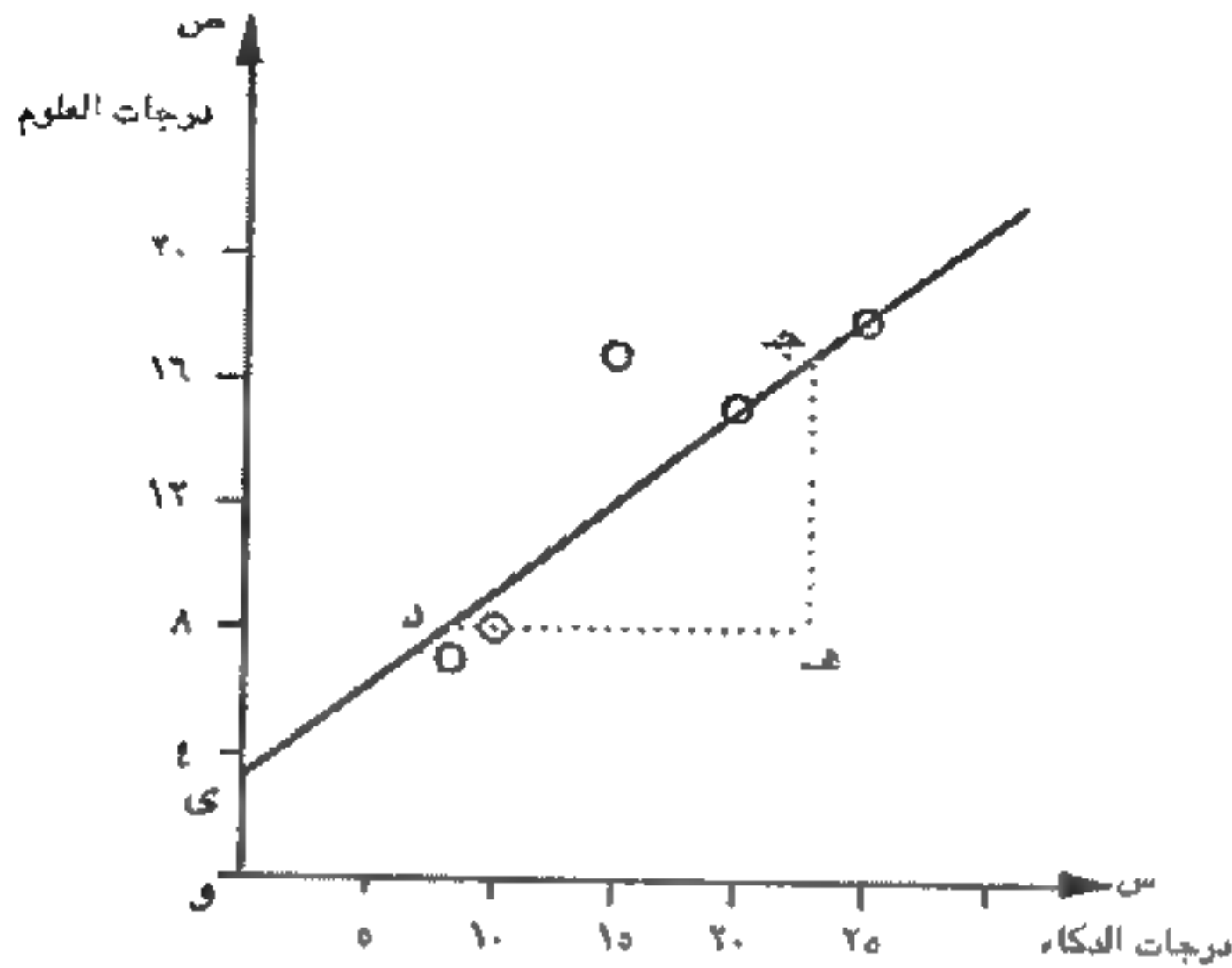
درجات الذكاء (س) والمحور الرأسي لدرجات العلوم (ص) . وكل زوج من أزواج

الدرجات يمكن تمثيله بنقطة معينة مثل النقطة (٢٥ ، ١٨) وتعني ٢٥ على المحور

الأفقي ثم نرتفع لأعلى إلى ١٨ على المحور الرأسي ونحدد النقطة التي تمثل زوج

الدرجات (٢٥ ، ١٨) وهكذا لبقية أزواج الدرجات . وينتج لنا شكل الانتشار

الموضح بالشكل (٥ - ٢) .



شكل (٥-٢) انتشار درجات الذكاء والعلوم

ويتضح من الشكل (٥ - ٢) أنه يمكن رسم خط مستقيم يدل على العلاقة بين المتغيرين ( الذكاء والعلوم ) ، وهذا الخط المستقيم يقطع المحور الرأسى (محور درجات العلوم ص) فى النقطة  $ي$  ، بحيث يكون  $وي =$  المقدار الثابت ( أ ) فى معادلة الخط المستقيم ، وهو الجزء المقطوع من المحور الرأسى .

وإذا اخترنا أى نقطتين ( ج ، د ) على الخط المستقيم المبين بالشكل ، ثم أسقطنا من النقطة ( ج ) عموداً على المحور الأفقى ( موازياً للمحور الرأسى ) ، وكذلك رسمنا من النقطة ( د ) خطاً موازياً للمحور الأفقى ، فإن الخطين يتقاطعان فى النقطة ( هـ ) . وينتج لنا المثلث القائم الزاوية جـ هـ د الموضح بالشكل .

ويكون ميل الخط المستقيم  $= \frac{\text{طول جـ هـ}}{\text{طول هـ د}}$  ، وهو أيضاً ظل الزاوية جـ د هـ

أو معامل الانحدار ، وبالطبع ميل الخط المستقيم هو قيمة ( ب ) المذكورة فى المعادلة :  $ص = أ + ب س$  .

وفى الواقع العملى لا نرسم الخط المستقيم بهذه الطريقة ونحسب كلا من الجزء المقطوع من المحور وميل الخط المستقيم ، وإنما نجرى بعض العمليات

الحسابية باستخدام الدرجات الفعلية للمتغيرين ( س ، ص ) في حساب قيمتي أ ، ب . ونسنع في هذه العمليات الحسابية طريقة المربعات الصغرى السابق الإشارة إليها .

ولحساب قيم الثوابت أ ، ب فإننا نستخدم المعادلات الرياضية التالية :

(١) حيث أن معادلة الخط المستقيم هي :  $ص = أ + ب س$  .....

فإذا جمعنا كل من درجات المتغيرين س ، ص وطبقنا هذا المجموع على المعادلة (١) فينتج :

(٢)  $مجم ص = ن أ + ب مجم س$  .....

وإذا ضربنا المعادلة (١) في س فينتج  $س ص = أس + ب س^٢$

وبالجمع على كل قيم المتغيرين في العينة نحصل على :

(٣)  $مجم س ص = أ مجم س + ب مجم س^٢$  .....

وبحل المعادلتين (٢) ، (٣) نستطيع الحصول على قيمتي أ ، ب

ومن المعادلة (٢) نستنتج أن :

$$أ = \frac{مجم ص}{ن} - \frac{ب مجم س}{ن}$$

(٤)  $أ = م س - ب م س$  .....

حيث م س ، م س هما متوسطي المتغيرين س ، ص . وبالتعويض عن قيمة

(أ) في المعادلة (٣) ينتج أن :

$$(٥) ب = \frac{مجم س ص - ن م س م س}{مجم س^٢ - ن م س^٢}$$

وتوجد صور أخرى للمعادلة (٥) وهي :

$$ب = \frac{ن مجم س ص - مجم س مجم ص}{ن مجم س^٢ - (مجم س)^٢}$$

$$\text{أو ب} = \frac{\frac{\text{مـ ج س ص} - \frac{\text{مـ ج س مـ ج ص}}{\text{ن}}}{\frac{\text{مـ ج س}^2 - \frac{(\text{مـ ج س})^2}{\text{ن}}}$$

وفي حالة تحويل درجات س ، ص إلى درجات معيارية فيكون متوسط كل منهما = صفر والانحراف المعياري = ١ .

وتصبح قيمة أ = صفر ، ب =  $\frac{\text{مـ ج س ص}}{\text{مـ ج س}^2}$  ، أما في الحالة العامة فإننا نستطيع حساب قيمتي أ ، ب من المعادلتين (٤) ، (٥) ويتم ذلك على النحو التالي :

١ - نجمع درجات كل من المتغيرين س ، ص لجميع أفراد العينة فينتج لنا مـ ج س ، مـ ج ص .

٢ - نربع درجات المتغير س ، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مـ ج س<sup>٢</sup> .

٣ - نضرب كل درجة من درجات س في الدرجة المقابلة لها من درجات ص ثم نجمع حواصل الضرب فينتج مـ ج س ص .

٤ - نحسب متوسطي س ، ص ( م س ، م ص ) .

٥ - نستخدم المعادلة (٥) لحساب قيمة ( ب ) .

٦ - ثم نستخدم المعادلة (٤) وقيمة ( ب ) لحساب قيمة ( أ )

٧ - نعوض عن قيمتي أ ، ب ، في المعادلة ( ١ ) فتنتج معادلة الخط المستقيم والتي ندل على انحدار ص على س .

لاحظ أنه من السهل الحصول على قيمة أ في حالة وجود قيمة لـ س = صفر فتكون ( أ ) مساوية ( ص ) . وباستخدام درجات المثال بالجدول ( ١ - ٥ ) لحساب معادلة انحدار ص على س ( العلوم على الذكاء ) ، وتعني التنبؤ بدرجات العلوم بمعرفة درجات الذكاء . ويوضح الجدول ( ٥ - ٢ ) كل من مـ ج س ، مـ ج ص ، مـ ج س<sup>٢</sup> ، مـ ج س ص .



جدول ( ٥ - ٢ )

لحساب معادلة الانحدار من على س

م	الذكاء (س)	العلوم (ص)	س <sup>٢</sup>	س ص
١	٢٥	١٨	٦٢٥	٤٥٠
٢	١٥	١٧	٢٢٥	٢٥٥
٣	١٠	١٢	١٠٠	١٢٠
٤	٢٠	١٥	٤٠٠	٣٠٠
٥	٨	٧	٦٤	٥٦
٦	١٠	٨	١٠٠	٨٠
المجموع	٨٨	٧٧	١٥١٤	١٢٦١

$$\text{ويكون متوسط درجات س} = \frac{٨٨}{٦} = ١٤,٦٦٧$$

$$\text{ومتوسط درجات ص} = \frac{٧٧}{٦} = ١٢,٨٣٣$$

ويفضل استخدام ثلاثة أرقام عشرية على الأقل في حسابات تحليل الانحدار  
وفي استخدام معادلة الانحدار للتنبؤ بالقيم الجديدة  
ويتطبيق المعادلة ( ٥ ) فان :

$$\text{ب} = \frac{(١٢,٨٣٣)(١٤,٦٦٧) \times ٦ - ١٢٦١}{(١٤,٦٦٧) \times ٦ - ١٥١٤}$$

$$= \frac{١١٢٩,٢٢٠ - ١٢٦١}{١٢٩٠,٧٢٥ - ١٥١٤}$$

$$= \frac{١٣٦,٦٧٠}{٢٢٣,٢٧٥} = ٠,٥٩٠$$

ويتطابق معادلة ( ٤ ) فان :  $أ = ١٢,٨٣٣ - ١٤,٦٦٧ \times ٠,٥٩٠$

$$٤,١٨٠ = ٨,٦٥٣ - ١٢,٨٣٣ =$$

وتصبح معادلة انحدار ص على س هي :  $ص = ٠,٥٩ + ٤,١٨$

وتفيد هذه المعادلة في التنبؤ بقيم ص في حالة معرفة قيم س ، فمثلا اذا حصل طالب ( من عينة مشابهة للعينة المستخدمة في حساب المعادلة ) على درجة في الذكاء = ١٢ فان درجته في العلوم  $= ١٢ \times ٠,٥٩ + ٤,١٨$

$$٧,٠٨ + ٤,١٨ =$$

$$١١,٢٦ =$$

معادلة إنحدار س على ص :

ومنحنا كيفية التوصل الى معادلة انحدار ص على س ، وذلك بتمثيل المتغير المستقل ( س ) على المحور الافقي والمتغير التابع ( ص ) على المحور الرأسى . أما إذا أردنا التنبؤ بالمتغير ( س ) من المتغير ص ، فان المعادلة تختلف وتصبح على صورة .

$$س = أ + ب \cdot ص \quad (٦)$$

وبالجمع على جميع درجات أفراد العينة فان :

$$مجم س = ن \cdot أ + ب \cdot مجم ص \quad (٧)$$

$$\text{حيث } ١' = \frac{\text{مجم س}}{ن} - \frac{\text{مجم ص}}{ن} \cdot ب$$

$$١' = م٢ - ت \cdot م١ \quad (٨)$$

ويضرب المعادلة ( ٦ ) في ص والجمع على جميع أفراد العينة تصبح

$$\text{مجم س} \cdot ص = أ \cdot \text{مجم ص} + ب \cdot \text{مجم ص}^٢ \quad (٩)$$

وبالتعويض في المعادلة ( ٩ ) عن قيمة أ من المعادلة ( ٨ ) فان :

$$\frac{\text{مجم س} \cdot ص - ن \cdot م١ \cdot م٢}{\text{مجم ص}^٢ - ن \cdot م١^٢} = ب$$

كما تأخذ المعادلة (١٠) صوراً أخرى هي :

$$b' = \frac{\text{مج س ص} - \frac{\text{مج س مج ص}}{n}}{\text{مج ص}^2 - \frac{(\text{مج ص})^2}{n}}$$

$$\text{والصورة ب' = } \frac{n \text{ مج س ص} - \text{مج س مج ص}}{n \text{ مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2}$$

وفي حالة الدرجات المعيارية فإن  $m_s = m_{\text{مج س}} = \text{صفر}$

$$\text{وتصبح قيمة ب' = } \frac{\text{مج س ص}}{\text{مج ص}^2} ، \quad a' = \text{صفر}$$

وبالطبع تختلف معادلة ص على س عن معادلة إنحدار س على ص حيث يختلف ميل كلا منهما وكذلك الجزء المقطوع من المحور الرأسى .

ولحساب قيمتى  $a'$  ،  $b'$  باستخدام بيانات المثال السابق ، فيجب حساب مجموع مربعات (ص) وهى :  $\text{مج ص}^2 = 1090$  وبتطبيق المعادلة ( ١٠ ) فإن :

$$b' = \frac{(12,833)(14,667)6 - 1261}{(12,833)^2 6 - 1090}$$

$$= \frac{1129,230 - 1261}{988,110 - 1090}$$

$$= \frac{131,670}{106,880}$$

$$b' = 1,232$$

ومن المعادلة ( ٨ ) فإن قيمة  $\bar{A}$

$$= 14.667 - (1.232) (12.833)$$

$$= 15.810 - 14.667$$

$$= 1.143$$

وتصبح معادلة انحدار  $S$  على  $M$  هي :

$$S = 1.143 + 1.232 M$$

وهي معادلة مختلفة عن معادلة انحدار  $S$  على  $M$  ، فإذا حصل طالب

(من عينة مشابهة) على درجة في العلوم  $M = 9$

فإن درجته في الذكاء  $(S)$  هي :

$$S = 1.143 + 1.232 \times 9$$

$$= 11.088 + 1.143$$

$$= 9.945$$

طريقة أخرى لإيجاد معادلة الانحدار :

حيث أن معادلة انحدار  $S$  على  $M$  هي :

$$S = A + B M \quad \text{أ} = M - B M$$

وقد ذكرنا أن قيمة  $(A)$  تحسب من المعادلة :

أما قيمة  $(B)$  وهي معامل انحدار الخط المستقيم فيمكن حسابها من

المعادلة (Sprinthall, 1994 : 345) التالية :

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2} \dots\dots\dots (11)$$

حيث  $(r)$  هي معامل الارتباط بين  $S$  ،  $M$  ، أما  $E_M$  ،  $E_S$  فهما

الانحرافين المعياريين لدرجات  $S$  ،  $M$  على الترتيب .

$$A = M - \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2} \times M$$

وباستخدام المعادلة ( ١١ ) فإن قيمة أ هي :

وتكون معادلة انحدار ص على س هي :

$$ص = م_ص - \left( \frac{ر_ص \times \frac{ع_ص}{ع_ص}}{\frac{ع_ص}{ع_ص}} \right) + \left( \frac{ر_ص \times \frac{ع_ص}{ع_ص}}{\frac{ع_ص}{ع_ص}} \right) \times \frac{ع_ص}{ع_ص}$$

ويمكن إعادة ترتيب المعادلة فتصبح ( Sprinthall,1994:346 )

$$ص = م_ص - \left( \frac{ر_ص \times \frac{ع_ص}{ع_ص}}{\frac{ع_ص}{ع_ص}} \right) + \left( \frac{ر_ص \times \frac{ع_ص}{ع_ص}}{\frac{ع_ص}{ع_ص}} \right) \times \frac{ع_ص}{ع_ص} \quad (١٢)$$

فإذا كانت  $ر = صفر$  فإن  $ص = م_ص$  وهي تعنى خطأ مستقيماً يوازي المحور الأفقي . وفي حالة استخدام درجات معيارية لكل من س ، ص بدلا من الدرجات الخام فتكون  $ع_ص = ع_ص = ١$  ،  $م_ص = م_ص = صفر$  وبالتالي معامل الانحدار (ب) =  $ر$  ،  $أ = صفر$  وتكون المعادلة  $ص = ر س$  .

فإذا علمنا متوسطي المتغيرين وانحرافيهما المعياريين ومعامل الارتباط بين درجات المتغيرين فيمكن التوصل الى معادلة انحدار ص على س من المعادلة (١٢) . وبالمثل معادلة انحدار س على ص تكون على الصورة :

$$س = م_س - \left( \frac{ر_ص \times \frac{ع_ص}{ع_ص}}{\frac{ع_ص}{ع_ص}} \right) + \left( \frac{ر_ص \times \frac{ع_ص}{ع_ص}}{\frac{ع_ص}{ع_ص}} \right) \times \frac{ع_ص}{ع_ص}$$

$$\frac{ع_ص}{ع_ص} = \frac{ر_ص \times \frac{ع_ص}{ع_ص}}{\frac{ع_ص}{ع_ص}} \quad \text{حيث يكون معامل الانحدار (ب) =}$$

مثال من بيانات المثال السابق :

$$م_ص = ١٤,٦٦٢ ، م_ص = ١٢,٨٣٣$$

$$ع_ص = ٦,١٠ ، ع_ص = ٤,٢٢٠ ، معامل الارتباط = ٠,٨٥٢$$

فتكون معادلة انحدار ص على س هي :

$$ص = ١٢,٨٣٣ + ١٤,٦٦٧ \times \frac{٤,٢٢}{٦,١٠} \times ٠,٨٥٢ - س \times \frac{٤,٢٢}{٦,١٠} \times ٠,٨٥٢$$

$$= ١٢,٨٣٣ + ٨,٦٤٥ - س \times ٠,٥٩$$

$$= ٤,١٨ + س \times ٠,٥٩$$

وهي نفس المعادلة السابق الحصول عليها ، ومن السهل استخدام هذه الطريقة لسهولة الحصول على المتوسطات والانحرافات المعيارية ومعامل الارتباط بين متغيرين من الآلات الحاسبة البسيطة .

**العلاقة بين معادلتى الانحدار :**

ثم التوصل الى معادلتى انحدار للعلاقة بين س ، ص وهما : معادلة انحدار ص على س ، ومعادلة انحدار س على ص .

وتوجد علاقة تربط بين هاتين المعادلتين وهي أن حاصل ضرب معاملى الانحدار للمعادلتين يساوى مربع معامل الارتباط بين المتغيرين ( س ، ص )

$$\text{أى أن : } ب' = ر^2$$

وبالتعويض عن ب' ، ب' من المعادلتين ٥ ، ١٠ السابقتين فإن :

$$\left( \frac{\text{مج س ص} - \text{ن م م}}{\text{مج ص}^2 - \text{ن م م}} \right) \left( \frac{\text{مج س ص} - \text{ن م م}}{\text{مج س}^2 - \text{ن م م}} \right) = ر^2$$

$$(١٣) \quad \dots\dots\dots \frac{(\text{مج س ص} - \text{ن م م})^2}{(\text{مج س}^2 - \text{ن م م})(\text{مج ص}^2 - \text{ن م م})} = ر^2$$

كما تأخذ الصورة :

$$(١٤) \quad \dots\dots\dots \frac{(\text{ن مج س ص} - \text{مج س ص})^2}{[\text{ن مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2][\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2]} = ر^2$$

وباستخدام بيانات المثال السابق في المعادلة (١٣) فإن :

$$r = \frac{\sqrt{(12,833 \times 14,667 \times 6 - 1261)}}{[\sqrt{(12,833) \times 6 - 1090}][\sqrt{(14,667) \times 6 - 1014}]} = \frac{\sqrt{(1129,330 - 1261)}}{[\sqrt{988,110 - 1090}][\sqrt{1290,720 - 1014}]} = \frac{\sqrt{(131,670)}}{(106,880)(223,270)} = 0,726 = \frac{\sqrt{(131,670)}}{23864,748} = r$$

$$0,802 = \frac{131,670}{104,482} = \frac{131,670}{23864,748\sqrt{}} = \text{وتكون قيمة } r$$

دقة التقدير :

ذكرنا أنه يمكن استخدام معادلة الانحدار الناتجة للتنبؤ بقيم المتغير التابع بمعرفة قيم المتغير المستقل . وفي مثالنا السابق فإن معادلة انحدار ص على س هي :

$$\text{ص} = 0,59 + 4,18 \text{ س}$$

فإذا كانت قيمة س ( درجة اللغة العربية ) هي ١٠

$$\text{فإن قيمة ص} = 0,59 + 4,18 \times 10$$

$$= 0,9 + 4,18 =$$

$$= 10,08$$

ومن الواضح أن القيمة المتنبأ بها مختلفة عن القيمة الفعلية في جدول (٥-٢) ففي حالة س = ١٠ ، فإن قيمة ص الفعلية المقابلة لها من الجدول = ١٢ .

ويعتمد هذا الاختلاف على حجم العلاقة بين المتغيرين  $x$  و  $y$  ، فإذا كانت العلاقة مرتفعة يقل الفرق بين القيم الفعلية والقيم المتنبأ بها ، أما إذا كانت العلاقة بين المتغيرين منخفضة فإن هذا الفرق يزداد ، وتحسب دقة التقدير بمدى انحراف الدرجات الفعلية عن الخط المستقيم . والمقياس الذي يستخدم لتوضيح هذه الفروق هو مقياس لدرجة دقة القيم المتنبأ بها وهو ما يعرف باسم الخطأ المعياري للتقدير (Standard error of estimation) (Hopkins et al , 1987:99)

الخطأ المعياري للتقدير (ع/ص) =  $\sqrt{1 - r^2} \cdot \sigma_y$  ..... (١٥)

$$= \sqrt{1 - (.852)^2} \cdot 4.22 =$$

$$= \sqrt{1 - .726} \cdot 4.22 =$$

$$= .523 \times 4.22 = 2.21$$

كما أن الخطأ المعياري لاتحدار  $x$  على  $y$  هو :

ع(ص/ص) =  $\sqrt{1 - r^2} \cdot \sigma_x$  ..... (١٦)

$$= \sqrt{1 - (.852)^2} \cdot 6.10 =$$

$$= .523 \times 6.10 = 3.19$$

ومن الواضح أن ع(ص/ص) لاتساوي ع(ص/ص)

كما يمكن حساب ع(ص/ص) بطريقة أخرى بعد التوصل للدرجات المتنبأ بها ( $\hat{y}$ )

$$\text{حيث تكون ع(ص/ص)} = \sqrt{\frac{\text{مج. (ص - ص)}}{n}}$$

وفي حالة العينات الصغيرة يكون الخطأ المعياري للتقدير هو :

$$ع(ص/ص) = \sqrt{\frac{n}{n-2} (1 - r^2)} \cdot \sigma_y$$

$$ع(ص/ص) = \sqrt{\frac{n}{n-2} (1 - r^2)} \cdot \sigma_x$$



## ثانيا : الانحدار الخطي البسيط للبيانات المبوبة :

عرضنا من قبل للبيانات المبوبة في جدول توزيع تكرارى في حالة بيانات متغير واحد . ولكن الانحدار الخطي البسيط يهتم بالعلاقة بين متغيرين ، وعليه فان البيانات المبوبة اللازمة لتحليل الانحدار الخطي البسيط تتضمن متغيرين معا في جدول تكرارى واحد ، ويسمى مثل هذا التوزيع بالجدول التكرارى المزدوج .

ويحتوى الجدول التكرارى المزدوج على فئات وتكرارات لكل من المتغيرين . وقد سبق توصيح كيفية اعداد الجدول التكرارى ( أحادى المتغير ) ، وسنوضح هنا كيفية اعداد الجدول التكرارى المزدوج ( ثنائى المتغير ) ، باستخدام خطوات اعداد الجدول التكرارى الاحادى .

فاذا فرض أن لدينا متغيرين هما س ، ص وكانت درجاتهما لعينة حجمها ٢٠ فردا كما بالجدول ( ٥ - ٣ ) .

### جدول ( ٥ - ٣ )

درجات عينة من الأفراد في متغيرين س ، ص

١٤	١٥	١٣	١٠	١٤	١١	١٢	١١	٨	١١	١٢	١١	٩	١٠	٥	٧	٨	٩	٦	١٣	س
٢٢	٢٠	٢٠	١٩	١٨	١٧	١٨	١٨	١٧	١٦	١٦	١٥	١٦	١٤	٩	١٤	١٣	١٢	١١	١٧	ص

فيمكن اعداد جدول توزيع تكرارى مزدوج باتباع نفس خطوات اعداد الجدول التكرارى الاحادى مع بعض التعديل على النحو التالى :

١ - نحسب مدى الدرجات لكل من س ، ص .

$$\text{مدى درجات س} = 15 - 1 + 5 = 11$$

$$\text{مدى درجات ص} = 22 - 1 + 9 = 14$$

٢ - نختار فئات ( س ) وفئات ( ص ) وطول كل منها بشرط أن يكون :

حاصل ضرب عدد الفئات  $\times$  طول الفئة  $\leq$  المدى

ويمكن اختيار عدد فئات س = ٦ ، طول الفئة = ٢ ، ويكون حاصل

ضربهما  $6 \times 2 = 12$  وهى اكبر من المدى ( ١١ ) .

وكذلك عدد فئات ص = ٧ ، وطول الفئة = ٢ ، وحاصل ضربهما  $7 \times 2 =$

١٤ .

٣ - تكون الجدول الثنائى بوضع فئات من أفقيا وفئات من رأسيا وتبدأ فئات من بالدرجة ٥ ، وتكون الفئة الاولى ( ٥ - أقل من ٧ ) ، والثانية ( ٧ - أقل من ٩ ) وهكذا حتى الفئة الاخيرة ( ١٥ - أقل من ١٧ ) .

أما فئات من فتبدأ بالدرجة ٩ وتكون الفئة الاولى ( ٩ - أقل من ١١ ) والثانية ( ١١ - أقل من ١٣ ) وهكذا حتى الفئة الاخيرة ( ٢١ - أقل من ٢٣ ) ، انظر جدول ( ٥ - ٤ ) .

٤ - نبدأ فى توزيع أزواج درجات المتغيرين من ، ص ( المدونة بجدول ٥ - ٣ ) على فئات وخلايا جدول ( ٥ - ٤ ) . والمقصود بالخلية ذلك المربع ( أو المستطيل ) ، الناتج من تقاطع إحدى فئات من مع إحدى فئات ص ، كما بالجدول ( ٥ - ٤ ) . فمثلا زوج الدرجات ( ١٣ ، ١٧ ) هما أول زوج من أزواج الدرجات ، ولتمثيل هاتين الدرجتين فى الجدول التكرارى المزدوج ، فان الدرجة ( من = ١٣ ) تقع فى الفئة الخامسة من فئات من ( ١٣ - أقل من

جدول ( ٥ - ٤ ) توزيع تكرارى مزدوج

فئات من فئات ص	٥ -	٧ -	٩ -	١١ -	١٣ -	١٥ - أقل من ١٧	مجموع تكرارات (ص)
٩ -	(١) /						١
١١ -	(١) /	(١) /					٢
١٣ -		(٢) //	(١) /				٣
١٥ -			(١) /	(٣) ///			٤
١٧ -		(١) /		(٣) ///	(٢) //		٦
١٩ -			(١) /		(١) /	(١) /	٣
٢١ - أقل من ٢٣					(١) /		١
مجموع تكرارات (س)	٢	٢	٤	٦	٤	١	٢٠

١٥) أما الدرجة (ص = ١٧) فهي تقع في الفئة الخامسة أيضا من فئات ص (١٧ - أقل من ١٩) ومن ثم نضع علامة (/) في الخلية الخامسة أسفل الفئة (١٣ -) والخامسة أمام الفئة (١٧ -). وكذلك الحال مع زوج الدرجات (٦، ١١) حيث تقع الدرجة (س = ٦) في الفئة الأولى من فئات س، أما الدرجة (ص = ١١) فهي تقع في الفئة الثانية من فئات ص. وبذلك فأننا نضع علامة (/) أسفل الفئة الأولى من فئات س وأمام الفئة الثانية من فئات ص. وهكذا لبقية أزواج الدرجات المدونة بالجدول (٥-٣)، حتى يكتمل الجدول التكرارى المزدوج (جدول ٥ - ٤).

٥ - نكتب عدد التكرارات في كل خلية بدلا من العلامات، كما هي موضحة بين الاقواس في خلايا الجدول المزدوج، لاحظ وجود خلايا بدون تكرارات لعدم وجود درجات مناسبة لتلك الخلايا.

٦ - نجمع تكرارات كل فئة من فئات ص ونكتبها أسفل الجدول المزدوج أمام مجموع تكرارات س. ومجموع تكرارات الفئة الأولى من فئات س هو (٢)، والفئة الثانية (٣) وهكذا حتى الفئة الأخيرة بها تكرار واحد.

ويكون المجموع الكلى لتكرارات فئات س هو ٢٠

٧ - نجمع تكرارات كل فئة من فئات ص ونكتبها في آخر عمود بالجدول (٥ - ٤) تحت عنوان مجموع تكرارات ص. ومجموع تكرارات الفئة الأولى من فئات ص هو (١)، والفئة الثانية (٢) وهكذا حتى الفئة الأخيرة بها تكرار واحد

كما أن المجموع الكلى لتكرارات فئات ص هو ٢٠ أيضا

ويتضح من دراسة الجدول (٥ - ٤) أن شكل انتشار التكرارات يبدأ من أعلى اليمين ويستمر حتى أسفل اليسار، وهو يعنى وجود علاقة خطية موجبة بين المتغيرين س، ص.

ولحساب معادلة انحدار ص على س للبيانات المبوبة في جدول تكرارى مزدوج، فإن المعادلات السابق الإشارة اليها لحساب قيم الثوابت أ، ب تصبح على النحو التالى:



وهو ( ١٠ ) فينتج  $10 \times 6 \times 1 = 60$  . أما التكرار ( ١ ) في الخلية الثانية أسفل الفئة الاولى لـ س فيتم ضربه في مركز الفئة الاولى لـ س وهو ( ٦ ) وفي مركز الفئة الثانية لـ ص وهو ( ١٢ )  $12 \times 6 \times 1 = 72$  . وهكذا لبقية الخلايا التي تحتوي على تكرار ، ونكتب حواصل الضرب هذه داخل الخلايا ٧ - نجمع حواصل الضرب داخل الخلايا لكل فئة من فئات س ، ولكل فئة من فئات ص . فمثلا  $60 + 72 = 132$  وهي تمثل س ص ت للفئة الاولى لـ س وكذلك  $224 + 144 = 368$  وهي س ص ت للفئة الثانية لـ س ، وهكذا . أما فئات ص فان ٦٠ تمثل أول ناتج س ص ت للفئة الاولى لـ ص ، وكذلك  $192 = 72 + 120$  وهي س ص ت للفئة الثانية لـ ص وهكذا حتى الفئة الأخيرة .

جدول ( ٥ - ٥ ) حساب الانحدار الخطي البسيط للبيانات المبوبة

فئات س فئات ص	- ٥	- ٧	- ٩	- ١١	- ١٣	١٥-١٧	مجموع س (ص)	مراكز فئات ص	ص ت	س ت	س ص ت
- ٩	١						١	١٠	١٠٠	٦٠	
- ١١	١	١٢					٢	١٢	٢٨٨	١٩٢	
- ١٣		٢	١٢				٣	١٤	٥٨٨	٣٦٤	
- ١٥			١	٣			٤	١٦	١٠٢٤	٧٢٦	
- ١٧				٢	٣		٦	١٨	١٩٤٤	١٢٩٦	
- ١٩					١	٣	٣	٢٠	١٢٠٠	٨٠٠	
٢١ - ٢٣					١		١	٢٢	٤٨٤	٢٠٨	
مجموع س (ص)	٢	٣	٤	٦	٤	١	٢٠		٥٦٢٨	٣٧٥٦	
مركز فئات س	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦					
س ت	١٢	٢٤	٤٠	٧٢	١٠٨	١٦٠	٢٢٠				
س ص ت	٧٢	١٩٢	٤٠٠	٨٦٤	١٧٨٤	٣٥٦٨	٢٥٦٨				
س ص ت	١٣٢	٣٦٨	٦٢٠	١٣٢٤	١٠٩٢	٢٢٠	٣٧٥٦				

٨ - نجمع  $S_{xy}$  في المدونة أسفل جدول (٥ - ٥) فينتج  $S_{xy} = 3756$ .

٩ - نجمع  $S_{xx}$  في المدونة في آخر عمود بجدول (٥ - ٥) فينتج أيضا  $S_{xx}$  من  $S_{xx} = 3756$  وبعد ذلك مراجعة لحواصل الضرب  $S_{xy}$ .

١٠ - نستخدم المعادلتين ١٧، ١٨ لحساب قيمتي  $a$ ،  $b$ .

وباستخدام بيانات الجدول (٥ - ٥) فإن :

$$S_{xy} = 220, \quad S_{xx} = 2568$$

$$S_{xy} = 330, \quad S_{xx} = 5628$$

$$S_{xy} = 3756$$

$$S_{xy} = S_{xy} - \frac{S_x S_y}{n}$$

$$S_{xx} = S_{xx} - \frac{S_x^2}{n}$$

$$\text{وتكون قيمة } b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$b = \frac{220 \times 220}{2568} = \frac{220}{2568}$$

$$b = \frac{220 \times 220}{2568} = \frac{220}{2568}$$

$$\text{وقيمة } a = \frac{S_y}{n} - b \frac{S_x}{n}$$

$$a = \frac{220}{2568} \times 220 - \frac{220}{2568}$$

$$a = 17,5 - 9,361 = 7,139$$

وتصبح معادلة انحدار ص على س لبيانات جدول ( ٥ - ٥ ) هي :

$$\text{ص} = ٧,١٣٩ + ٠,٨٥١ \text{ س}$$

وبالطبع تختلف معادلة الانحدار الناتجة باستخدام البيانات المعبوءة عن معادلة الانحدار الناتجة عن استخدام الدرجات ( الخام ) الأصلية .

فإذا استخدمنا بيانات الجدول ( ٥ - ٣ ) وهي الدرجات الأصلية للمتغيرين س ، ص قبل وضعها في جدول تكرارى مزدوج نجد أن :

$$\text{ن} = ٢٠ ، \text{محد ص} = ٢٠٩ ، \text{محد ص} = ٣٢٢$$

$$\text{محد س}^٢ = ٢٣٢٧ ، \text{محد ص}^٢ = ٥٢٨٤ ، \text{محد س ص} = ٣٥٠٦$$

$$\text{قيمة ب} = ٠,٩٨٧$$

$$\text{أ} = ٥,٧٨٦$$

$$\text{والمعادلة هي ص} = ٥,٧٨٦ + ٠,٩٨٧ \text{ س}$$

وهي مختلفة عن المعادلة السابقة ، ولكنها أكثر دقة لأنها استخدمت الدرجات الأصلية . وقد سبق أن ذكرنا أن قيم المتوسط والانحراف المعياري للبيانات المبوبة تقريبية ، أما للدرجات الأصلية فهي أكثر دقة .

وكذلك يمكن حساب معادلة انحدار ص على ص بنفس الطريقة مع تغيير بسيط في معادلتى ١٧ ، ١٨ بما يتشابه مع معادلتى ٨ ، ٩ .

وإذا رغبتنا في حساب الخطأ المعياري للتقدير لا نحدار ص على س فأننا

$$\text{نستخدم المعادلة ( ١٤ ) حيث : } \text{ع}(\text{س/س}) = \sqrt{\text{ع} - ١٧}$$

ومن الممكن استخدام طريقة الانحرافات عن الوسط الفرضي لكل من س ، ص والتي سبق عرضها عند حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ، في التوصل الى معادلة الانحدار ، ولكن العمليات الحسابية سوف تكون مطولة وبسيطة . والمعادلتان المستخدمتان في هذه الحالة لحساب قيمتى أ ، ب هما نفس المعادلتين ١٧ ، ١٨ مع تغيير الرمز ( س ) الى ( ح ) وهي الانحراف عن الوسط الفرضي ، كما يمكن أيضا استخدام طريقة الانحرافات المختصرة عندما تكون الفئات متساوية الطول ولن نستطرد في شرح هذه الطرق لأنها قليلة الاستخدام . ولا يتأثر الانحدار بالوسط الفرضي أو باختصار الانحرافات مثل المتوسط الحسابي والانحراف المعياري .

وفي كل الأحوال السابقة نتوصل الى نفس المعادلة التي حصلنا عليها باستخدام مراكز القنات، وهي كما ذكرنا معادلة تقريبية وأقل دقة من استخدام الدرجات الاصلية .

### ثالثاً : الارتباط الخطي البسيط : Simple Linear Correlation :

إذا افترن التغير في متغير ما بالتغير في متغير آخر فان أحد هذين المتغيرين قد يكون سبباً للآخر . فالتغير في التحصيل مثلاً قد يرجع الى عدد ساعات الاستذكار اليومي ، أو التغير في درجات اللغة العربية قد يرجع الى ذكاء الطالب ، أو إدمان الشباب قد يرجع الى التنشئة الاسرية أو جماعة الرفاق ، وما إلى ذلك من المتغيرات . فعندما يتصل المتغير الأول بالثاني فهذا دليل على وجود علاقة بينهما، وفي هذه الحالة قد يكون أحدهما سبباً للآخر ، وقد يكون هناك متغير ثالث هو السبب في تلك العلاقة . ومعنى هذا أن العلاقة بين متغيرين ليست بالضرورة علاقة سببية، وإنما قد ترجع الى متغيرات أخرى لها علاقة بالمتغيرين موضع الاهتمام .

وقد توجد علاقة بين متغير وعدد من المتغيرات الأخرى مثل ظاهرة الادمان التي ترتبط بعدد من المتغيرات الأخرى ، وتكون هذه العلاقة متعددة المتغيرات وليست علاقة بسيطة . ونحن نهتم هنا بالعلاقة البسيطة بين متغيرين ، كما أننا نهتم بالعلاقة الخطية وليست المنحنية .

والعلاقة الخطية البسيطة هي علاقة بين متغيرين يمكن تمثيلها بشكل إنتشار أو خط إنحدار بين المتغيرين . وقد تكون العلاقة طردية ( شكل ٥ - ١ أ ) وهي تعني أن الزيادة في أحد المتغيرين يصحبها زيادة في المتغير الثاني .

وقد تكون العلاقة عكسية ( شكل ٥ - ١ ب ) وهي تعني أن الزيادة في أحد المتغيرين يصحبها نقص في المتغير الثاني ( والعكس صحيح ) . ويدل شكل الانتشار ( ٥ - ١ جـ ) على عدم وجود علاقة بين المتغيرين أو علاقة صفيرية ، بينما الشكل ( ٥ - ١ د ) يدل على وجود علاقة منحنية بين متغيرين . ويقصد بالارتباط البسيط العلاقة بين متغيرين ، فإنا كانت العلاقة طردية يكون الارتباط موجبا ، وإذا كانت العلاقة عكسية يكون الارتباط سالبا ، أما كانت العلاقة معدومة فيكون الارتباط صفريا .

ومعامل الارتباط هو مقياس لقوة ( حجم ) العلاقة بين متغيرين ( مستوى قياسهما فترى أو نسبي ) ، وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين + ١ ، - ١ .



ويبدل معامل الارتباط  $+1$  على علاقة موجبة تامة مثل العلاقة بين قطر الدائرة ومحيطها ، بينما معامل الارتباط  $-1$  فيعني علاقة سالبة تامة مثل للعلاقة بين حجم الغاز وضغطه ، أما معامل الارتباط صفر فيعني عدم وجود علاقة بين المتغيرين .

ولكن العلاقات بين المتغيرات في العلوم الانسانية لا تكون علاقات تامة ، بل تكون علاقات أقل من ذلك ، فهي غالبا ما تكون علاقات كسرية أقل من الواحد الصحيح مثل  $0.4$  ،  $-0.7$  ،  $0.12$  ،  $0.9$  ،  $-0.2$  فإذا كانت الزيادة ( أو النقص ) في درجات متغير ما يقابلها زيادة ( أو نقص ) في درجات متغير آخر فان العلاقة بينهما هي علاقة موجبة .

أما اذا كانت الزيادة في درجات متغير ما يصاحبها نقص في درجات متغير آخر فان العلاقة بينهما هي علاقة سالبة . بينما اذا كانت الزيادة ( أو النقص ) في درجات احد المتغيرين لا يصحبها أي زيادة أو نقص في المتغير الثاني فلا توجد علاقة بين المتغيرين ويكونا مستقلين عن بعضهما .

ويقترن معامل الارتباط باسم عالم الرياضيات الانجليزي كارل بيرسون Karl Pearson فهو أول من توصل الى معادلة لحساب معامل الارتباط الخطي بين متغيرين ، ويعرف معامل ارتباط بيرسون باسم Product moment correlaion coefficient وهو يعني مقدار التغير Covariance بين متغيرين معيارين ، وهذا التغير هو متوسط حاصل ضرب درجات المتغيرين المعياريين . ويقصد بالمتغيرين المعياريين أن درجائهما ثم تحويلها الى درجات معيارية بمتوسط يساوي الصفر وانحراف معياري يساوي الوحدة .

ومتوسط حاصل ضرب درجات المتغيرين المعياريين هو العزم الاول لحاصل الضرب Product monent ، ولذلك قد يطلق عليه البعض اسم معامل ارتباط العزم ، إلا أن المسمى الصحيح هو معامل الارتباط البسيط . ويعتمد معامل ارتباط بيرسون على افتراض وجود علاقة خطية بين المتغيرين ، وأن مستوى قياسهما فئري أو نسبي ، وتوزع درجائهما توزيعا اعتداليا .

### حساب معامل الارتباط الخطي البسيط :

يتم حساب معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين  $X$  ،  $Y$  باستخدام المعادلة :

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

للمتغيرين  $X$  ،  $Y$  ، وهو متوسط تغير درجات  $X$  ،  $Y$  المعيارية  
أما في حالة الدرجات الخام فإن :

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

$$(19) \quad r = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\left[ \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[ \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}}$$

$$r = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\left[ \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[ \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}}$$

$$\frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\left[ \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[ \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}}$$

$$r = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\left[ \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[ \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}}$$

$$(20) \quad r = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\left[ \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[ \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}}$$

وهي المعادلة التي ننصح باستخدامها لحساب معامل ارتباط بيرسون للدرجات الخام . وجميع المعادلات المذكورة آنفاً هي صور مختلفة من حيث الشكل (لكنها متساوية رياضياً) لحساب معامل ارتباط بيرسون للدرجات الخام ، إلا أننا ننصح باستخدام الصورة الأخيرة ( ٢٠ ) ، لأنها تُوْجَل عمليات التقريب الحسابي إلى النهاية . والمعادلة هي :

$$r = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\left[ \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[ \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}}$$

حيث (ن) عدد أفراد العينة (عدد أزواج الدرجات) ،  $M$  من ص هو مجموع حواصل ضرب أزواج الدرجات  $S_x$  ص ، أما  $M$  من  $Y$  ،  $M$  من  $Y$  فهما :  
مجموع مربعات درجات  $S$  ، مجموع مربعات درجات  $S$  ، وتعتمد قيمة معامل الارتباط على تباين درجات المتغيرين (معادلة ١٩) فإذا كان التباين صفراً يقل معامل الارتباط ، وفي حالة عدم وجود تباين في أحد المتغيرين (تساوي درجاته) فلا نستطيع حساب معامل الارتباط .

مثال (١) : ولحساب معامل الارتباط بين درجات الذكاء والعلوم المبيّنة بالجدول (٥ - ٢) ، فإننا نضيف عموداً آخر للجدول يحتوي على مربعات درجات هـ وبالتالي يكون لدينا :

ن = ٦ ، مجس = ٨٨ ، مدس = ٧٧  
 مدس<sup>٢</sup> = ١٥١٤ ، مدس<sup>١</sup> = ١٠٩٥ ، مدس ص = ١٢٦١  
 وتكون قيمة معامل الارتباط

$$\frac{77 \times 11 - 1271 \times 7}{\left[ (77) - 1.90 \times 7 \right] \left[ (11) - 101 \times 7 \right] \sqrt{7777 - 7077}}$$

$$\frac{0929 - 707.0}{\left[ 77 \times 7 - 9.8 \right] \sqrt{7777 - 7077}}$$

$$\frac{79.0}{927.79} = \frac{79.0}{(7 \times 1)(13 \times 0) \sqrt{7777 - 7077}}$$

$$0.802 =$$

كما يمكن استخدام المعادلة (١٩) : 
$$r = \frac{\frac{\text{مجموع ص} - \text{م م م م}}{\text{ن}}}{\text{ع ع ع ع}}$$

حیث میں = ۱۴,۶۷ ، میں = ۱۲,۸۳  
ع = ۶,۱۰ ، ع = ۴,۲۲ ، مجس ص = ۱۲۶۱

$$\text{فتكون } r = \frac{12,82 \times 14,67 - \frac{1261}{6}}{4,22 \times 6,10} = \frac{188,22 - 210,17}{20,74} = \frac{21,90}{20,74} = 0,853 = r$$

وهي تقريبا نفس القيمة السابقة مع اختلاف بسيط ( ٠,٠٠١ ) يرجع الى استخدام التقريب الى رقمين عشريين في حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية .

مثال (٢) : واذا استخدمنا بيانات الجدول (٥ - ٣) لحساب معامل الارتباط البسيط بين س ، ص فاننا نقوم بحساب كل من : مح ص ، مح ص ، مح س٢ ، مح ص٢ ، مح س ص (جدول ٥ - ٦) ثم نطبق احدى المعادلتين (١٩) أو (٢٠) .

معامل الارتباط (ر) =

$$\begin{aligned} & \text{ن مح س ص - مح س مح ص} \\ & \sqrt{\left[ \text{ن مح س}^2 - (\text{مح س})^2 \right] \left[ \text{ن مح ص}^2 - (\text{مح ص})^2 \right]} \\ & = \frac{222 \times 209 - 2506 \times 20}{\sqrt{\left[ (222)^2 - 5284 \times 20 \right] \left[ (209)^2 - 2327 \times 20 \right]}} \\ & = \frac{67298 - 70120}{\sqrt{\left[ 103684 - 107680 \right] \left[ 43681 - 46040 \right]}} \\ & = \frac{2822}{\sqrt{(2996)(2809)}} \\ & = \frac{2822}{2380,02} = 0,825 = r \end{aligned}$$

جدول ( ٥ - ٦ ) لحساب معامل الارتباط البسيط

م	ص	ص <sup>٢</sup>	ص <sup>٢</sup>	ص <sup>٢</sup>	ص <sup>٢</sup>
١	١٣	١٧	١٦٩	٢٨٩	٢٢١
٢	١٦	١١	٢٥٦	١٢١	٦٦
٣	٩	١٢	٨١	١٤٤	١٠٨
٤	٨	١٣	٦٤	١٦٩	١٠٤
٥	٧	١٤	٤٩	١٩٦	٩٨
٦	٥	٩	٢٥	٨١	٤٥
٧	١٠	١٤	١٠٠	١٩٦	١٤٠
٨	٩	١٦	٨١	٢٥٦	١٤٤
٩	١١	١٥	١٢١	٢٢٥	١٦٥
١٠	١٢	١٦	١٤٤	٢٥٦	١٩٢
١١	١١	١٦	١٢١	٢٥٦	١٧٦
١٢	٨	١٧	٦٤	٢٨٩	١٣٦
١٣	١١	١٨	١٢١	٣٢٤	١٩٨
١٤	١٢	١٨	١٤٤	٣٢٤	٢١٦
١٥	١١	١٧	١٢١	٢٨٩	١٨٧
١٦	١٤	١٨	١٩٦	٣٢٤	٢٥٢
١٧	١٠	١٩	١٠٠	٣٦١	١٩٠
١٨	١٣	٢٠	١٦٩	٤٠٠	٢٦٠
١٩	١٥	٢٠	٢٢٥	٤٠٠	٣٠٠
٢٠	١٤	٢٢	١٩٦	٤٨٤	٣٠٨
المجموع	٢٠٩	٣٢٢	٢٣٢٧	٥٣٨٤٠	٣٥٠٦

وباستخدام المعادلة (١٩) حيث  $M_s = 10.45$  ،  $M_{ss} = 16.1$   
 $E_s = 2.67$  ،  $E_{ss} = 3.16$

$$r = \frac{\frac{\sum s s - \frac{(\sum s)^2}{n}}{n}}{E_s E_{ss}}$$

$$= \frac{16.1 \times 10.45 - \frac{350.6}{20}}{3.16 \times 2.67} = \frac{168.25 - 175.3}{8.44}$$

$$r = \frac{7.05}{8.44} = 0.835$$

#### العلاقة بين الانحدار والارتباط الخطي البسيط :

وضحنا في بداية هذا الفصل كيفية التوصل الى معادلة الانحدار الخطي البسيط ، وقد ذكرنا أنه ( الانحدار ) يوضح العلاقة بين متغيرين . كما أن معامل الارتباط هو مقياس لتلك العلاقة بين المتغيرين . ونستطيع التوصل لكل من معادلة انحدار أحد المتغيرين على الآخر ، وكذلك لقيمة معامل الارتباط بينهما باستخدام معامل ارتباط بيرسون إذا ما توفرت درجات المتغيرين .

وقد وضحنا أنه يمكن إيجاد معادلة انحدار ص على س ، ومعادلة انحدار س على ص . وفي كل منهما نحسب ثوابت المعادلة ( أ ، ب ) ، ( أ' ، ب' )  
 وإذا ضربنا ب ب' نحصل على مربع معامل الارتباط ( المعادلة رقم ١٤ هي مربع المعادلة رقم ٢٠ ) .

كما يمكن حساب معامل الارتباط عن طريق الانحدار بطريقة أخرى . فقد ذكرنا أن دقة التنبؤ بقيم المتغير التابع من المتغير المستقل ( المنبأ ) تعتمد على قوة العلاقة بين المتغيرين . وعادة ما نجد تباعدا ( أو انحرافاً ) للقيم الفعلية عن القيم

المقنّباً بها ، وتعرف مربعات هذه الانحرافات باسم مربعات الخطأ (مربعات الانحراف عن خط الانحدار) . أما مربعات الانحدار فهي مربعات انحرافات الدرجات المقنّباً بها عن المتوسط الحسابي للمتغير التابع . ومجموع مربعات الانحدار إضافة إلى مجموع مربعات الخطأ يسمى بمجموع المربعات الكلي .

وإذا استخدمنا الرموز لتوضيح ذلك فإن :

مجموع المربعات الكلي ( للمتغير التابع ) = مجموع مربعات الانحدار + مجموع مربعات الخطأ

$$\text{مج}(\text{ص} - \text{م})^2 = \text{مج}(\text{ص} - \widehat{\text{ص}})^2 + \text{مج}(\widehat{\text{ص}} - \text{م})^2$$

حيث ( ص ) المتغير التابع ، م متوسط الحسابي ،  $\widehat{\text{ص}}$  هي القيم المقنّباً بها . وباستخدام هذه المربعات نستطيع حساب ما يسمى بنسبة الارتباط ، وهي مربع معامل الارتباط (Freund & Wilson, 1997:293-294)

نسبة الارتباط =  $\frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع المربعات الكلي ( للمتغير التابع )}}$

$$r^2 = \frac{\text{مج}(\text{ص} - \widehat{\text{ص}})^2}{\text{مج}(\text{ص} - \text{م})^2}$$

ويمكن حساب مجموع مربعات الانحدار باستخدام معامل الانحدار .

مجموع مربعات الانحدار (ص على م) =

$$= \text{ب} (\text{مج س ص} - \text{ن م م})$$

مجموع المربعات الكلي = (مج ص<sup>2</sup> - ن م<sup>2</sup>)

وتصبح نسبة الارتباط هي :

$$r^2 = \frac{\text{ب} (\text{مج س ص} - \text{ن م م})}{(\text{مج ص}^2 - \text{ن م}^2)} \quad (21)$$

وإذا عوضنا عن (ب) من المعادلة (٥) في المعادلة (٢١) ينتج

$$r^2 = \frac{(\text{مجم ص} - \text{ن م ص})^2}{(\text{مجم ص}^2 - \text{ن م ص}^2)(\text{مجم م}^2 - \text{ن م م}^2)}$$

وهي مربع إحدى صور معادلة بيرسون السابق الإشارة إليها .

مثال (١) : وإذا طبقنا هذه الطريقة على بيانات جدول (٥ - ٢)

حيث  $n = 6$  ،  $\text{مجم ص} = 88$  ،  $\text{مجم ص}^2 = 77$  م

$\text{مجم م}^2 = 1514$  ،  $\text{مجم ص م}^2 = 1095$  ،  $\text{مجم م} = 1261$

فقد سبق أن حصلنا على معادلة انحدار ص على م وهي :

$$\text{ص} = 4.18 + 0.59 \text{ م}$$

ويكون مجموع مربعات انحدار ( ص على م )

$$= \text{ب (مجم ص} - \text{ن م ص)}^2$$

$$= 0.59 (12.83 \times 14.67 \times 6 - 1261)$$

$$= 0.59 (1129.30 - 1261)$$

$$= 131.7 \times 0.59$$

$$= 77.70$$

ومجموع المربعات الكلي للمتغير التابع =  $\text{مجم ص}^2 - \text{ن م ص}^2$

$$= 1095 - 6 \times (12.83)^2$$

$$= 988.115 - 1095$$

$$= 106.885$$

ونسبة الارتباط ( $r^2$ ) =  $\frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع المربعات الكلي للمتغير التابع}}$

$$= \frac{77.70}{106.885}$$



$$r^2 = 0,727$$

$$r = \sqrt{0,727} = 0,853$$

وهي تقريبا تعادل قيمة معامل الارتباط السابق الحصول عليها ( ويرجع الفرق بين القيمتين وهو ٠,٠٠١ الى استخدام رقمين عشريين في العمليات الحسابية ).

#### حساب الارتباط الخطي البسيط للبيانات المبوبة :

يعتمد حساب الارتباط الخطي البسيط للبيانات المبوبة على استخدام بيانات من جدول تكرارى مزدوج . وقد سبق أن وضحنا كيفية اعداد جدول تكرارى مزدوج . ولا يعنى هذا أنه إذا توفرت لنا درجات متغيرين أن نقوم أولا بوضعها في جدول تكرارى مزدوج ، ثم نحسب معامل الارتباط بين المتغيرين باستخدام هذا الجدول لأن معامل الارتباط الناتج غير دقيق ( كما ذكرنا في حالة الانحدار أيضا ) . ولكن إذا لم يتوفر لنا درجات المتغيرين موضع الاهتمام ، بل توفر لدينا بياناتهما في جدول تكرارى مزدوج ، فلا مناص من استخدام ذلك الجدول في حساب معامل الارتباط الخطي البسيط .

وتستخدم معادلة بيرسون لحساب معامل الارتباط الخطي البسيط للبيانات المبوبة مع تغيير بسيط في المعادلة ( ١٩ مثلاً ) ، وهو ضرب كل درجة من درجات س ، ص ( مراكز الفئات ) في تكراراتها ، وكذلك مربعات كل درجة من درجات س ، ص وحواصل الضرب نضرب في التكرارات المقابلة لها . وتصبح صور معادلة بيرسون في حالة البيانات المبوبة كما يلي :

$$r = \frac{\frac{\sum s^2 \sum v^2 - (\sum s v)^2}{\sum s^2 \sum v^2}}{\frac{\sum s^2 \sum v^2 - (\sum s v)^2}{\sum s^2 \sum v^2}} \quad (22)$$

$$r = \frac{\frac{\sum s^2 \sum v^2 - (\sum s v)^2}{\sum s^2 \sum v^2}}{\frac{\sum s^2 \sum v^2 - (\sum s v)^2}{\sum s^2 \sum v^2}}$$

$$r = \frac{\text{مجت (مجت ص ت) - (مجت ص ت) (مجت ص ت)}}{\sqrt{[\text{مجت (مجت ص ت) - (مجت ص ت) (مجت ص ت)}] [\text{مجت (مجت ص ت) - (مجت ص ت) (مجت ص ت)}]}} \quad (23)$$

وبفضل أستخدم المعادلة الأخيرة ( ٢٣ ) وهى المقابلة للمعادلة ( ٢٠ )  
(السابق ذكرها فى حالة الدرجات الخام) .

مثال : بأستخدم بيانات الجدول تكرارى المزدوج ( ٥ - ٤ ) يمكن حساب  
معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص ويوضح جدول ( ٥ - ٥ ) العلميات  
الحسابية اللازمة لتطبيق المعادلة ( ٢٣ ) .

حيث : مجت = ٢٠ ، مجت ص ت = ٢٢٠ ،

مجت ص ت = ٣٣٠ ، مجت ص ت = ٢٥٦٨

مجت ص ت = ٥٦٢٨ ، مجت ص ت = ٣٧٥٦

ونحسب قيمة معامل الارتباط من المعادلة :

$$r = \frac{\text{مجت (مجت ص ت) - (مجت ص ت) (مجت ص ت)}}{\sqrt{[\text{مجت (مجت ص ت) - (مجت ص ت) (مجت ص ت)}] [\text{مجت (مجت ص ت) - (مجت ص ت) (مجت ص ت)}]}}$$

$$= \frac{20(220) - (330)(220)}{\sqrt{[20(220) - (5628)(20)] [20(220) - (2568)(20)]}}$$

$$= \frac{72600 - 75120}{\sqrt{[108900 - 112560] [48400 - 51360]}}$$

$$= \frac{2520}{\sqrt{(3660)(2960)}}$$

$$r = \frac{2520}{3291,44} = 0,766$$

وهي قيمة مختلفة عن معامل ارتباط الدرجات الخام لبيانات جدول (٥-٣) وهي نفس البيانات التي تم وضعها في الجدول التكراري المزدوج (٥ - ٤) . وكما ذكرنا سابقاً أن استخدام البيانات المبوبة يؤدي إلى نتائج تقريبية وغير دقيقة .

#### تأثير التباين وحجم العينة على معامل الارتباط :

يوضح معامل الارتباط بين متغيرين قوة العلاقة بينهما . وتستلزم معادلة بيرسون أن تكون درجات المتغيرين في مستوى قياس فترى أو نسبي ، وأن تكون العلاقة بينهما خطية ، وتتوزع درجاتهما توزيعاً اعتدالياً بالإضافة إلى عشوائية اختيار العينة . فإذا كان توزيع درجات أحد المتغيرين ملتوياً فإن معامل الارتباط الناتج يكون أقل منه في المجتمع . أما إذا كانت العلاقة منحنية فلا يجوز استخدام معادلة بيرسون .

وكما ذكرنا أن معامل الارتباط يوضح قوة العلاقة بين الدرجات المرتفعة والمنخفضة في أحد المتغيرين مع الدرجات المرتفعة والمنخفضة في المتغير الآخر . فإذا لم يحتوى أحد المتغيرين على الدرجات المرتفعة والمنخفضة ( تباين الدرجات ) فإن العلاقة بين المتغيرين تقترب من الصفر : (Sprinthal, 1994 : 215) .

فإذا رغب باحث في حساب العلاقة بين الذكاء والتحصيل لعينة من الطلبة المتفوقين . وفي هذه الحالة فإن درجات هذه العينة ستكون متقاربة في أحد المتغيرين أو كليهما وبالتالي تكون المجموعة متجانسة ، فإن معامل الارتباط بين الذكاء والتحصيل لهذه المجموعة يكون منخفضاً عن معامل الارتباط في المجتمع ( مجتمع طلبة نفس المرحلة التعليمية ) . ومعنى هذا أنه كلما قلت الفروق بين الدرجات ( التباين ) كلما كان معامل الارتباط أقل منه في المجتمع . وكلما زاد تباين الدرجات كلما إقترب معامل الارتباط من معامل الارتباط في المجتمع . أما في حالة تساوي درجات أحد المتغيرين فيكون التباين صفراً وبالطبع لا نستطيع حساب معامل الارتباط لأننا لا نستطيع القسمة على صفر .

كما يتأثر معامل الارتباط بحجم العينة وطريقة اختيارها ، فكلما كانت العينة كبيرة وعشوائية كلما إقتربت من تمثيل المجتمع . وفي هذه الحالة يقترب معامل الارتباط ( بين متغيرين ) من معامل الارتباط في المجتمع . أما إذا كان حجم العينة صغيراً ، فإن معامل الارتباط ( بين متغيرين ) لهذه العينة يكون أكبر من معامل الارتباط في المجتمع . ولذلك نقترح أن لا يقل حجم العينة عن (٣٠)

لحساب معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين ، وبالنسبة يفضل أن يكون إختيار العينة عشوائية .

#### تفسير معامل الارتباط :

تتراوح قيمة معامل الارتباط بين  $\pm 1$  ، وغالبا ما تكون قيمة كسرية . وتدل الإشارة على كون العلاقة طردية ( موجبة ) أو عكسية ( سالبة ) .

فإذا كان معامل الارتباط بين متغيرين  $0.7$  فإنه يعنى حجم العلاقة واتجاهها الإيجابى . وإذا كان معامل الارتباط بين متغيرين  $-0.6$  فهو يعنى أيضا حجم العلاقة واتجاهها السلبى ( العكسى ) وقد ينظر البعض الى معامل الارتباط  $0.7$  على أنه نسبة مئوية بين المتغيرين ، ولكن هذا غير صحيح . كما أن مثل هذه العلاقة ليست علاقة سببية . فقد يرتبط متغيرين ارتباطا مرتفعا أو منخفضا ( إيجابيا أو سلبيا ) ولكن هذا الارتباط لا يدل على أن أحدهما سببا فى الآخر ، وإنما يدل على وجود شئ مشترك بين المتغيرين . فالعلاقة بين الذكاء والتحصيل لا تعنى أن الذكاء يسبب التحصيل أو العكس ، وإنما تعنى أنهما غير مستقلين ويوجد شئ مشترك بينهما . وقد يكون السبب هو متغير ثالث مثل عدد ساعات الاستذكار أو جودة التدريس وغير ذلك . وبصفة عامة فإن تفسير العلاقة بين متغيرين فى العلوم الانسانية ، أمر شائك لتداخل العديد من المتغيرات الأخرى .

ويدل معامل الارتباط المرتفع ( سواء كان موجبا أو سالبا ) على علاقة قوية بين المتغيرين ، ومعامل الارتباط المنخفض يدل على علاقة ضعيفة وقد اقترح جيلفورد ( Guilford, 1956 : 145 ) تفسيراً لمعاملات الارتباط حسب أحجامها وذلك إذا كانت الارتباطات دالة ( هامة أو حقيقية ) ، إلا أن هذه التفسيرات لا تنطبق على الارتباطات غير الدالة .

- معامل الارتباط الأقل من  $0.2$  ضعيف ويدل على علاقة غير هامة .
- معامل الارتباط من  $0.2$  الى  $0.39$  ضعيف ويدل على وجود علاقة ضعيفة .
- معامل الارتباط من  $0.4$  الى  $0.69$  متوسط ويدل على علاقة جيدة وهامة .
- معامل الارتباط من  $0.7$  الى  $0.89$  مرتفع ويدل على علاقة قوية .
- معامل الارتباط اكبر من  $0.9$  مرتفع جدا ويدل على علاقة شبه تامة

وتنطبق هذه التفسيرات على معاملات الارتباط الدالة ومهما كانت الإشارة موجبة أو سالبة ، فمعامل الارتباط  $0,8$  يدل على حجم للعلاقة مشابه لما يدل عليه معامل الارتباط  $-0,8$  والفرق بينهما في الاتجاه ( إيجابي أو سلبي ) .

والتفسير الأكثر شيوعا واستخداما لمعاملات الارتباط هو استخدام ما يسمى بمعامل التحديد في تفسير الارتباط . فقد ذكرنا من قبل أنه يمكن حساب نسبة الارتباط وهي عبارة عن نسبة مربعات الانحدار الى المربعات الكلية . وتعد هذه النسبة جزء من التباين ( في المتغير التابع ) والذي يمكن تفسيره بمعادلة الانحدار . ونسبة الارتباط هي مربع معامل الارتباط بين المتغيرين وهي التي تسمى أحيانا باسم معامل التجديد (  $r^2$  ) . وعليه فإن معامل التحديد ( أو نسبة الارتباط ) هي نسبة التباين المشترك بين المتغيرين .

فإذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين  $0,7$  فإن معامل التحديد  $= (0,7)^2 = 0,49$  وهو يعني أن  $49\%$  من التباين في أحد المتغيرين ( غالبا التابع ) يمكن تفسيره بمعرفة المتغير الثاني ( المتنبأ ) . أو أن  $49\%$  من تباين المتغير ( ص ) مشترك مع المتغير ( س ) . ومعنى هذا أننا لاستخدم معامل الارتباط كنسبة مئوية ، وإنما نستخدم مربع معامل الارتباط كنسبة مئوية لتفسير العلاقة بين المتغيرين . فإذا كان معامل الارتباط بين الذكاء والتحصيل  $0,5$  ، فإن  $25\%$  من التباين مشترك بين الذكاء والتحصيل ويمكن القول أن الذكاء والتحصيل يعتمدان على بعضهما البعض في  $25\%$  من التباين ، بينما  $75\%$  المتبقية ترجع الى عوامل أخرى .

وإذا وجدنا معامل ارتباط موجب بين رواتب المعلمين وتفوق طلابهم ، فلا يعني هذا أن زيادة الرواتب تؤدي الى زيادة التفوق . وإنما توجد متغيرات أخرى ترجع اليها هذه العلاقة . وإذا كان معامل الارتباط سالبا بين قلق الاختبار والاداء على هذا الاختبار ، فإنه لايعنى أن الطلبة مرتفعو القلق لايجيبون عن أسئلة الاختبار ، ولايعنى أيضا أن منخفضو القلق يحصلون على أعلى الدرجات . فقد يكون الطالب غير المستعد للاختبار غير قلق ، والطالب المستعد للاختبار أقل قلقا أيضا ، وبالتالي فإن الارتباط البسيط بين المتغيرين لا يوضح لنا شيئا أو ربما يصعب تفسيره .

والخطأ الشائع في البحوث الارتباطية ، هو تفسير معاملات الارتباط على أنها علاقات سببية . والمشكلة ليست في معامل الارتباط ذاته وإنما في تفسيره ،

وتحمله معنى أكثر مما يحتمل . ومن المفضل دائما الرجوع الى متغيرات أخرى ذات علاقة بالمتغيرين وتساعد في تفسير معامل الارتباط .

#### رابعاً: معامل ارتباط الرتب :

توصل شارلز سبيرمان Charles Spearman الى معادلة لحساب معامل الارتباط بين متغيرين في حالة القياس الترتيبي ، ولذلك يسمى معامل ارتباط الرتب أو معامل ارتباط سبيرمان ، ولا تفترض معادلة سبيرمان أى افتراضات مثل معادلة بيرسون .

وتعتمد معادلة سبيرمان على ترتيب الدرجات ( اذا كانت في مستوى فئى أو نسبى ) ، وحساب الفروق بين الرتب ، ثم تطبيق المعادلة وهى :

$$\text{معامل ارتباط الرتب ( ر )} = 1 - \frac{6 \sum F^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث ن عدد ازواج الرتب ( أو الدرجات ) ،  $\sum F^2$  هى مجموع مربعات فروق الرتب .

مثال ( ١ ) : إذا كان ترتيب مجموعة من الطلبة في مقررى اللغة العربية والرياضيات كما بالجدول ( ٥ - ٧ ) .

جدول ( ٥ - ٧ )

م	رتب اللغة العربية	رتب الرياضيات	فروق الرتب ف	$\sum F^2$
١	٢	٣	١ -	١
٢	٣	١	٢ +	٤
٣	٧	٥	٢ +	٤
٤	٦	٨	٢ -	٤
٥	١	٢	١ -	١
٦	٥	٧	٢ -	٤
٧	٨	٤	٤ +	١٦
٨	٤	٦	٢ -	٤
المجموع			صفر	٣٨

ولحساب معامل ارتباط الرتب :

١ - نحسب فروق الرتب ( ف ) .

٢ - نربع فروق الرتب ( ف<sup>٢</sup> ) .

٣ - نحسب مح ف<sup>٢</sup> .

٤ - نطبق معادلة سبيرمان

$$r = 1 - \frac{\sum f^2}{n(n-1)} = 1 - \frac{28 \times 6}{(1-64) 8}$$

$$= 1 - \frac{228}{63 \times 8} = 1 - \frac{228}{504}$$

$$r = 1 - 0,45 = 0,55$$

وهو يدل على علاقة متوسطة بين ترتيب الطلبة في اللغة العربية والرياضيات .

- لا حظ أن مح ف = صفر دائما

- مجموع رتب المتغير الاول = مجموع رتب المتغير الثاني .

مثال ( ٢ ) : قد تكون البيانات في مستوى قياس فترى أو نسبي لأحد المتغيرين والمتغير الثاني ترتيبى ، وفي هذه الحالة يتم حساب معامل ارتباط الرتب لبيانات جدول ( ٥ - ٨ ) كما يلي :

١ - نرتب درجات عدد ساعات التحريب ترتيبا تنازليا ( بما يتفق وترتيب اللاعبين ) .

٢ - نحسب فروق الرتب ( ف ) .

٣ - نحسب مربع فروق الرتب ( ف<sup>٢</sup> )

٤ - نطبق معادلة سبيرمان

جدول ( ٥ - ٨ ) علاقة ترتيب اللاعبين بعدد ساعات التدريب

م	ترتيب اللاعبين	ساعات التدريب الاسبوعى	ترتيب ساعات التدريب	ف	ف٢
١	٣	١٢	٣	صفر	صفر
٢	١	١٥	١	صفر	صفر
٣	٤	١٣	٢	٢	٤
٤	٢	١١	٤	٢ -	٤
٥	٥	٨	٧	٢ -	٤
٦	٧	١٠	٥	٢	٤
٧	٦	٩	٦	صفر	صفر
المجموع				صفر	١٦

$$r = \frac{16 \times 6}{(1 - 49) \cdot 7} - 1 =$$

$$- 1 = \frac{96}{336} - 1 = - 0,29 = - 0,71$$

مثال ( ٣ ) : إذا كان مستوى قياس المتغيرين اسمى أو ترتيبى ، وبالطبع فى هذه الحالة يتم حساب معامل ارتباط بيرسون . ولكن إذا كان حجم العينة صغيراً ( أقل من ٢٠ ) أو كان توزيع الدرجات ملتو التواء حاداً ( أكثر من ٦٠ % ) موجبا أو سالبا ، فإننا نستخدم معامل ارتباط سبيرمان .

وإذا استخدمنا درجات جدول ( ٥ - ١ ) لحساب معامل ارتباط سبيرمان بين درجات الذكاء والعلوم فإننا ننتج ما يلى :

١ - نرتب درجات كل متغير من المتغيرين ( تصاعدياً )

٢ - نحسب فروق الرتب ( ف ) .

٣ - نحسب مربعات فروق الرتب ( ف٢ ) .

٤ - نطبق معادلة سبيرمان



ويوضح جدول ( ٥ - ٩ ) درجات الطلبة فى الذكاء والعلوم ، ويتم ترتيب درجات الذكاء حيث استبدلنا الدرجة (٨) بالرتبة ( ١ ) لأنها أقل درجة ، ولكن الدرجة الاعلى منها ( ١٠ ) تكررت مرتين احدهما ترتيبها ٢ ، الثانية ٣ ، ولذلك

نأخذ متوسط الرتبتين  $2,5 = \frac{2+3}{2}$  ويكون ترتيب الدرجة ( ١٠ ) فى الذكاء هو ٢,٥ ، ونكتب ٢,٥ مرتين أمام الدرجتين ١٠ ، ١٠ .

ونأخذ الدرجة ١٥ الرتبة ٤ والدرجة ٢٠ الرتبة ٥ والدرجة ٢٥ الرتبة ٦ . ورتب درجات العلوم هي ( ١ ) للدرجة ٧ ، ( ٢ ) للدرجة ٨ ، ( ٣ ) للدرجة ١٢ وهكذا حتى الدرجة ١٨ رتبها ( ٦ ) :

جدول ( ٥ - ٩ ) لحساب ارتباط الرتب بين الذكاء والعلوم

	الذكاء	العلوم	ترتيب الذكاء	ترتيب العلوم	ف	ف٢
١	٢٥	١٨	٦	٦	صفر	صفر
٢	١٥	١٧	٤	٥	١-	١
٣	١٠	١٢	٢,٥	٣	٠,٥-	٠,٢٥
٤	٢٠	١٥	٥	٤	١	١
٥	٨	٧	١	١	صفر	صفر
٦	١٠	٨	٢,٥	٢	٠,٥	٠,٢٥
المجموع					صفر	٢,٥

$$r = \frac{2,5 \times 6}{(1 - 36) 6}$$

$$= \frac{15}{210} - 1 =$$

$$= 1 - 0,07 = 0,93 \text{ وهى علاقة مرتفعة}$$

### العلاقة بين ارتباط سبيرمان وارتباط بيرسون :

نلاحظ أن معامل ارتباط الرتب هنا ( ٠,٩٣ ) أكبر من معامل ارتباط بيرسون لنفس الدرجات حيث كان ٠,٨٥٢ ويرجع السبب في ذلك إلى أن تباين الدرجات الخام أكبر من تباين الرتب . كما أننا أعطينا الدرجة ٧ في العلوم الرتبة (١) والدرجة ٨ الرتبة (٢) والدرجة ١٢ الرتبة (٣) ... وهنا نلاحظ أن الفروق بين الدرجات ( ٧ ، ٨ ، ١٢ ) مختلفة ، بينما الفروق بين رتبها ( ١ ، ٢ ، ٣ ) متساوية وهذا ما يؤدي إلى اختلاف في قيمة معامل ارتباط سبيرمان عن معامل ارتباط بيرسون لنفس الدرجات .

لكن معامل ارتباط سبيرمان لا يكون دائما أعلى من معامل ارتباط بيرسون لنفس الدرجات ، فقد يكون أقل منه أو متقارب معه .

وفي الحقيقة معامل ارتباط سبيرمان يعد حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون ، ولمن يرغب في معرفة ذلك نقدم البرهان التالي :

معامل ارتباط بيرسون =

$$\frac{\sum (R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum (R_i - \bar{R})^2 \sum (S_i - \bar{S})^2}}$$

وفي حالة استخدام الرتب (بدلا من الدرجات) فإن : مجموع رتب

$$S = \text{مجموع رتب } S = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{ومجموع مربعات رتب } S = \sum (S_i - \bar{S})^2 = \sum (S_i^2) - n\bar{S}^2$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6} \text{ وهي من مجموع المتسلسلات الرياضية .}$$

$$\text{وتكون } \bar{S} = \frac{n+1}{2}$$

$$\sum (S_i - \bar{S})^2 = \sum (S_i^2) - n\bar{S}^2$$

$$= \sum (S_i^2) - \frac{n(n+1)^2}{4}$$

$$\text{وحيث أن } \sum (S_i - \bar{S})^2 = \sum (S_i^2) - n\bar{S}^2 \text{ فإن :}$$

$$\text{م.ف}^2 = 2 \text{ م.ج.س}^2 - 2 \text{ م.ج.س.ص}$$

$$\text{وبالتالى : م.ج.س.ص} = \text{م.ج.س}^2 - \frac{\text{م.ج.ف}^2}{2}$$

وبالتعويض فى قانون ارتباط بيرسون :

$$( \text{عن م.ج.س} = \text{م.ج.ص} , \text{م.ج.س}^2 = \text{م.ج.ص}^2 )$$

$$r = \frac{\text{ن م.ج.س.ص} - (\text{م.ج.س}) (\text{م.ج.ص})}{\sqrt{[\text{ن م.ج.س}^2 - (\text{م.ج.س})^2] [\text{ن م.ج.ص}^2 - (\text{م.ج.ص})^2]}}$$

$$r = \frac{\text{ن م.ج.س.ص} - (\text{م.ج.س}) (\text{م.ج.ص})}{\text{ن م.ج.س}^2 - (\text{م.ج.س})^2} \text{ وبالتعويض عن م.ج.س.ص فان :}$$

$$r = \frac{\text{ن} [\text{م.ج.س}^2 - \frac{\text{م.ج.ف}^2}{2}] - (\text{م.ج.س})^2}{\text{ن م.ج.س}^2 - (\text{م.ج.س})^2}$$

$$= \frac{\text{ن م.ج.س}^2 - (\text{م.ج.س})^2 - \frac{\text{ن م.ج.ف}^2}{2}}{\text{ن م.ج.س}^2 - (\text{م.ج.س})^2}$$

$$= 1 - \frac{\text{ن} \frac{\text{م.ج.ف}^2}{2}}{\text{ن م.ج.س}^2 - (\text{م.ج.س})^2} \text{ وبالتعويض عن م.ج.س}^2 , \text{م.ج.س}^2$$

$$\text{بـدلالة ن فان :}$$

$$\frac{\text{ن م.ج.ف}^2}{2}$$

$$r = 1 - \frac{\text{ن} \frac{\text{م.ج.ف}^2}{2}}{\text{ن}^2 (1 + \text{ن}) - \frac{\text{ن}^2 (1 + \text{ن})^2}{2}}$$

$$r = \frac{\text{مجموع } x^2}{n(n+1)(1+n-1)} - 1$$

$$r = \frac{\text{مجموع } x^2}{n(n+1)(1+n)} - 1$$

$$r = \frac{\text{مجموع } x^2}{n(1-n^2)} - 1 \text{ وهي معادلة سبيرمان .}$$

استخدامات معامل الارتباط :

يستخدم معامل الارتباط في حساب قيمة العلاقة بين متغيرين ، طبقاً لشروط ارتباط بيرسون ، أو بطريقة سبيرمان . وتهتم معظم البحوث في العلوم الانسانية بقوضيح العلاقات بين المتغيرات ومحاولة التوصل الى مقترحات عن أسباب تلك العلاقات . كما تهتم أيضاً بالتنبؤ بالمتغيرات باستخدام متغيرات أخرى مستقلة (متبلة) .

ويعتمد تقنين أدوات القياس على حساب معاملات الصدق والثبات . ويحسب صدق الأداة من معاملات ارتباط درجاتها مع درجات أداة أخرى أو محك خارجي .

أما ثبات الأداة فيحسب من معاملات ارتباط درجات الأداة بعد تطبيقها مرتين (إعادة التطبيق) ، أو من معاملات ارتباط درجات صور متكافئة من الأدوات ، أو بطريقة التجزئة النصفية لأسئلة الأداة وحساب معامل الارتباط بين درجات النصفين ثم تصحيحه بمعادلة سبيرمان براون . وكل هذه الطرق تستخدم معادلة بيرسون لحساب معامل الارتباط والتي يخضع استخدامها للشروط الخاصة بها وفي كثير من الأحيان تستخدم معادلة بيرسون استخداماً غير صحيحاً . فالعلاقة بين النوع ( ذكر/ أنثى ) والدخل ، والعلاقة بين الحالة الاجتماعية والتوافق النفسي ، والعلاقة بين محل الإقامة والنجاح في العمل وغيرها من العلاقات التي تستخدم متغيرات إسمية لايجوز أن تستخدم معادلة بيرسون . ولكن هناك طرق أخرى لحساب العلاقات بين مثل هذه المتغيرات تختلف عن معادلة بيرسون أو سبيرمان

لذلك يجب الحذر عند حساب معامل الارتباط بين متغيرين ، وكذلك تفسير هذا الارتباط .

الفصل السادس  
الاحتمالات والمنحني  
الاعتيادي

Probabilities and Normal Curve





## الفصل السادس

### الاحتمالات والمنحني الاعتدالي

ننمعرض في هذا الفصل لمناقشة موضوع هام وهو الاحتمالات والتي كثيراً ما نستخدمها في حياتنا اليومية ، ففي الوقت الذي نقرأ فيه هذا الفصل تكون قد استخدمت كلمة احتمال مئات الآلاف من المرات في حديثك اليومي العادي أو العلمي . فما يحيط بنا من أحداث هي احتمالية معتمدة على ظروف كل حدث ، ولا نستطيع التأكيد على حدوث حدث معين . فإذا بذل الطالب كل جهده فلا نستطيع أن نؤكد تفوقه ، وكذلك قيادتك الحريصة للسيارة لا تؤكد السلامة من الحوادث ، كما أن التغذية الجيدة والرعاية الصحية المتميزة لا تؤكد عدم الإصابة بالأمراض .

وقد تكون هناك أحداث أكيدة الوقوع ولكنها قليلة ، فالحقائق المطلقة أكيدة ، ولكن معظم الحقائق نسبية . وقد نستطيع أن نؤكد الحدث بعد وقوعه ، ونستدل على ذلك من الشواهد والظروف المحيطة به . فعند قذف قطعة عملة في الهواء فإن وقوعها على الأرض أكيد بسبب الجاذبية الأرضية ، ولكنها في الفراغ المنعدم الجاذبية لا تسقط ، وإنما قد تظل طائرة أو تجتذبها بعض الأجرام السماوية .

والاحتمالات موضوع هام وله علاقة كبيرة في البحوث العلمية وفي علم الاحصاء ، فالعديد من التوزيعات التكرارية والمنحنيات التي يعتمد عليها علم الاحصاء وأساليبه المختلفة يتم تفسيرها في ضوء الاحتمالات ، كما أن الاحصاء الاستدلالي يعتمد أساساً على الاحتمالات .

#### الاحتمالات : Probabilities

كثيراً ما نتحدث عن الاحتمالات ونستخدم كلمة احتمال في حياتنا اليومية مثل قولنا احتمال فوز فريق كرة على فريق آخر ، وهذا يعنى أنه يجوز أن يفوز ذلك الفريق على الفريق الآخر . أو قولنا باحتمال فوز مرشح في الانتخابات على منافسيه ، أو احتمال سقوط الأمطار بعد ظهر اليوم وهكذا . فحياتنا اليومية مليئة باستخدام الاحتمالات ، وقد نستخدم معها كلمات إضافية أخرى مثل الاحتمال

قوى لنجاح الطالب فلان في الامتحان أو احتمال كبير لسقوط الامطار في فصل الشتاء وغيرها من الأمثلة .

ولكن الاحصائيون لا يفضلون استخدام كلمات كبير أو قوى أو ضعيف ، وإنما يحاولون قياس تلك الاحتمالات رقمياً حتى يكون التعبير عنها اكثر دقة ، فالقول بأن احتمال سقوط الأمطار ٨٠٪ يختلف عن القول احتمال كبير لسقوط الامطار . والقول بأن احتمال فوز الفريق (أ) على الفريق (ب) يعادل ٧٠٪ يختلف عن كلمة احتمال قوى لفوز الفريق (أ) على الفريق (ب) .

وإذا كان احتمال حدوث الشئ معدوم فإن ذلك يمثل التأكيد المطلق لعدم الحدوث وتكون قيمة الاحتمال هي أقل قيمة ممكنة وهي الصفر . أما حالة التأكيد المطلق لحدوث الشئ ، فتكون الاحتمال هي أكبر قيمة ممكنة وهي الواحد الصحيح ( أو ١٠٠٪ ) . ومعنى هذا أن قيم الاحتمال تتحصر بين الصفر والوحدة . ( أو من الصفر الى ١٠٠٪ ) وقد يأخذ الاحتمال قيمة كسرية بين صفر ، واحد صحيح . فإذا كان الاحتمال مساوياً للصفر فإن ذلك يمثل الاستحالة المطلقة ، أما إذا كان الاحتمال مساوياً للوحدة فإن ذلك يمثل التأكيد المطلق أو الحقيقة المطلقة .

وهناك احتمالات يمكن معرفتها عن طريق التجريب ، فإذا قذفت قطعة من العملة المعدنية مثلاً في الهواء فإنه لا بد وأن تسقط وتظهر إما صورة أو كتابة (بافتراض أنها لا تسقط على حافتها) . حيث أن هذين الحدثين أو الاحتمالين (الصورة والكتابة) لا ثالث لهما وأنه يجب أن يحدث أحدهما ، أي أنها حقيقة مطلقة في ظهور أي من الوجهين ( الصورة أو الكتابة ) ، واحتمال تلك الحقيقة المطلقة = الوحدة . وبالتالي فإن احتمال كلا منها يساوي نصف الاحتمال الكلي ، أي أن احتمال ظهور الصورة =  $\frac{1}{2}$  واحتمال ظهور الكتابة =  $\frac{1}{2}$  ويكون ذلك صحيحاً إذا لم تكن قطعة العملة منحيزة .

أما في حالة زهرة ( نرد ) الطاولة فتوجد ست نتائج متساوية في احتمال حدوثها ( لأن الزهرة تحتوي على ستة أوجه متكافئة وغير منحيزة ) . وحيث أنه من المؤكد أن تحدث نتيجة واحدة من النتائج الست ( بافتراض أن الزهر لا يقف على ركن من أركانه ) ، فيكون احتمال ظهور الرقم ٢ أو ظهور الرقم ٣ يكون متساوياً وهو  $\frac{1}{6}$  . وبالمثل احتمال الحصول على الرقم ٥ هو  $\frac{1}{6}$  ، واحتمال الحصول على الرقم ٦ هو  $\frac{1}{6}$  أيضاً .

وبصفة عامة فإن احتمال حدوث أي حادثة هو عبارة عن النسبة بين عدد



مرات ظهور الحادثة مقسوما على عدد جميع الحالات الممكنة . وفي حالة رمى نرد الطاولة مرة واحدة فان جميع الحالات الممكنة = 6 ، وبالتالي احتمال الحصول على أى وجه من الأوجه الستة هو  $1/6$  . ولذلك يمكن تعريف الاحتمال بأنه نسبة عدد مرات حدوث حدث معين الى العدد الكلى المحتمل للاحداث . فاذا كان عدد الحالات التى تقع فيها حادثة معينة هو  $m$  ، وجميع الحالات الممكنة هو  $n$  ، فان احتمال وقوع الحادثة المعينة هو  $\frac{m}{n}$  . ففي حالة رمى قطعة العملة يوجد احتمالين فقط ( جميع الحالات الممكنة ) وهى الحصول على صورة أو الحصول على كتابة . وتكون عدد الحالات التى تظهر فيها الصورة ( فى حالة الرمية الواحدة ) هو واحد ، وعليه يكون احتمال ظهور الصورة (ص)  $= 1/2$  وكذلك احتمال ظهور الكتابة (ك)  $= 1/2$  .

أما إذا ألقينا قطعتى عملة معا فان الاحتمالات الممكنة هى أربع حالات كما بالجدول ( ٦ - ١ ) .

جدول ( ٦ - ١ )

الحالة	١	٢	٣	٤
القطعة (أ)	ص	ص	ك	ك
القطعة (ب)	ص	ك	ص	ك
الاحتمال	$1/4$	$2/4$	$1/4$	$1/4$

وعدد حالات ظهور الصورة فى القطعتين معا هو (١) ، فيكون احتمال الحصول على صورتين معا  $= 1/4$  . بينما احتمال الحصول على صورة وكتابة  $= 2/4 = 1/2$  . لأن عدد حالات ظهور الصورة والكتابة معا هو ٢ . أما احتمال الحصول على كتابة فى القطعتين معا هو  $1/4$  .

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \text{ ( فى الحادث كله )}$$

ولكن الواقع العملى قد يختلف بعض الشئ ، بمعنى أننا إذا قذفنا قطعة عملة ٦٠٠ مرة ، فقد نحصل على صورة ٣٢٠ مرة . ويكون احتمال ظهور

ويكون احتمال ظهور الصورة =  $\frac{\text{عدد حالات وقوع الحادث}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$

$$= \frac{320}{600} = \frac{8}{15} \text{ (وهو قريب من } \frac{1}{2} \text{) .}$$

ويسمى هذا الاحتمال المذكور بالاحتمال التجريبي وهو  $\frac{\text{العدد الكلي لوقوع الحادث}}{\text{عدد المحاولات الكلية}}$

وبالمثل إذا كان عدد المواليد ١٠٠٠ طفل بينهم ٤٨٠ ذكور ، فإن احتمال أن

$$\text{يكون المولود ذكرا هو } \frac{480}{1000} = 0,48 \text{ ، واحتمال كون المولود أنثى } \frac{520}{1000} = 0,52$$

وإذا ألقينا زهرتي طاولة معا فانه يظهر لنا وجهين ويكون مجموع النقاط على الوجهين معا يتراوح بين ٢ إلى ١٢ ، وتكون عدد الحالات الكلية الممكنة هي ٣٦ كما هو مبين بالجدول التالي :

جدول ( ٦ - ٢ )

عدد النقاط	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	المجموع
عدد مرات الظهور	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٣٦
الاحتمال	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	١

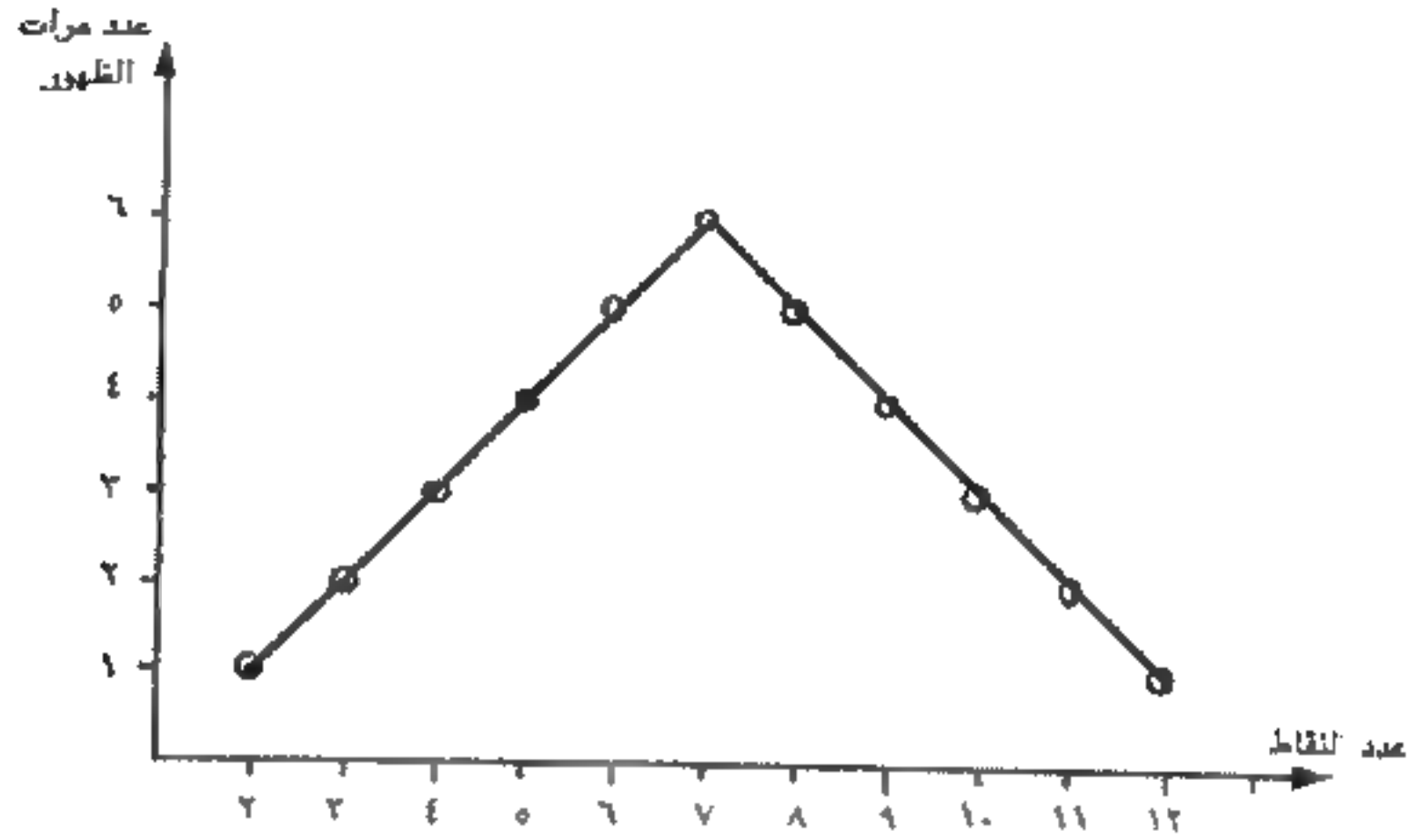
ويتضح من هذا الجدول ( ٦ - ٢ ) أن عدد المرات التي نحصل فيها على ٣ نقاط هي : واحد في أحد الزهرتين و ٢ في الثاني ، ٢ في الأول وواحد في الثاني . أي أن عدد مرات ظهور العدد ٣ هو ٢ ، ويكون احتمال الحصول على

$$\text{العدد ٣} = \frac{2}{36} .$$

أما عدد مرات ظهور العدد ٥ مثلا فهي : ( ١ ، ٤ ) ، ( ٢ ، ٣ ) ، ( ٣ ، ٢ ) ، ( ٤ ، ١ ) أي أربع مرات ، ويكون احتمال الحصول على العدد ٥ عند رمي زهرتين

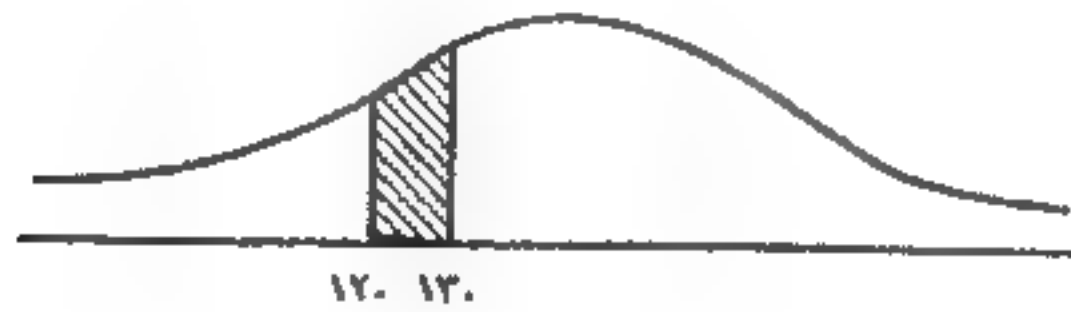
$$\text{معا هو } \frac{4}{36} .$$

وإذا مثلنا الجدول السابق بيانياً بمنحنى تكرارى فإننا نحصل على منحنى متصل يشبه شكل المثلث ، ومن الواضح أنه منحنى متماثل (شكل ٦ - ١) .



شكل (٦ - ١) منحنى توزيع احتمالي

ويمكننا تطبيق ذلك فى الحياة العملية ، فإذا أخذنا عينة مكونة من ١٠٠ طالب وطالبة من أعمار مختلفة وقسنا أطوالهم وحاولنا تمثيل ذلك بيانياً فإننا قد نحصل على منحنى مشابه للمنحنى السابق . ومن هذا المنحنى نستطيع إيجاد احتمال الحصول على طول معين . فمثلاً احتمال الحصول على طالب ( أو طالبة ) طوله يتراوح بين ١٢٠ ، ١٣٠ سم فإنه يساوى نسبة المساحة المظللة بالشكل (٦ - ٢) الى المساحة الكلية تحت المنحنى . وتعد هذه النسبة هي احتمال الحصول على طالب طوله يتراوح بين ١٢٠ ، ١٣٠ سم ومعنى هذا أن المساحات تحت المنحنى ما هى إلا احتمالات تستخدم فى الحديث عن البيانات أو النتائج .



شكل (٦ - ٢) منحنى توزيع أطوال عينة من الطلبة

وهناك توزيعات احتمالية كثيرة مثل التوزيع الاعتدالي ، وتوزيع ذي الحدين ، وتوزيع ت ، وتوزيع مربع كاي ، وتوزيع ف وغيرها . وسوف نناقش فيما يلي التوزيع الاعتدالي .

### منحنى التوزيع الاعتدالي : Normal Distribution

إذا كان المتوسط الحسابي والانحراف المعياري هما روح الإحصاء الوصفي فإن المنحنى الاعتدالي أكثر أهمية لعلم الإحصاء وأساليبه المتعددة ، كما أنه يجمع بين المتوسط الحسابي والانحراف المعياري معاً . ويرجع اكتشاف المنحنى الاعتدالي إلى عالم الرياضيات الألماني كارل فريدريك جاوس Karl F . Gauss ولذلك يشير كثير من الإحصائيين إلى المنحنى الاعتدالي بالمنحنى الجاوسي (Sprinthal, 1994: 59).

وكان جاوس أفضل من أقرانه في الرياضيات ، حيث كان يشير حالة من التوتر والارتباك لدى معظم المعلمين . وقد قيل عنه أنه كان يستطيع الجمع والطرح والضرب والقسمة قبل تعلم الكلام . ففي عمر ثلاث سنوات عند ما بدأ التحدث اكتشف خطأ حسابيا في حسابات والده ، وفي عمر الثامنة كان يجمع من ١ إلى ١٠٠ في عقله ( عندما أعطى المعلم لتلاميذ صفه واجبا لجمع هذه الأعداد من ١ إلى ١٠٠ أثناء انشغال المعلم في التصحيح ولكن جاوس توصل للحل وأفسد خطة المعلم ) . ويعد كارل جاوس من أهم الأشخاص في تاريخ الإحصاء لأنه اكتشف المنحنى الاعتدالي ومفاهيم إحصائية أخرى (Sprinthal, 1994:59) والتوزيع الاعتدالي من التوزيعات الاحتمالية الهامة في الإحصاء وفي الدراسات التربوية والاجتماعية والانسانية . والتوزيع الاعتدالي هو توزيع يأخذ شكل منحنى مدبب ذو قمة واحدة ، ويمتد طرفاه إلى ما لا نهاية ، وهو يشبه إلى حد كبير شكل الناقوس المقلوب ولذلك يسمى بالمنحنى الناقوسي (الجرسي) . ويمكن الحصول على مثل هذا التوزيع إذا أخذنا عينة عشوائية من مجتمع معين وقسنا أطوالهم أو حصلنا على درجاتهم إذا أخذنا عينة عشوائية من مجتمع معين وقسنا أطوالهم أو حصلنا على درجاتهم في الذكاء مثلاً ، ثم مثلنا الدرجات بيانياً فاننا نحصل على منحنى تكراري قريب من شكل المنحنى المعتدل .

### خصائص المنحنى الاعتدالي :

المنحنى الاعتدالي هو توزيع تكراري له قمة واحدة ، ويمثل المحور الأفقي درجاته بينما المحور الرأسي يمثل تكرارات هذه الدرجات . والمنحنى الاعتدالي

ست خصائص ( Sprinthal, 1994: 60-62 ) تميزه عن التوزيعات التكرارية الأخرى وهي :

١ - تتجمع معظم الدرجات في المنحني الاعتدالي حول وسط التوزيع حيث تقع قمة المنحني ، ومع زيادة المسافة عن الوسط ( من الجهتين ) تقل تكرارات الدرجات وينحدر المنحني ليقترّب من المحور الأفقي عند طرفيه .

٢ - في المنحني الاعتدالي تتساوى مقاييس النزعة المركزية الثلاثة ( المتوسط والوسيط والمنوال ) ، حيث تكون في نفس النقطة وهي مركز أو منتصف التوزيع .

٣ - المنحني الاعتدالي متماثل Symmetric ، وإذا أسقطنا عموداً من قمته إلى المحور الأفقي فإنه يقسم المنحني إلى نصفين متطابقين تماماً وتكون مساحة كل قسم مساوية ٥٠٪ من المساحة الكلية تحت المنحني .

٤ - يمكن تقسيم كل نصف من نصف المنحني الاعتدالي إلى ثلاثة أقسام طول كل قسم منها ( على المحور الأفقي ) هو واحد إنحراف معياري . وبالتالي فإن العلاقة بين المدى ( الفرق بين أكبر وأقل درجة ) والانحراف المعياري هي ستة أمثال تقريباً .

٥ - توجد علاقة ثابتة بين المنحني الاعتدالي والانحراف المعياري ، فإذا تم تدريج وحدات المحور الأفقي بوحدات الانحراف المعياري تكون النسب المئوية للمساحة تحت المنحني عند تلك الوحدات ثابتة ، وهذه العلاقة صحيحة لكل المنحنيات الاعتدالية . ومعنى هذا إذا وجدت نسبة مئوية معينة من الدرجات تقع بين واحد واثنين انحراف معياري فوق المتوسط تكون هي نفس النسبة في أي منحني اعتدالي . وحيث أن المنحني الاعتدالي متماثل فإن النسبة بين أي قيمتين للانحراف المعياري فوق المتوسط أو تحت المتوسط تكون متساوية وثابتة . وهذه الخاصية مهمة في فهم المنحني الاعتدالي . وإذا تم رسم المنحني بوحدات الانحراف المعياري فإنه يسمى المنحني الاعتدالي المعياري .

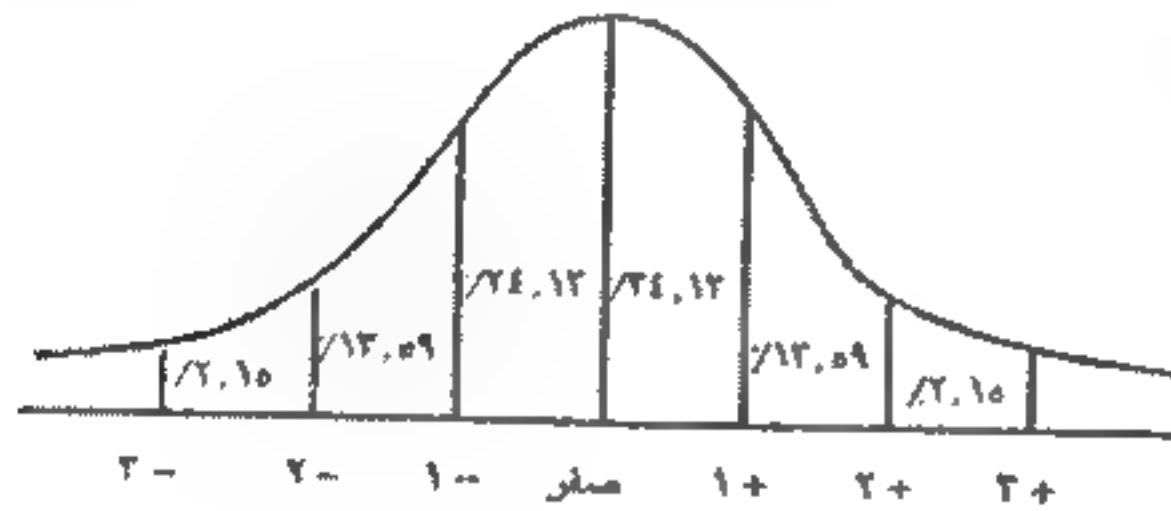
٦ - طرفا المنحني الاعتدالي متقاربان Asymptotic مع المحور الأفقي ، بمعنى أنهما لا يمسان المحور الأفقي مهما كان إمتداده ، أي أن طرفيه موازيان - تجاوزا - للمحور الأفقي .

٧ - ومن أهم خواص المنحني الاعتدالي أن تقطعي الانقلاب للمنحني وهما :

النقطتان اللتان يتغير عندهما إتجاه إنحناء المنحنى تقعان على بعد  $\pm$  واحد انحراف معياري من المتوسط الحسابي ( أحمد عباده سرحان ، ١٩٦٨ ، ١٩٦٦ )  
والمنحنى الاعتدالي المعياري متوسطه الحسابي = صفر وانحرافه المعياري = ١ ، ويرمز لهذا المنحنى بالرمز  $N(0,1)$

ويوضح الشكل ( ٦ - ٣ ) المنحنى الاعتدالي المعياري ، والمساحات تحت المنحنى بين وحدات الانحراف المعياري ثابتة منذ التوصل اليها . كما أن المتوسط والوسيط والمنوال يقعوا دائما في نفس النقطة على المحور الأفقي .

وحيث أن الوسيط يقسم التوزيع دائما إلى نصفين ، فإذا تساوى الوسيط مع المتوسط فإن المتوسط هنا يقسم التوزيع إلى نصفين متساويين ولأن المنحنى متماثل فتكون المساحة تحت المنحنى بين المتوسط وواحد انحراف معياري ( فوق المتوسط أو تحت المتوسط ) هي دائما ٣٤,١٣ % . وعليه تكون المساحة ( تحت المنحنى ) بين  $\pm$  واحد انحراف معياري هي  $2 \times 34,13\% = 68,26\%$  . كما أن المساحة ( تحت المنحنى ) بين واحد وإثنين انحراف معياري ( فوق المتوسط أو تحت المتوسط ) هي ١٣,٥٩ % . ومن الواضح أن المساحات تقل كلما ابتعدنا عن المتوسط .



شكل ( ٦ - ٣ ) المنحنى الاعتدالي المعياري

وتكون المساحة بين المتوسط وإثنين انحراف معياري ( في أي من الجهتين ) هي :  $34,13\% + 13,59\% = 47,72\%$  ، كما أن المساحة بين المتوسط  $\pm 2$  انحراف معياري تساوي  $2 \times 47,72\% = 95,44\%$   
أما المساحة بين ٢ ، ٣ انحراف معياري فهي ٢,١٥ % ، وتكون المساحة بين المتوسط وثلاثة انحراف معياري =  $2,15\% + 47,72\% = 49,87\%$   
وكذلك المساحة بين المتوسط  $\pm 3$  انحراف معياري =  $2 \times 49,87\% =$

٩٩,٧٤٪.

ومما سبق فإن المساحات المذكورة والمحصورة بين الوحدات المعيارية هي احتمالات ، ويكون احتمال الحصول على فرد تتراوح درجته بين  $1 \pm$  انحراف معياري هي ٦٨,٢٦٪ . وكذلك احتمال الحصول على فرد تتراوح درجته بين  $2 \pm$  انحراف معياري هي ٩٥,٤٤٪ وهذا احتمال مرتفع فكلما ابتعدنا عن المتوسط نحو الطرفين تزيد المساحة المحصورة بين النقطتين وبالتالي يزداد الاحتمال .

ونستطيع تحديد المساحة تحت المنحني الاعتدالي بين أي نقطتين باستخدام جدول المنحني الاعتدالي المعياري (ملحق رقم ١) ، وتلك المساحات هي احتمالات لوقوع الدرجات المقصودة . وعلى سبيل المثال إذا أردنا معرفة احتمال الحصول على فرد طوله أكثر من ١٨٥ سم من توزيع اعتدالي للأطوال فأننا نحول قيمة الطول إلى درجة معيارية ، ثم نحدد المساحة بين هذه الدرجة المعيارية والمتوسط حتى نعلم حجم الاحتمال المطلوب، وسوف نوضح ذلك في المثال التالي:

مثال : إذا كان متوسط الطول = ١٦٠ سم والانحراف المعياري = ٢٠ فإن

$$\text{الطول } ١٨٥ = \frac{١٦٠ - ١٨٥}{٢٠} = -١,٢٥ \text{ درجة معيارية}$$

وبالرجوع إلى جدول المنحني الاعتدالي المعياري فإن المساحة بين هذه الدرجة المعيارية ( ١,٢٥ ) والمتوسط ( صفر درجة معيارية ) هي ٣٩,٤٤٪ . وحيث أن الدرجة المعيارية ١,٢٥ أعلى من المتوسط الذي يمثل منتصف المنحني فإن المساحة بين الدرجة ١,٢٥ والطرف الأيسر للمنحني = ٥٠٪ + ٣٩,٤٤٪ = ٨٩,٤٤٪ . أما المساحة بين الدرجة المعيارية ١,٢٥ والطرف الأيمن ( الأعلى من ١,٢٥ ) هي : ٥٠٪ - ٣٩,٤٤٪ = ١٠,٥٦٪ . وعليه فإن احتمال الحصول على فرد طوله أكبر من ١٨٥ سم من هذا التوزيع هو ١٠,٥٦٪ .

أما احتمال الحصول على فرد طوله أقل من ١٨٥ سم من هذا التوزيع هو ٨٩,٤٤٪ . وبالطبع تبدو هذه الاحتمالات منطقية لأن الأفراد ذوي الأطوال الأكبر عددهم قليل في توزيع المجتمع ، وكذلك ذوي الأطوال الأصغر ، فاحتمال الحصول على فرد طوله أقل من ١٢٠ سم (في هذا المثال) هو: ٥٠٪ - ٤٧,٩٢٪ = ٢,٠٨٪ ، لأن الطول ١٢٠ سم يعادل ٢ درجة معيارية وتكون المساحة بين المتوسط و-٢ = ٤٧,٩٢٪ ، وعليه فإن المساحة المتبقية من نصف المنحني هي ٢,٠٨٪ وهي

إحتمال الحصول على فرد طوله أقل من ١٢٠ سم . أما إحتمال الحصول على فرد طوله أكبر من ١٢٠ سم فهو ٥٠٪ + ٤٧,٩٢٪ = ٩٧,٩٢٪ .

$$\text{ومعادلة المنحنى الاعتدالى هي : } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\text{أو } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

حيث  $\mu = 3,14$  ،  $\sigma = 2,72$  ،  $\mu$  = المتوسط ،  $\sigma$  = الانحراف المعياري ، أما  $z$  فهي الدرجة المعيارية .

### الدرجة المعيارية Standard Score :

منحنى توزيع الدرجة المعيارية هو المنحنى الاعتدالى الذى متوسطه = صفر وانحرافه المعياري = ١ . وكما ذكرنا من قبل فان معظم المساحة تحت المنحنى الاعتدالى ( ٩٩,٧٤٪ ) تنحصر بين  $\pm 3$  درجة معيارية . والسبب فى الحصول على درجات معيارية هو محاولة لإيجاد وحدة قياس ثابتة الطول لا تتأثر بالمتوسط أو الانحراف المعياري . فمثلاً إذا كان لدينا توزيعاً معنوياً لدرجات مجموعة من الطلبة فى مادة اللغة العربية بمتوسط = ٢٥ وانحراف معيارى = ٦ فان : المتوسط

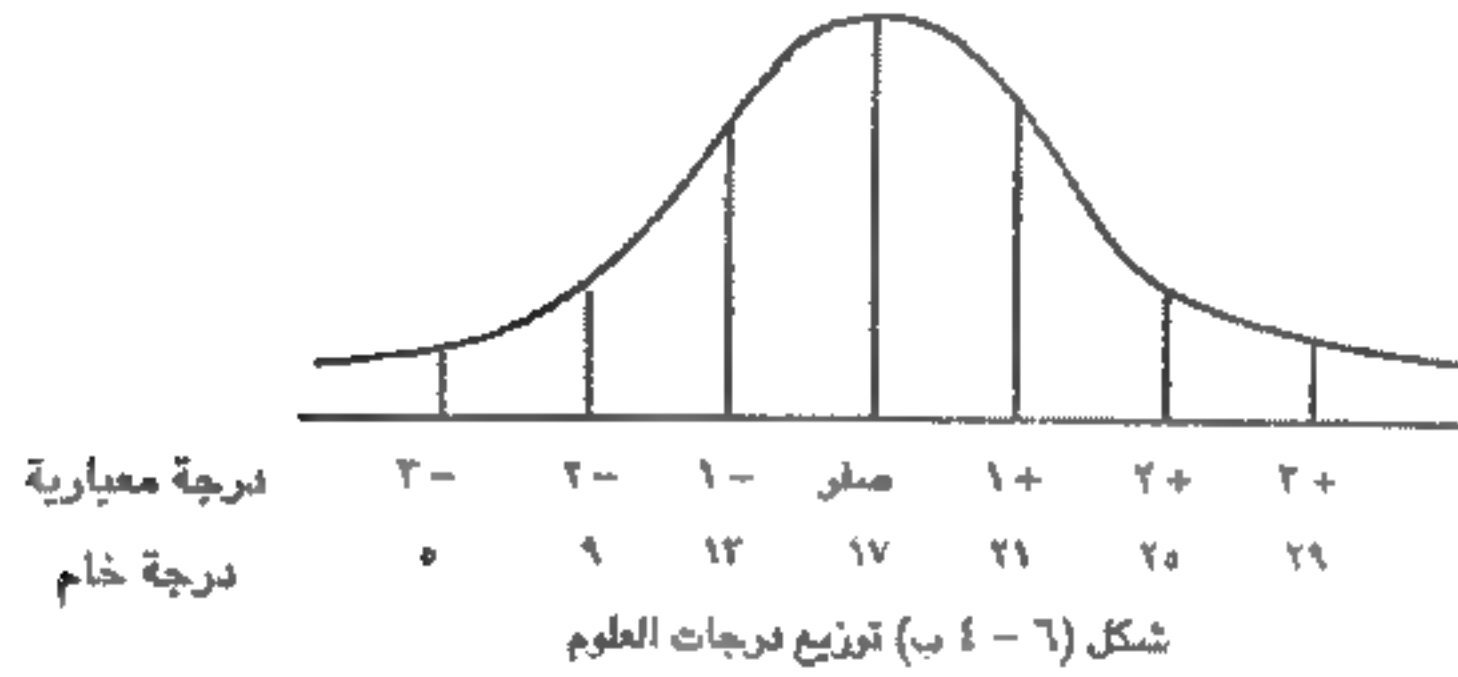
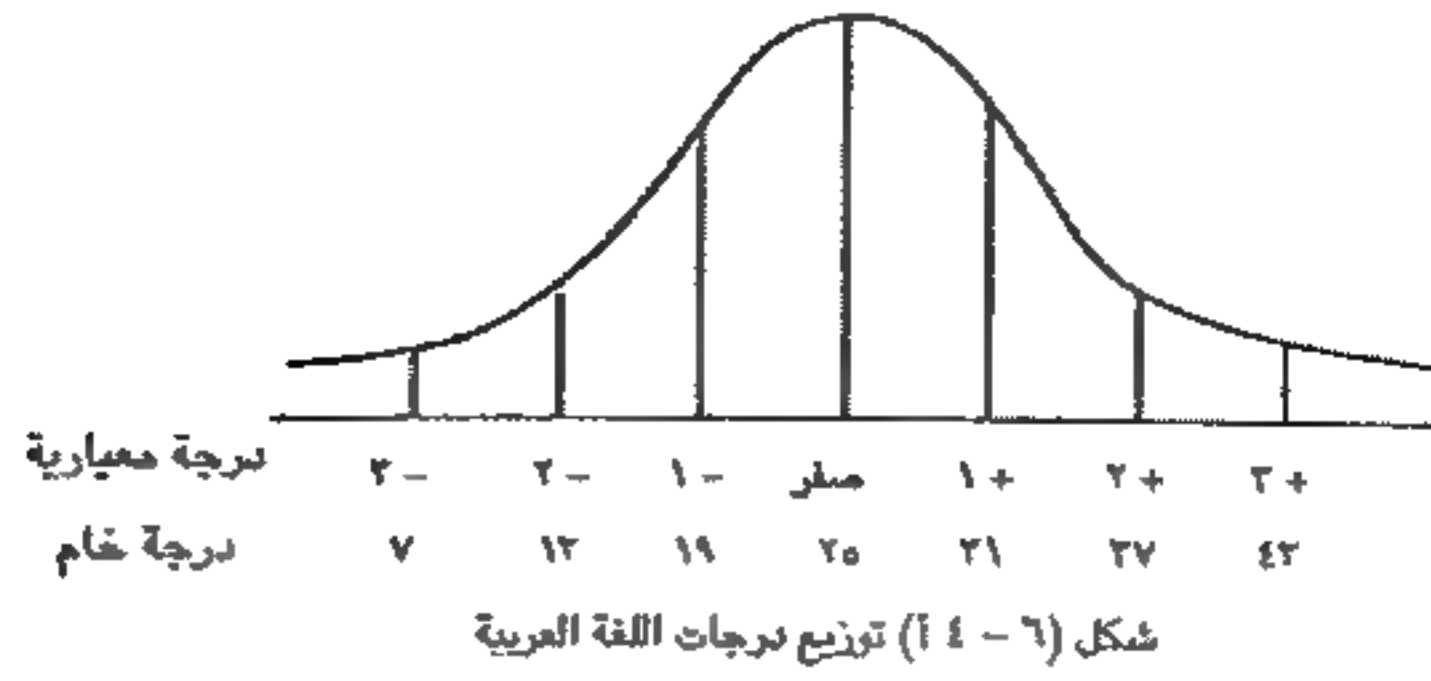
$$١ + ع = ٢٥ + ٦ = ٣١ ، المتوسط + ٢ ع = ٢٥ + ١٢ = ٣٧$$

والمتوسط + ٣ ع = ٢٥ + ١٨ = ٤٣ وبالمثل المتوسط - ١ ع = ٢٥ - ٦ = ١٩ وهكذا .

أما إذا كان توزيع درجات نفس الطلبة فى مادة العلوم توزيعاً معنوياً بمتوسط قدره ١٧ وانحراف معيارى قدره ٤ ، فان المتوسط + ١ ع = ١٧ + ٤ = ٢١ ، المتوسط + ٢ ع = ١٧ + ٨ = ٢٥ وكذلك المتوسط - ١ ع = ١٧ - ٤ = ١٣ ، المتوسط - ٢ ع = ١٧ - ٨ = ٩ ولكننا لا نستطيع القول بأن الدرجة ٢٥ فى اللغة العربية تساوى الدرجة ٢٥ فى العلوم ، لأن وحدات القياس مختلفة . أما إذا أردنا إيجاد وحدة قياس واحدة لهما فأننا نحول تلك الدرجات ( الخام ) إلى درجات معيارية .

$$\text{والدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة الخام} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{x - \mu}{\sigma}$$





وتكون الدرجة المعيارية

$$\text{للدرجة } 25 \text{ (في اللغة العربية)} = \frac{25 - \text{المتوسط (25)}}{6} = \text{صفر}$$

$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة } 31 \text{ (في اللغة العربية)} = \frac{25 - 31}{6} = 1 +$$

$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة } 37 \text{ (في اللغة العربية)} = \frac{25 - 37}{6} = 2 +$$

$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة } 19 \text{ (في اللغة العربية)} = \frac{25 - 19}{6} = 1 -$$

$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة } 13 \text{ (في اللغة العربية)} = \frac{25 - 13}{6} = 2 - \text{ وهكذا}$$

وكذلك في مادة العلوم

$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة الخام } 17 = \frac{17 - \text{المتوسط (17)}}{4} = \text{صفر}$$

$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة الخام } 21 = \frac{21 - 17}{4} = 1$$

$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة الخام } 25 = \frac{25 - 17}{4} = 2$$

$$\text{الدرجة المعيارية للدرجة الخام } 13 = \frac{13 - 17}{4} = -1 \text{ وهكذا .}$$

ومعنى ذلك أن طريقة حساب الدرجات المعيارية للدرجات الخام في اللغة العربية أو العلوم هي طريقة واحدة وتعتمد على متوسط كل مجموعة وانحرافها المعياري . وبالتالي فإن الدرجة ( الخام ) 25 في اللغة العربية = صفر درجة معيارية أما الدرجة ( الخام ) 25 في العلوم = 2 درجة معيارية ، ولذلك تكون الدرجة 25 في العلوم أعلى من الدرجة 25 في اللغة العربية .

#### استخدامات الدرجة المعيارية :

تستخدم الدرجات المعيارية في مقارنة درجة الفرد بنفسه لمعرفة مدى تقدمه ، فيمكن مقارنة درجات الطالب في مادة معينة طوال العام أو مقارنة درجاته في المواد الدراسية المختلفة بشرط أن يكون توزيع الدرجات اعتدالياً ، وتحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية . كما يمكن استخدام الدرجة المعيارية في مقارنة أداء الفرد بالمجتمع ، وتستخدم الدرجات المعيارية أيضاً في أعداد معيير الاختبارات والمقاييس النفسية المختلفة ، حيث يمكن تحويل الدرجة المعيارية إلى درجة تائية ، أو إلى درجة معدلة ، أو درجات ذكاء انحرافية في حالة درجات اختبارات الذكاء .

ويمكن أيضاً استخدام الدرجة المعيارية في إيجاد معايير التساقيات Stanines ، أو المئينيات Percentile .

### الدرجة النائية t-score :

ذكرنا من قبل أن الدرجة المعيارية هي تحويل للدرجات الخام إلى وحدات متساوية مستقلة عن المتوسط والانحراف المعياري ، ويكون التوزيع الاعتدالي المعياري توزيعاً متوسطه الصفر وانحرافه المعياري هو الوحدة . وقد وضعنا المساحة تحت المنحني الاعتدالي المعياري بين وحدات الدرجة المعيارية .

وقد لاحظنا أن الدرجة المعيارية قد تكون موجبة أو سالبة ، وقد تكون كسرية أيضاً ، وفي مثال درجات اللغة العربية إذا كانت درجة طالب ما هي ٢٩

$$\text{فان درجته المعيارية} = \frac{25 - 29}{6} = -0.67$$

وإذا كانت درجة طالب آخر هي ٢٣

$$\text{فان درجته المعيارية} = \frac{25 - 23}{6} = 0.33$$

وقد يكون من الصعب في التطبيق العملي المقارنة بين الدرجات المعيارية الموجبة والسالبة كما أن كسور الدرجة قد يعد مشكلة للبعض أيضاً . ولذلك فإن الدرجة النائية تعالج هذه المشكلات ، فهي ترفع متوسط الدرجة المعيارية إلى ٥٠ وتستخدم انحرافاً معيارياً قدره ١٠ ( دائماً ) وعليه فإن الدرجة النائية هي درجة معيارية معدلة متوسطها = ٥٠ وانحرافها المعياري = ١٠ . وبمعنى آخر فإن الدرجة النائية هي تحويل خطي للدرجة المعيارية .

وبذلك تكون الدرجة النائية = الدرجة المعيارية  $\times 10 + 50$

ويتطبيق ذلك على مثال درجات اللغة العربية ، فإن الدرجة الخام ٢٩ تعادل درجة معيارية ٠.٦٧ ، وتكون درجتها النائية هي :

$$56.7 = 50 + 6.7 = 50 + 10 \times 0.67$$

وكذلك الدرجة الخام ٢٣ تعادل درجة معيارية -٠.٣٣ وتكون درجتها النائية هي ( -٠.٣٣ )  $\times 10 + 50 = 50 + 3.3 = 53.3$  .

ويكون من السهل هنا المقارنة بين الدرجتين النائيتين ٥٦.٧ ، ٥٣.٣ . وحيث أن الدرجات المعيارية للتوزيع الاعتدالي تتراوح بين -٣ ، +٣ فإن الدرجة النائية للتوزيع الاعتدالي تتراوح بين ٢٠ ، ٨٠ حيث تكون الدرجة النائية ٢٠ هي تحويل

الدرجة المعيارية - ٢ الى درجة ثانية (  $20 = 50 + 10 \times 3 -$  ) ، أما الدرجة العظمى ٨٠ فهي تحويل للدرجة المعيارية + ٣ الى درجة ثانية (  $50 + 10 \times 30 = 80$  ) .

#### الدرجة الثانية المعدلة :

وهي تحويل للدرجة المعيارية أيضا بطريقة مشابهة للدرجة الثانية . وقد وضحنا أنه إذا كان المتوسط ٥٠ والانحراف المعياري ١٠ ، فيمكن تحويل الدرجة المعيارية الى درجة ثانية . أما إذا كان المتوسط مختلفا عن ٥٠ والانحراف المعياري مختلفا عن ١٠ ، عندئذ تكون الدرجة الثانية هي درجة ثانية معدلة ، ومعنى هذا أنه يوجد عدد مختلف من الدرجات الثانية المعدلة .

وأحد هذه الدرجات الثانية المعدلة هي : الدرجات المعادلة للمنحنى الاعتيادي Normal curve Equivalents ومتوسطها = ٥٠ وانحرافها المعياري حوالي ٢١ ( تقريبا ) ، وتتراوح درجاتها من الصفر الى ١٠٠ ( تقريبا ) ( Sprinthal 1,1994 : 93 - 94 ) وذلك لكبر الانحراف المعياري المستخدم .

كما توجد درجة ثانية معدلة مستخدمة في حساب معايير درجات إختبارات SAT, GRE, TOEFL ، وهي درجات متوسطها ٥٠٠ وانحرافها المعياري ١٠٠ ، وتتراوح درجاتها بين ٢٠٠ ، ٨٠٠ . وهذا النوع من الدرجات الثانية قريبة الشبه من الدرجة الثانية ، أو بمعنى آخر هي درجات ثانية مضروبة في ١٠ .

وأحيانا يستخدم البعض درجات ثانية معدلة عند إعداد معايير لدرجات إختباراتهم ، يستخدمون متوسطا = ١٠٠ وانحرافا معياريا = ١٠ ، ومن أشهر الدرجات الثانية المعدلة درجات نسب الذكاء الانحرافية .

ومن الملاحظ كثرة استخدام الدرجات الثانية المعدلة في معايير الاختبارات والمقاييس النفسية .

#### نسب الذكاء الانحرافية :

هي أحد أنواع الدرجات الثانية المعدلة ، وتعتمد على تحويل الدرجة المعيارية الى درجات جديدة متوسطها ١٠٠ وانحرافها المعياري ١٥ ، وهي درجات نسب الذكاء الانحرافية المستخدمة في اختبارات وكسار للذكاء .

وتتراوح هذه الدرجات بين ٥٥ الى ١٤٥ ، حيث الدرجة ٥٥ هي المعادلة للدرجة المعيارية -٣ وهي :  $٥٥ = ١٠٠ + ١٥ \times ٣$  . أما الدرجة ١٤٥ فهي الدرجة المعادلة للدرجة المعيارية +٣ وهي :  $١٤٥ = ١٠٠ + ١٥ \times ٣$  .

أما اختبار ستانفورد - بينيه للذكاء فانه يستخدم درجات للذكاء متوسطها = ١٠٠ وانحرافها المعيارى = ١٦ . وبالتالي فان الدرجة المعيارية -٣ تعادل -٣  $١٦ \times ٣ + ١٠٠ = ٥٢$  ، والدرجة المعيارية +٣ تعادل :  $١٦ \times ٣ + ١٠٠ = ١٤٨$  . أى أن درجات نسب الذكاء الانحرافيه فى اختبار بينيه تتراوح بين ٥٢ ، ١٤٨ (Hopkinis, 1987 : 57) .

#### التساعيات : Stanines

وهى نوع من الدرجات المعيارية والثانية المعدلة ، وهى تعتمد على المنحنى الاعتدالى ، ولكنها تقسم التوزيع الى تسع فئات ( بينما الدرجات المعيارية  $\pm ٣$  تقسم التوزيع الى ثمانية أقسام ) . والتساعى الأول يعادل الدرجة المعيارية -١.٧٥ فأقل ثم يزداد كل تساعى بعد ذلك بدرجة معيارية ٠.٥ تقريبا ، فيكون التساعى الثانى عند درجة معيارية -١.٢٣ ، وهكذا حتى نصل الى التساعى الأخير (التاسع) الذى يعادل درجة معيارية + ١.٧٥ فأكثر . والمتوسط الحسابى للتساعيات = ٥ ، وانحرافها المعيارى = ٠.٢

ويوضح الجدول ( ٦ - ٣ ) العلاقة بين التساعيات والدرجات المعيارية والنسبة المئوية للمساحة تحت المنحنى الاعتدالى فى كل قسم منها ( من الواضح أن الدرجات المعيارية الثمانية ) الموضحة بالجدول ستقسم التوزيع الى تسعة أقسام هى التساعيات ) .

وبين الجدول ( ٦ - ٣ ) أن التساعيين الأول والتساع يحتوى كل منهما على ٤٪ من المساحة تحت المنحنى ، والتساعيان الثانى والثامن يحتوى كل منهما على ٧٪ ، والتساعيان الثالث والسابع بكل منهما ١٢٪ ، والتساعيان الرابع والسادس بكل منهما ١٧٪ أما التساعى الخامس فيحتوى على أعلى نسبة وهى ٢٠٪ .

جدول ( ٦ - ٣ ) التساقيات ودرجاتها المعيارية

التساقي	المساحة المئوية للمنحنى	الدرجة المعيارية
١	٤	من الأقل وحتى
٢	٧	١,٧٥ -
٣	١٢	١,٢٣ -
٤	١٧	٠,٧٤ -
٥	٢٠	٠,٢٥ -
٦	١٧	٠,٢٥ +
٧	١٢	٠,٧٤ +
٨	٧	١,٢٣ +
٩	٤	١,٧٥ +
		فأكثر

والتساقيات من أنواع المعايير التي كانت سائدة من قبل ، إلا أن استخدامها الآن أصبح نادراً .

#### المئينيات : Percentile

وهي أحد أنواع المعايير الشائعة الاستخدام في معظم الاختبارات والمقاييس النفسية والتربوية . وتعتمد المئينيات على تقسيم توزيع المنحنى الاعتيادي الى مائة قسم ابتداء من المئيني الأول وحتى المئيني ١٠٠ ، وهي بذلك تشترط أن يكون توزيع الدرجات توزيعاً اعتديالياً . كما أنها تستخدم الدرجات الخام وتحولها الى درجات معيارية ثم تحسب المئينيات .

وتختلف المئينيات عن المئوية في أن المئيني هو الدرجة الأعلى من نسبة معينة من درجات التوزيع ، فإذا كان المئيني ٣٥ = ٦٠ فإن ٣٥٪ من الدرجات تكون أقل من أو تساوي ٦٠ . أما المئوي فهو نسبة مئوية للتكرار أو التكرار المتجمع .

ويحسب المئينى لدرجة معينة من المعادلة (Kiess , 1977 : 57) :

المئينى للدرجة ( م ) =

$$100 \times \left[ \frac{\text{ت. م. ص. السابق} + \frac{(\text{الدرجة م} - \text{الحد الأدنى للفئة})}{\text{طول الفئة}} \times \text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع}} \right]$$

أما قيمة المئينى = الحد الأدنى للفئة

$$+ \left( \frac{\text{ترتيب المئينى} - \text{ت. م. ص. السابق}}{\text{تكرار الفئة}} \right) \times \text{طول الفئة}$$

والمئينى الاول فى التوزيع الاعتدالى يعادل درجة معيارية - ٢,٤١ ، والمئينى الثانى عند - ٢,٠٥ والثالث - ١,٨٨ وهكذا حتى المئينى ١٠٠ عند الدرجة المعيارية + ٣ ويوضح الجدول ( ٦ - ٤ ) المئينيات وما يقابلها من درجة معيارية ودرجة تائية ونسبة ذكاء انحرافيه لاختبارات وكسلر . ويمكن الاستعانة بهذا الجدول فى اعداد معايير الاختبارات بعد تحويل الدرجات الخام الى درجات معيارية بشرط أن يكون توزيع الدرجات ( الخام ) اعتدالياً .

ويتضح أيضا من الجدول ( ٦ - ٤ ) موقع التساعيات من الأول وحتى التاسع ، وكذلك موقع الارباعيات ( الاول والثالث ) والوسيط . كما نستطيع التوصل الى المئينى العاشر والمئينى العشرون وهكذا حتى المئينى التسعون وهى تسمى الاعشاريات ، فالمئينى العاشر يسمى العشير الاول والمئينى العشرون يسمى العشير الثانى وهكذا حتى العشير التاسع . وهذه التقسيمات مفيدة فى حساب معايير الاختبارات وفى اختيار المجموعات المتطرفة فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية المختلفة .

جدول ( ٦ - ٤ ) المئينيات والدرجات المعيارية والثانية ونسب الذكاء الانحرافية

المئينى	الدرجة المعيارية	الدرجة الثانية	نسبة الذكاء	ملاحظات
١	٢,٤١-	٢٥,٩٠	٦٣,٨٥	التساعى الأول
٢	٢,٠٥-	٢٩,٥٠	٦٩,٢٥	
٣	١,٨٨-	٣١,٢٠	٧١,٨٠	
٤	١,٧٥-	٣٢,٥٠	٧٣,٧٥	
٥	١,٦٥-	٣٣,٥٠	٧٥,٢٥	
٦	١,٥٦-	٣٤,٤٠	٧٦,٦٠	
٧	١,٤٨-	٣٥,٢٠	٧٧,٨٠	
٨	١,٤١-	٣٥,٩٠	٧٨,٨٥	
٩	١,٣٤-	٣٦,٦٠	٧٩,٩٠	
١٠	١,٢٨-	٣٧,٢٠	٨٠,٨٠	التساعى الثانى
١١	١,٢٣-	٣٧,٧٠	٨١,٥٥	
١٢	١,١٨-	٣٨,٢٠	٨٢,٣٠	
١٣	١,١٣-	٣٨,٧٠	٨٣,٠٥	
١٤	١,٠٨-	٣٩,٢٠	٨٤,٤٠	
١٥	١,٠٤-	٣٩,٦٠	٨٤,٠٠	
١٦	١,٠٠-	٤٠,٠٠	٨٥,٠٠	
١٧	٠,٩٥-	٤٠,٥٠	٨٥,٧٥	
١٨	٠,٩٢-	٤٠,٨٠	٨٦,٢٠	
١٩	٠,٨٨-	٤١,٢٠	٨٦,٨٠	التساعى الثالث
٢٠	٠,٨٤-	٤١,٦٠	٨٧,٤٠	
٢١	٠,٨١-	٤١,٩٠	٨٧,٨٥	
٢٢	٠,٧٧-	٤٢,٣٠	٨٨,٤٥	
٢٣	٠,٧٤-	٤٢,٦٠	٨٨,٩٠	
٢٤	٠,٧١-	٤٢,٩٠	٨٩,٣٥	



تاسع: جدول (٦ - ٤) المئينيات والدرجات المعيارية والثانية ونسب الذكاء الانحرافية

المئينى	الدرجة المعيارية	الدرجة الثانية	نسبة الذكاء	ملاحظات
٢٥	٠,٦٧-	٤٣,٣٠	٨٩,٩٥	الربيع الأول
٢٦	٠,٦٤-	٤٣,٦٠	٩٠,٤٠	
٢٧	٠,٦١-	٤٣,٩٠	٩٠,٨٥	
٢٨	٠,٥٨-	٤٤,٢٠	٩١,٣٠	
٢٩	٠,٥٥-	٤٤,٥٠	٩١,٧٥	
٣٠	٠,٥٢-	٤٤,٨٠	٩٢,٢٠	
٣١	٠,٥٠-	٤٥,٠٠	٩٢,٥٠	
٣٢	٠,٤٧-	٤٥,٣٠	٩٢,٩٥	
٣٣	٠,٤٤-	٤٥,٦٠	٩٣,٤٠	
٣٤	٠,٤١-	٤٥,٩٠	٩٣,٨٥	
٣٥	٠,٣٩-	٤٦,١٠	٩٤,١٥	
٣٦	٠,٣٦-	٤٦,٤٠	٩٤,٦٠	
٣٧	٠,٣٣-	٤٦,٧٠	٩٥,٠٥	
٣٨	٠,٣١-	٤٦,٩٠	٩٥,٣٥	
٣٩	٠,٢٨-	٤٧,٢٠	٩٥,٨٠	
٤٠	٠,٢٥-	٤٧,٥٠	٩٦,٢٥	التساعى الرابع
٤١	٠,٢٣-	٤٧,٧٠	٩٦,٥٥	
٤٢	٠,٢٠-	٤٨,٠٠	٩٧,٠٠	
٤٣	٠,١٨-	٤٨,٢٠	٩٧,٣٠	
٤٤	٠,١٥-	٤٨,٥٠	٩٧,٧٥	
٤٥	٠,١٣-	٤٨,٧٠	٩٨,٠٥	
٤٦	٠,١٠-	٤٩,٠٠	٩٨,٥٠	
٤٧	٠,٠٨-	٤٩,٢٠	٩٨,٨٠	
٤٨	٠,٠٥-	٤٩,٥٠	٩٩,٢٥	
٤٩	٠,٠٣-	٤٩,٧٠	٩٩,٥٥	

تابع: جدول (٦ - ٤) المئينيات والدرجات المعيارية والناتية ونسب الذكاء الانحرافية

المئينى	الدرجة المعيارية	الدرجة الناتية	نسبة الذكاء	ملاحظات
٥٠	٠,٠٠-	٥٠,٠٠	١٠٠,٠٠	الوسيط
٥١	٠,٠٣	٥٠,٣٠	١٠٠,٤٥	
٥٢	٠,٠٥	٥٠,٥٠	١٠٠,٧٥	
٥٣	٠,٠٨	٥٠,٨٠	١٠١,٢٠	
٥٤	٠,١٠	٥١,٠٠	١٠١,٥٠	
٥٥	٠,١٣	٥١,٣٠	١٠١,٩٥	
٥٦	٠,١٥	٥١,٥٠	١٠٢,٢٥	
٥٧	٠,١٨	٥١,٨٠	١٠٢,٧٠	
٥٨	٠,٢٠	٥٢,٠٠	١٠٣,٠٠	
٥٩	٠,٢٣	٥٢,٣٠	١٠٣,٤٥	
٦٠	٠,٢٥	٥٢,٥٠	١٠٣,٧٥	التساعى السادس
٦١	٠,٢٨	٥٢,٨٠	١٠٤,٢٠	
٦٢	٠,٣١	٥٣,١٠	١٠٤,٦٥	
٦٣	٠,٣٣	٥٣,٣٠	١٠٤,٩٥	
٦٤	٠,٣٦	٥٣,٦٠	١٠٥,٤٠	
٦٥	٠,٣٩	٥٣,٩٠	١٠٥,٨٥	
٦٦	٠,٤١	٥٤,١٠	١٠٦,١٥	
٦٧	٠,٤٤	٥٤,٤٠	١٠٦,٦٠	
٦٨	٠,٤٧	٥٤,٧٠	١٠٧,٠٥	
٦٩	٠,٥٠	٥٥,٠٠	١٠٧,٥٠	
٧٠	٠,٥٢	٥٥,٢٠	١٠٧,٨٠	
٧١	٠,٥٥	٥٥,٥٠	١٠٨,٢٥	
٧٢	٠,٥٨	٥٥,٨٠	١٠٨,٧٠	
٧٣	٠,٦١	٥٦,١٠	١٠٩,١٥	
٧٤	٠,٦٤	٥٦,٤٠	١٠٩,٦٠	

تابع: جدول (٦ - ٤) المئينيات والدرجات المعيارية والثائية ونسب الذكاء الانحرافية

المئينى	الدرجة المعيارية	الدرجة الثائية	نسبة الذكاء	ملاحظات
٧٥	٠,٦٧	٥٦,٧٠	١١٠,٠٥	الربيع الثالث
٧٦	٠,٧١	٥٧,١٠	١١٠,٦٥	
٧٧	٠,٧٤	٥٧,٤٠	١١١,١٠	
٧٨	٠,٧٧	٥٧,٧٠	١١١,٢٥	
٧٩	٠,٨١	٥٨,١٠	١٢٢,١٥	
٨٠	٠,٨٤	٥٨,٤٠	١١٢,٦٠	
٨١	٠,٨٨	٥٨,٨٠	١١٣,٢٠	
٨٢	٠,٩٢	٥٩,٢٠	١١٣,٨٠	
٨٣	٠,٩٥	٥٩,٥٠	١١٤,٢٥	
٨٤	١,٠٠	٦٠,٠٠	١١٥,٠٠	
٨٥	١,٠٤	٦٠,٤٠	١١٥,٦٠	
٨٦	١,٠٨	٦٠,٨٠	١١٦,٢٠	
٨٧	١,١٣	٦١,٣٠	١١٦,٩٥	
٨٨	١,١٨	٦١,٨٠	١١٧,٧٠	
٨٩	١,٢٣	٦٢,٣٠	١١٨,٤٥	التساعى الثامن
٩٠	١,٢٨	٦٢,٨٠	١١٩,٢٠	
٩١	١,٣٤	٦٣,٤٠	١٢٠,١٠	
٩٢	١,٤١	٦٤,١٠	١٢١,١٥	
٩٣	١,٤٨	٦٤,٨٠	١٢٢,٢٠	
٩٤	١,٥٦	٦٥,٦٠	١٢٣,٤٠	
٩٥	١,٦٥	٦٦,٥٠	١٢٤,٧٥	التساعى التاسع
٩٦	١,٧٥	٦٧,٥٠	١٢٦,٢٥	
٩٧	١,٨٨	٦٨,٨٠	١٢٨,٢٠	
٩٨	٢,٠٥	٧٠,٥٠	١٣٠,٧٥	
٩٩	٢,٤١	٧٤,١٠	١٣٦,١٥	
١٠٠	٣,٠٠	٨٠,٠٠	١٤٥,٠٠	

### توزيع ذي الحدين ( التوزيع الثنائي ) Binomial Distribution:

إذا كان المتغير موضع الاهتمام يأخذ القيم صفر ، ١ مثل العديد من أسئلة الاسنانات التي تكون إجابتها نعم أو لا . وكذلك نتيجة فحص الدم للمريض فقد تكون إيجابية أو سلبية لمرض معين ، أو احتمال النجاح والفشل في الامتحانات ، أو الفوز والهزيمة في المباريات وغيرها . وكل هذه الحالات يكون الناتج منها ثنائي ، مما يستلزم وجود توزيع احتمالي لها .

ويعتبر عن مثل هذه المتغيرات بالتوزيع الثنائي والذي يسمى توزيع ذي الحدين ، ويشترط هذا التوزيع ( Fruned & Wilson, 1997 : 74 ) ما يلي :

- ١ - وجود عدد من المحاولات المستقلة (ن) .
  - ٢ - كل محاولة ينتج عنها أحد الاحتمالين .
  - ٣ - احتمال النجاح ( والفشل ) يظل ثابتا طوال المحاولات .
- فإذا كان احتمال النجاح ( أو الاجابة الصحيحة ) ح ، فان احتمال الفشل = ١ - ح ومجموع الاحتمالين = الواحد الصحيح ، ومثال ذلك رمي قطعة العملة (حيث يكون الاحتمالين متساويين) . وإذا رمزنا للمتغير موضع الاهتمام بالرمز (س) ، فان معادلة التوزيع الاحتمالي الثنائي هي :

$$\text{احتمال } n \text{ في } h = \frac{n!}{h!(n-h)!} \cdot h^h \cdot (1-h)^{n-h}$$

حيث  $n!$  يسمى مضروب  $n$  وهو حاصل ضرب  $n$  في الاعداد الصحيحة الأقل من  $n$  ، مثل  $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$  . وكذلك  $n!$  ،  $n - س$  هو حاصل ضرب الاعداد الصحيحة التي يحتويها كل منهما .

وتهتم العديد من الدراسات باستخدام النسب المئوية لبعض المتغيرات ، مثل نسبة التسرب ، نسبة الادملن ، نسبة الطلاق وغيرها . ولذلك فان اختبار هذه النسب والاستدلال منها يعتمد على التوزيع الثنائي ( ذي الحدين ) ، ومتوسط التوزيع الثنائي للنسب يساوي احتمال النجاح (ح) ،

$$\text{والتباين } = \frac{h(1-h)}{n}$$



$$\text{والدرجة المعيارية للنسبة} = \frac{\frac{م - ح}{\sqrt{\frac{ح(ح-1)}{ن}}}}{\sqrt{\frac{0,11}{0,05}}} = \frac{0,5 - 0,61}{\sqrt{\frac{0,5 \times 0,5}{100}}} = 2,2$$

وبالرجوع الى جدول المنحنى الاعتدالى فان الدرجة المعيارية 2,2 أو اكبر تقابل احتمال ( مساحة تحت المنحنى ) يساوى 0,0139 ومعنى هذا أن احتمال حصول هذا المرشح على درجة معيارية 2,2 فأكثر ( أو نسبة 61% فأكثر ) هو 0,0139 أما احتمال حصوله على درجة معيارية من صفر وحتى 2,2 ( أو نسبة 50% الى 61% ) = 0,50 - 0,0139 = 0,4891

#### توزيع مربع كاي ( كـ ) :

وهو احد التوزيعات الامبريقية ، وبعد حالة خاصة من توزيع جاما بمعلم واحد هو درجات الحرية ( ك - 1 ) حيث ك هي عدد الفئات أو الخلايا ، ويمكن حساب المعالم الأخرى للتوزيع فى ضوء درجات الحرية ، فالمتوسط الحسابى لتوزيع مربع كاي هو ( ك - 1 ) ، والتباين = 2 ( ك - 1 ) والمتوال = ك - 3 ، والوسيط تقريبا ( ك - 1,7 )

وعندما تكون ك كبيرة تقرب المئينيات فى توزيع مربع كاي باستخدام التوزيع الاعتدالى المعيارى ، حيث تكون :

$$ك = (1 - \alpha) \frac{1}{\chi^2_{\alpha, df}} \quad \text{حيث } df = (ك - 1)$$

وكلما زادت درجات الحرية يقترب توزيع كـ من توزيع المنحنى الاعتدالى ، فاذا أخذنا مجموعة من البيانات من توزيع اعتدالى ثم حولت الى درجات معيارية ( ز ) حيث  $z = \frac{(م - ح)}{\sqrt{\frac{ح(ح-1)}{ن}}}$  فانها تدل على متغير عشوائى

بتوزيع مثل كـ بدرجة حرية واحدة ، وهو مربع المتغير الاعتدالى ( Winer et al 1991 ; 27 )

وعندما تكون درجات الحرية = ١ فان  $\chi^2_{\alpha} = \chi^2_{1-\alpha}$   
واذا كانت درجات الحرية اكبر من ٣٠ فاننا نستخدم جدول المنحني  
الاعتدالي

$$\text{حيث } z = \frac{\sqrt{2} \chi^2_{\alpha} - \sqrt{2} \chi^2_{1-\alpha}}{\sqrt{2}}$$

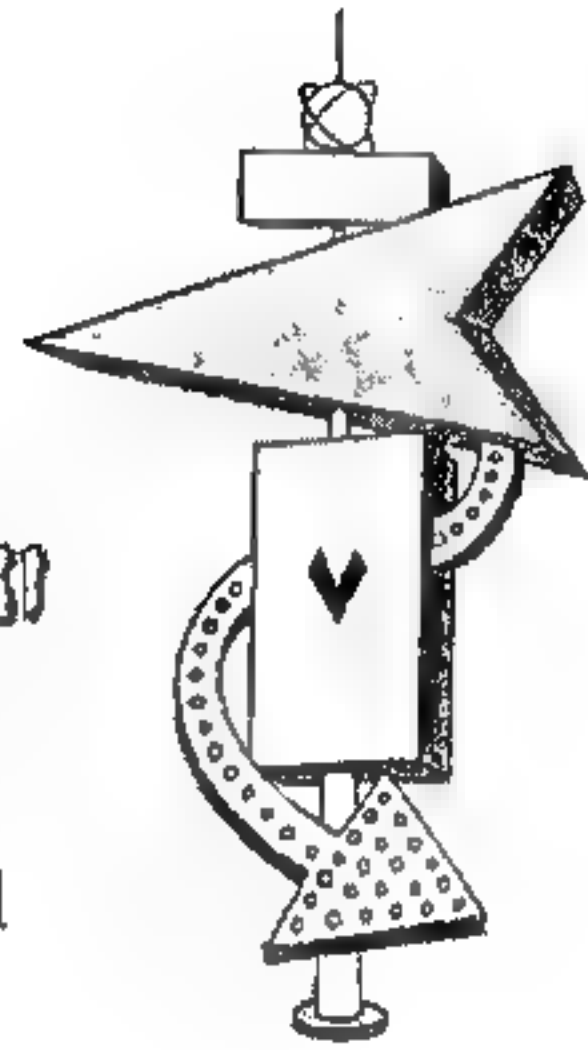
وتوجد توزيعات أخرى هامة مثل توزيع (ت) وتوزيع (ف) وسوف  
نناقشهما فيما بعد .





---

الفصل السابع  
الاستدلال الاحصائي  
واختبار الفروض  
Statistical Inference and  
Hypotheses Testing





## الفصل السابع

### الاستدلال الاحصائي

### واختبار الفروض

عند القيام بدراسة أو بحث معين يحاول الباحث جمع بيانات للإجابة عن أسئلة معينة أو يحاول أن يختبر فروضا محددة من قبل ، وفي الإجابة عن الأسئلة أو اختبار الفروض يستخدم عينة من المجتمع ويجمع بيانات عنها ثم يحاول تطبيق أو تعميم نتائج العينة على المجتمع .

وهذا الاستنتاج بالتعميم من العينة إلى المجتمع هو ما يسمى بالاستدلال الاحصائي Statistical Inference . ومعنى هذا أن القصد أو الهدف في أي دراسة هو مجتمع الدراسة وليست العينة المستخدمة . فعند مقارنة طريقتين في العلاج النفسي فإننا نقارن بين مجموعتين من الافراد ، كل مجموعة نستخدم معها إحدى الطريقتين (أ) أو (ب) ولكن الهدف من ذلك هو الوصول إلى نتيجة نستطيع تعميمها على مجتمع العينة . وكذلك الحال عند المقارنة بين أسلوبين ( أو عدة أساليب ) للتنشئة الأسرية فإن الهدف هو تعميم النتائج على المجتمع الذي اختبرت منه العينة .

وبالطبع لا يستطيع أي باحث إجراء دراسة على المجتمع كله ( إلا إذا كان المجتمع صغيراً ) ، يلجأ الباحث إلى اختيار عينة من المجتمع لإجراء دراسته . فإذا رغبتنا في دراسة اتجاهات الكبار نحو وسائل الاعلام فمن المكلف جداً قياس اتجاهات جميع الكبار في دولة ما ، وفي مثل هذه الظروف يقوم الباحث باختيار عينة وهي مجموعة يتم اختيارها بطريقة معينة ويفضل أن تكون عشوائية ، ويجمع بيانات عنها ثم يحللها باستخدام الأسلوب الاحصائي المناسب للاستنتاج منها والتعميم على المجتمع . فقد يختار عينة حجمها ٥٠٠ أو ١٠٠٠ من الكبار لقياس اتجاهاتهم نحو وسائل الاعلام ، ويستخدم أداة مناسبة لجمع البيانات وحساب الاحصاءات التي تؤدي إلى الاستنتاج . وقد يخضع الاستنتاج من العينة إلى المجتمع لبعض الخطأ ، ويمكن تقدير مثل هذا الخطأ ، وإذا لم يتم تقديره فإن

أى تعميم على المجتمع يكون غير ذى فائدة (Ferguson, 1971:9).

والمعلومات التى يجمعها الباحث عن خصائص العينة ذاتها ليست مهمة فى التعميم للمجتمع ، وإنما تفيد فى معرفة ما إذا كانت العينة ممثلة للمجتمع وهنا يكون أثرها فى التعميم على المجتمع . فإذا أراد باحث تجريب طريقتين للعلاج النفسى فإنه يختار مجموعتين من المرضى ويطبق على كل مجموعة طريقة مختلفة ثم يجمع بيانات عن المجموعتين ، ويكون الهدف معرفة أى الطريقتين أفضل فى العلاج إذا ما طبقت على جميع المرضى . ويهتم الباحث ببيانات العينة لكى يستنتج منها ، بدرجة معينة من التأكد عن أفضلية الطريقتين ويضع تصميماً لتجربته بطريقة تمكنه من الاستنتاج . وقد يرى البعض أن التعميم لا يخرج عن حدود العينة المستخدمة فى التجربة ، ولكن هذا رأى يغفل شيئاً هاماً فى طبيعة التجريب ، فإذا لم يكن الهدف هو التعميم من العينة إلى المجتمع واستخدام الخطرات التى تساعد على التعميم وتقدير الخطأ المصاحب لذلك ، فلا يكون للتجارب أهمية (Ferguson, 1971: 10)

والأساليب الإحصائية التى تستخدم فى وصف خصائص العينات أو المجتمعات هى أساليب الإحصاء الوصفى ( السابق توضيحها ) ، أما الأساليب الإحصائية التى تستخدم للاستنتاج عن خصائص المجتمع من بيانات العينة فهى أساليب الإحصاء الاستدلالي.

#### العينات : Samples

عند إجراء دراسة أو بحث فإننا لا نستطيع إجراء الدراسة أو التجربة على المجتمع كله ، لأن هذا يكلف الكثير من الوقت والجهد والمال . فإذا أردنا مثلاً حساب متوسط العمر فى دولة ما ، فإننا لا نستطيع إحصاء أعمار الموتى والانتظار حتى يموت أفراد المجتمع لحسب متوسط العمر . وبالمثل إذا أردنا حساب متوسط عمر اللعبة الكهربائية التى ينتجها مصنع معين ، فلا نستطيع أن نشغل جميع اللبّات ونتركها حتى تحترق لكى نحسب متوسط عمر اللعبة .

وإذا أراد طبيب اختبار فعالية دواء معين ، فإنه لا يستطيع إعطاء هذا الدواء لجميع المرضى فى الدولة ، وبالمثل إذا أردنا تجريب طريقة تدريس جديدة لا نستطيع أن نجري ذلك فى جميع المدارس مرة واحدة ، وفى كل هذه الحالات السابقة نختار عينة من المجتمع لتجرى عليها البحث أو الدراسة ، وتكون المشكلة الأساسية للباحث هى كيفية اختيار العينة .

والعينة التي سوف يجرى عليها الباحث دراسته يجب أن تكون ممثلة للمجتمع لأنه سوف يحصل على نتائج من العينة ويرغب في تعميمها على بقية أفراد المجتمع . وتدل الأساليب الإحصائية على أن مثل هذا التعميم يمكن القيام به بدرجة كبيرة من الدقة ( أو الثقة ) . ولكن يجب على الباحث أن يتبع شروطاً معينة عند اختبار عينة الدراسة حتى يستطيع تعميم نتائجها على المجتمع .

ومن أهم هذه الشروط : أن تكون تلك العينة عشوائية ، بمعنى أنه ليس هناك قصد في اختيار وحدات من المجتمع دون وحدات أخرى . والشرط الثاني في اختيار العينة أن تكون ممثلة لأفراد المجتمع الأصلي فإذا كانت العينة من مجتمع الكبار فيجب تحديد المجتمع وخصائصه ثم اختيار عينة ممثلة له . وإذا كانت العينة من الأمهات فيجب تحديد المجتمع واختيار عينة ممثلة له وهكذا .

وعند اختيار عينة للدراسة فغالباً ما يكتفى الباحث بالشرط الأول وهو العشوائية ، إذ أن تمثيل فئات المجتمع قد يكون من الصعب تحقيقه نظراً للجهد والوقت اللازمين لذلك .

وهناك العديد من طرق اختيار العينات عند إجراء البحوث في العلوم الانسانية وتعتمد طرق اختيار العينات على بعض الممددات الأساسية وهي :

( أ ) تكاليف إجراء الدراسة : فإذا كانت هناك جهة ممولة للدراسة فإن الباحث يختار عينة عشوائية مناسبة وممثلة لفئات المجتمع دون الاهتمام بتكاليف الدراسة . أما إذا كان الباحث بمفرده هو الممول للدراسة فعندئذ يقتصر اختياره للعينة على قدر إمكاناته من جهد وتمويل .

( ب ) التوقيت المحدد للدراسة : يؤثر الزمن اللازم للدراسة على حجم وطريقة اختيار العينة ومدى تمثيلها للمجتمع . فإذا كانت الدراسة محددة بفترة زمنية ( سنة أو سنتان مثلاً ) فإن الباحث يختار العينة التي يستطيع استخدامها في انجاز الدراسة خلال التوقيت المحدد .

( ج ) حجم فريق البحث المشارك : يختلف البحث الفردي عن البحث الجماعي ، إذ أن الجهد الفردي أقل من الجهد الجماعي . والدراسة التي يقوم بها فرد واحد تحد من الجهد وحجم العينة والمتغيرات موضع الدراسة . أما الدراسة التي يقوم بها فريق من الباحثين ( وعادة ما

تكون ممولة من جهة أخرى تهمها الدراسة ) فإن تصانفر جهود الفريق يؤدي الى اجراء دراسة على عينة كبيرة الحجم ومتعددة المتغيرات ، أى دراسة تعكس جهود المشاركين فيها وغالبا ما تتم هذه الدراسات من خلال المؤسسات البحثية مثل مراكز البحوث المختلفة أو الوزارات والهيئات والتي تقوم بتمويل تلك البحوث أيضا .

( د ) حجم المجتمع ومتغيراته المختلفة : إذا كان مجتمع الدراسة صغيرا فيمكن للباحث اجراء دراسته عل المجتمع كله ، مثل مجتمع طلبة الماجستير فى قسم علمى معين بجامعة معينة ، أو مجتمع وكلاء أو مديري العموم باحدى الوزارات ، أو مجتمع موجهى الاجتماعيات باحدى المناطق التعليمية . أما اذا كان المجتمع كبيرا مثل مجتمع معلمى المرحلة الابتدائية بالدولة ، أو مجتمع طلبة المرحلة الثانوية بالدولة ( أو باحدى المناطق التعليمية ) ، أو مجتمع الاخصائين الاجتماعيين ، أو مجتمع الاطباء باحدى المحافظات ، وغيرها من المجتمعات التى لا يستطيع أى باحث اجراء دراسة شاملة للمجتمع كله وإنما يقتصر الدراسة على عينة من المجتمع .

( هـ ) منهج البحث المستخدم : يختلف حجم العينة باختلاف منهج البحث . فعادة ما تكون العينات كبيرة فى البحوث الوصفية ( فى حدود ٢٠٠٠ أو اكثر ) ، وصغيرة فى البحوث التجريبية ( فى حدود ٢٥ فرد أو وحدة وربما أقل من ذلك ) ، ومتوسطة فى البحوث الارتباطية . بينما نجد فى البحوث التحليلية دراسات حالات محدودة مثل تحليل محتوى بعض المقالات أو الكتب أو الدراسة الاكلينيكية لبعض الحالات المرضية ، أو دراسة إثنوجرافية لمجموعة محدودة . وبالطبع يؤثر نوع البحث على التعميم من النتائج إلى المجتمع .

#### تحديد مجتمع الدراسة :

عدد قيام الباحث باجراء دراسة معينة فانه يقوم أولا بتحديد مجتمع الدراسة وخصائصه . والمجتمع هو مجموعة من الأفراد ( أو الوحدات ) ، وتستخدم كلمة مجتمع عادة لتشير الى مجموعات من الافراد مثل مجتمع دولة معينة أو محافظة أو مدينة معينة ، وهى تعنى المجموعة التى تعيش فى مكان محدد ، وهو استخدام خاص لكلمة مجتمع .

ويستخدم الإحصائيون مصطلح مجتمع ليشير إلى مجتمع من الأفراد أو الحيوانات أو الخامات أو الأحداث أو الدرجات . ومن ثم يعرف المجتمع للغرض الخاص به مثل مجتمع السيارات ، ومجتمع الأشجار ، ومجتمع الأطفال ، ومجتمع الطلاب ، ومجتمع المرضى وغيرها .

ومن ثم فإن مفهوم المجتمع يعني مجموعة أو تجمع من الوحدات تتصف بخصائص معينة تصف المجموعة ذاتها وليست المقدرات . فعند قياس أطوال الأطفال فإننا نجمع بيانات الأطوال ثم نحسب متوسطها ، ونستخدم المتوسط لوصف خاصية الطول في المجموعة كلها وليس لأفراد بعينهم . وإذا رغبتنا في قياس ذكاء المجتمع ، فقد نجد أن متوسط الذكاء في المجتمع = ١٠٣ ، ويعد هذا المتوسط وصفاً لذكاء المجتمع ( أو المجموعة التي تم استخدامها ) . وقد يوجد فرد ذكاؤه ١٢٠ وآخر ذكاؤه ٩٠ وقد ينتمي كل منهما إلى مستوى اقتصادي - اجتماعي مختلف وغير ذلك من الخصائص التي لم نهتم بها عند دراسة ذكاء المجتمع . إما إذا إهتم الباحث بعدة متغيرات فإنه يجمع بيانات عن كل منها ويصل إلى توصيف للمجتمع في هذه المتغيرات مثل متوسط الذكاء ، والطول ، والوزن وغيرها

وتحديد المجتمع لاختيار عينة منه يتم عن طريق خصائص معينة تهم الباحث ، فإذا رغب الباحث في دراسة الذكاء في المستويات الاقتصادية - الاجتماعية المختلفة ، فإن متغير المستوى الاقتصادي الاجتماعي يعد خاصية من خصائص المجتمع يجب تمثيلها في العينة . وكذلك محل الإقامة ( ريف - حضر ) ، وعدد أفراد الأسرة ، والمستوى التعليمي للآباء قد تكون من المتغيرات التي يهتم بها الباحث ومن ثم يستخدمها في تحديد المجتمع ونعد من خصائص المجتمع التي يجب تمثيلها في العينة المختارة للدراسة ، ومن ثم فإن المجتمع هو مجموعة العناصر التي نرغب في جمع معلومات عنها . كما يوجد مجتمع محدود ومجتمع لانهائي ، فالمجتمع المحدود هو المجتمع الذي يمكن حصر عدد مفرداته مثل مجتمع اللاعبين في نادي رياضي معين ، أو مجتمع المرضى في إحدى المستشفيات ، أو مجتمع تلاميذ مدرسة معينة في مدينة محددة . وفي كثير من الحالات التي يهتم بها الإحصائيين تهدف لمجتمع محدود ولكنه كبير جداً والذي ننظر إليه على أنه مجتمع غير محدود مثل مجتمع يحتوى على عدة ملايين من الأفراد (Ferguson, 1971:7) .

كما أن العديد من الدراسات في العلوم الانسانية تهتم بالمجتمعات المحدودة ، ولكنها قد تكون مجتمعات لا نهائية إذا كان التعميم على المجتمع يهتم بالمستقبل .  
ويوجد أيضا مجتمع أصلي ومجتمع متاح ، فالمجتمع الاصلي عادة لا يستطيع الباحث تحديده مثل مجتمع الناخبين في دولة ما ، أو مجتمع كبار السن . أما المجتمع المتاح فهو المجتمع الذي يستطيع الباحث تحديد أفراده ويعمم عليه نتائج عينته ، ومثال ذلك مجتمع الناخبين في دائرة ما ، أو مجتمع كبار السن المترددين على المستشفيات في إحدى المحافظات .

والمجتمع المتاح هو المجتمع المحدود الذي يستطيع الباحث تحديد أفراده ، ويختار منه العينة المناسبة لدراسته ويعمم عليه نتائجه . ولكن هذا التحديد للمجتمع بدلا من المجتمع الاصلي يحد من تعميم النتائج .

#### طرق اختيار العينات :

ذكرنا أن الباحث قد لا يستطيع اجراء دراسته على المجتمع كله خاصة اذا كان المجتمع كبيرا ، ومن ثم فعليه اختيار عينة من المجتمع . ويتم اختيار العينات بعدة طرق منها:

#### ١ - المعاينة العشوائية : Random Sampling

وهي الطريقة التي تستخدم لاختيار عينة لا تخضع لتحيز أو إختيار مقصود مثل اختيار موظفي إحدى المؤسسات أو طلبة أحد الصفوف في مدرسة معينة . وانما يتم اختيار العينة بطريقة يكون فيها لكل فرد من أفراد المجتمع فرصة متساوية للظهور في العينة وهي ما تسمى بالعشوائية . ولاختيار عينة عشوائية نتبع أحد الأساليب التالية :

( أ ) نحدد أفراد ( عناصر ) المجتمع ، ونكتب إسم ( أو رقم ) كل فرد في ورقة صغيرة ثم نضع الاوراق في وعاء أو صندوق ، ونمزج الاوراق ، ثم نختار إحدى الاوراق لتدل على الفرد الاول في العينة ، ثم نكرر مزج الاوراق والاختيار حتى نصل الى آخر فرد مطلوب للعينة ، وتكون العينة المختارة هي عينة عشوائية بسيطة .

( ب ) نحدد أفراد ( عناصر ) المجتمع ، ونحدد رقم لكل فرد من أفراد المجتمع ثم نستخدم جداول الأرقام العشوائية لاختيار أرقام عشوائية من بين أرقام المجتمع ، ويدل كل رقم عشوائي على فرد من أفراد العينة فاذا كان حجم



المجتمع ٥٠٠ ورغبنا في اختيار عينة حجمها ٥٠ فرداً . فإننا نختار من الجداول العشوائية ٥٠ رقم مكون كل منها من ثلاث خانات ( لا تزيد عن ٥٠٠ ) مثل الرقم ٢٠٧ ثم نقرأ الأرقام العشوائية التالية له ( ثلاثية ) حتى نحصل على ٥٠ رقماً ( غير مكررة من قبل ) مثل ٣٢٤ ، ٠١٧ ، ٤٠٠ ، ٠٠١ ، ١٠٥ ، ٠٠٠ وهكذا وتكون تلك الأرقام هي أرقام أفراد العينة العشوائية من المجتمع .

(ج) نحدد أفراد ( عناصر ) المجتمع ، ونحدد رقم لكل فرد من أفراد المجتمع ، ثم نستخدم الحاسب الآلي في اختيار أرقام عشوائية تدل على أفراد العينة .

والعينة العشوائية التي يتم اختيارها بأحدى الطرق السابقة تسمى عينة عشوائية بسيطة وتكون ممثلة للمجتمع ، لكنها لا تضمن تمثيل فئات المجتمع المختلفة أو خصائصه ، إلا إذا تم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل فئة من الفئات أو الخصائص .

## ٢ - المعاينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sampling

وهي الطريقة التي يتم فيها اختيار عينة عشوائية ممثلة لكل طبقة ( فئة ) من طبقات ( فئات ) المجتمع موضع الدراسة . والعينة الطبقية قد تكون ممثلة أو غير ممثلة للمجتمع . فالعينة الطبقية الممثلة للمجتمع هي تلك العينة التي يتم اختيارها من كل فئة من فئات المجتمع . وهذا يعنى أننا نحدد أولاً فئات المجتمع وعدد الأفراد ( العناصر ) بكل فئة ونسبة ذلك العدد الى العدد الكلي للمجتمع . ثم نقرر حجم العينة المناسب لإجراء الدراسة ونوزع هذا العدد على فئات المجتمع ليتحدد العدد المطلوب من كل فئة ، ثم نختار هذه الأعداد عشوائياً من فئات المجتمع .

فإذا أراد باحث إجراء دراسة على عينة من طلبة الجامعة فيجب عليه تحديد فئات المجتمع المختلفة ( الكليات ، والمستويات الدراسية ، والنوع مثلاً ) ثم يقرر حجم العينة المناسب ويوزعه على الكليات والمستويات والنوع ثم يحدد العدد المطلوب من كل فئة ، وقد تكون الأعداد بكل فئة متساوية أو نسبية . فإذا كانت متساوية يتم إختيار عدد متساو من كل فئة من الفئات فتكون العينة عشوائية طبقية متساوية .

جدول (٧ - ١)  
مثال للعينه الطبقية المتماوية

الكليات	ذكور				إناث			
	المستوى الدراسي				المستوى الدراسي			
	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
١	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
٢	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
٣	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
-	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠
-	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠	٠٠

أما إذا كانت الأعداد المختارة من كل فئة نسبية ( نسبة الى حجم كل فئة من فئات المجتمع ) فتكون العينة عشوائية طبقية نسبية ، وهي أفضل أنواع العينات الممثلة لفئات المجتمع . ومن الصعب اختيار عينة عشوائية طبقية نسبية لأنها تستلزم الكثير من الجهد والوقت في تحديد المجتمع وفئاته ثم اختيار العينة بنسبة أحجام تلك الفئات .

### ٣ - المعاينة العشوائية العنقودية :

#### Cluster Random Sampling

ويتم في هذه الطريقة إختيار بعض فئات المجتمع عشوائيا ، ثم نختار عشوائيا بعض أجزاء من الفئات المختارة ، ويستمر هذا التسلسل حتى نصل الى مفردات ( أو وحدات ) المجتمع . فإذا أردنا إجراء دراسة على مجتمع الإحصائيين الاجتماعيين فإننا نختار عشوائيا منطقة أو منطقتين تعليميتين ، ثم نختار عشوائيا مرحلة من مراحل التعليم ، ثم نختار عشوائيا بعض المدارس ثم يلي ذلك إختيار الافراد عشوائيا من تلك المدارس . وبالطبع هذه الطريقة مختلفة عن طرق العشوائية البسيطة والعشوائية الطبقية . والعينة المختارة بهذه الطريقة ( العنقودية ) ليست عشوائية كاملة بمعنى أنها لا تمثل المجتمع . إلا أن هذه الطريقة أكثر واقعية من الطرق السابقة وهي أكثر إستخداما في بحوث العلوم الانسانية بصفة عامة .

## ٤ - المعاينة المنتظمة Systematic Sampling

ويتم في هذه الطريقة اختيار عينة من المجتمع بعد تقسيمه الى عدة أقسام متساوية واختيار فرد من كل قسم منها . فإذا رغبتنا في اختيار عينة منتظمة حجمها ٥٠ من مجتمع يحتوى على ٥٠٠ فرد ، فإننا نحسب نسبة العينة الى المجتمع وهي ٥٠ : ٥٠٠ أى ١ : ١٠ وبالتالى نختار فرد من كل عشرة أفراد متتالية . فإذا إختارنا الفرد رقم ١ فإن الفرد الذى يليه هو ١١ ثم ٢١ ، حيث نختار عشوائيا الرقم الذى نبدأ به . فإذا إختارنا الفرد رقم ٦ فإن الفرد التالى له يكون رقم ١٦ ثم رقم ٢٦ ، ٣٦ وهكذا حتى ٤٩٦ .

وإذا كان المجتمع يحتوى على ٥٠٠٠ فرد وأردنا إختيار عينة منتظمة حجمها ١٠٠ ، فإن نسبة العينة الى المجتمع ١ : ٥٠ ، ومعنى هذا أننا نختار فرد من كل خمسين فردا . فقد نختار الفرد رقم ٣٠ والتالى له هو رقم ٨٠ ثم ١٣٠ ، ١٨٠ وهكذا .

والعينة المنتظمة ليست عينة عشوائية ولا تمثل المجتمع .

## ٥ - المعاينة المقصودة : Intended Sampling

وهى الطريقة التى يختار بها الباحث عينة محددة أو مقصودة ، وهى عينة متحيزة ولا تمثل المجتمع . فاختيار باحث لمؤسسة معينة لاجراء دراسة على أفرادها يعد تحيزا فى الاختيار ، وكذلك اختياره لمدرسة مجاورة له أو يعمل بها أحد أقاربه ، أو اختيار صف يقوم بالتدريس له ، أو اختيار الاخصائى النفسى للمجموعة التى يشرف عليها ، أو اختيار الطبيب لمجموعة من مراجعيه ، كل هذه عينات متحيزة وغير ممثلة لمجتمعاتها . وبالتالى يكون الاستنتاج منها غير مناسب ، ومن الخطأ التعميم من هذه العينات الى مجتمعاتها لأنها لا تمثلها . ويجب أن يكون الباحث حذرا فى الاستنتاج من نتائج هذه العينات . ولسوء الحظ فإن العديد من الدراسات تعتمد على المعاينة المقصودة فى اختيار عينات الدراسة ، مما يضع قيوداً ( حدودا ) على تعميم نتائج مثل تلك الدراسات ، إلا إذا تم تكرار الدراسة الواحدة عدة مرات وتوصلت الى نفس النتائج ومن الممكن هنا ( تجاوزا ) تعميم النتائج .

**حجم العينة المناسب :**

قام بعض المهتمين بالعينات وتصميم التجارب بوضع الاسس لاختيار العينة المناسبة عند اجراء البحوث ، ومن أهم هذه الاسس الرغبة فى تمثيل المجتمع

تمثيلاً دالاً باستخدام مستوى دلالة ٠,٠٥ أو ٠,٠١ وكذلك الرغبة في تحديد قوة هذا التمثيل أو قوة الاختبار الاحصائي المستخدم ( والتي يشار إليها بحدود خطأ التقدير المسموح به ) أو خطأ النوع الثاني .

وقد حدد البعض (Freund & Wilson, 1997:142) الحد الأدنى للعينة المناسبة لأجراء الدراسات يتم حسابه باستخدام معادلة رياضية تعتمد على مستوى الدلالة وقوة الاختبار الاحصائي والتباين وهي :

$$n = \left( \frac{z}{e} \right)^2 \frac{\sigma^2}{\chi^2}$$

حيث  $e$  = التباين ،  $z$  = الدرجة المعيارية المقابلة لمستوى الثقة ( الدلالة )  
 $\chi^2$  = حجم الخطأ في التقدير المسموح به أو حدود الثقة .

فإذا كان المتغير ثنائي مثل ( متعلم - غير متعلم ) أو ( ريف - حضر ) فإن التباين  $e^2 = q(1-q)$  حيث  $q$  = النسبة المئوية للمتغير الثنائي المجتمع .

أما إذا كان المتغير منصلاً فإننا نحسب ( أو نقدر ) قيمة التباين من الدرجات المتوقعة للمتغير ، ونحدد مستوى الثقة المرغوب وكذلك حجم خطأ التقدير المسموح به ، ثم نحسب الحجم المناسب للعينة .

حيث يمكن تقدير الانحراف المعياري للدرجات باستخدام ربع المدى كتقدير مبدئي لذلك .

مثال للمتغير الثنائي :

إذا كان المتغير الثنائي ( ريف - حضر ) وكانت نسبة الريف في المجتمع ٧٥ % فإن نسبة الحضر = ١ - ٠,٧٥ = ٠,٢٥

وباستخدام مستوى ثقة ٩٥ % وحجم خطأ التقدير ٠,١٠ فإن

$$n = \left( \frac{1,96}{0,10} \right)^2 (0,75)(0,25) \approx 72 \text{ تقريباً}$$

وهذه العينة تنقسم إلى ٥٤ ريف ( ٧٥ % ) ، ١٨ حضر ( ٢٥ % ) .

وإذا كان لدينا متغير تصنيفي آخر في الدراسة مثل المستوى الاقتصادي - الاجتماعي وكان المستوى المرتفع = ٠,٢٠ والمنخفض = ٠,٨٠ فنكون العينة

المناسبة للمستوى الاقتصادي الاجتماعي  $= \sqrt{\frac{1.96}{0.10}} = 0.8 \times 0.2 \times 61 = 61$  وهي تقسم إلى ١٢ مستوى مرتفع ، ٤٩ مستوى منخفض .

وإذا كان لدينا عدة متغيرات تصنيفية فإننا نحسب العينة المناسبة لكل تصنيف وفي كل فئة من فئات المتغيرات التصنيفية .

#### مثال للمتغير المتصل :

أراد باحث تحديد حجم العينة المناسبة لإجراء دراسة تجريبية فما حجم العينة المناسبة لدراسته ؟

وبالطبع لم يحدد المثال تباين الدرجات أو مستوى الثقة المطلوب . فإذا فرضنا أن مستوى الثقة ٩٥٪ وأن الدرجات تتراوح بين ٢٠ ، ٦٠ وحدود خطأ التقدير المسموح به هو ٤ . فيمكن وضع تقدير للانحراف المعياري باستخدام ربع

$$\text{مدى الدرجات} = \frac{60 - 20}{4} = 10$$

ونطبق المعادلة لتقدير حجم العينة المناسب  $n = \left( \frac{z}{e} \right)^2$

حيث  $z$  هي الدرجة المعيارية المقابلة لمستوى ٩٥٪ (مستوى دلالة ٠.٠٥) وهي ١.٩٦ من جدول الملحق الاعتيادي ، تقدير  $e = 10$  ، حدود الخطأ  $e = 4$

$$\text{فان } n = \left( \frac{1.96}{4} \right)^2 (10) = 24$$

وإذا رغب الباحث في تقليل حدود خطأ التقدير المسموح به من ٤ إلى ١ فإن حجم العينة يزداد ويصبح  $n = \left( \frac{1.96}{1} \right)^2 (10) = 384$  تقريباً

وفي حالة العينة اللازمة لدراسة اختبار صحة فرض من الفروض فإن حجم العينة يعتمد على التباين ومستوى الثقة وقوة الاختبار الإحصائي والفرق بين قيمتي المتوسط الفعلي والمفترض

$$n = \left( \frac{z_1 + z_2}{e} \right)^2 \left( \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\chi^2} \right) \quad (\text{Freund \& Wilson, 1997 : 144})$$

حيث :

ذ<sub>1</sub> = الدرجة المعيارية المقابلة لمستوى الدلالة المحدد (خطأ النوع الأول) .  
 ذ<sub>2</sub> = الدرجة المعيارية المقابلة لمستوى قوة الاختبار الاحصائي ( خطأ النوع الثاني ) .

خ = الفرق بين قيمتي المتوسط الفعلي و المفترض  
 ع = تقدير الانحراف المعياري

في المثال السابق اذا كان مستوى الثقة ٩٥ ٪ وقررنا أن الخطأ المسموح به ( خطأ النوع الثاني B = ١٠ ٪ ) فاذا كان المتوسط المفترض ٣٥ ، والمتوسط الفعلي ٣٧ ، وقوة الاختبار الاحصائي ٩٠ ٪

$$\text{ويكون حجم العينة } n = \frac{\left( \frac{z_1 + z_2}{x} \right)^2}{e^2}$$

حيث خ = ٢ ، ع = ١٠ ، ذ<sub>1</sub> = ١,٦٤٥ ( عند مستوى دلالة ٠,٠٥ )

ذ<sub>2</sub> = ١,٢٨٢ في حالة قوة الاختبار ٩٠ ٪

$$n = \frac{(1,282 + 1,645)^2}{4(10)^2}$$

= ٢١٤ تقريبا

فاذا أخذنا عينة حجمها ٢١٤ فإننا نتوقع رفض الفرض بأن المتوسط = ٣٥ إذا كان المتوسط الفعلي ٣٧ أو أكبر بمستوى ٩٠ ٪

وإذا رغبتنا في مستوى اكثر دقة وحددنا مستوى الثقة ٩٩ ٪ ( مستوى الدلالة ٠,٠١ ) وكذلك قوة الاختبار عند مستوى ٩٩ ٪

وكان الفرض المطلوب اختباره أن المتوسط لايساوي ٣٥ (اختبار الطرفين )

$$\text{فان حجم العينة } n = \frac{(2,33 + 2,58)^2}{4(10)^2} = ٦٠٣ \text{ تقريبا}$$

ويبدو أن استخدام القانون لتحديد حجم العينة يعد مشكلة للعديد من الباحثين فقد لا يستطيع الباحث استخدام عينة حجمها ٦٠٣ أو أن مجتمع الدراسة

لا يزيد عن فرد ( أو وحدة ) . ومن جهة أخرى قد يجد الباحث أن العينة المناسبة ( ٢٤ ) ولكنه يرغب في إجراء الدراسة على عينة أكبر حجماً لأن مجتمع الدراسة مكون من عدة آلاف من الافراد ( أو الوحدات ) .

وبالطبع إذا رغبتنا في تعميم نتائج الدراسة على المجتمع فإن ذلك يتطلب استخدام عينات أكبر حجماً خاصة إذا كان مجتمع الدراسة كبيراً مثل مجتمع بلاميذ المرحلة الابتدائية في الدولة . ولكن إذا لم يتوافر لدى الباحث التمويل الكافي لا استخدام عينة كبيرة ، أو أن العينة الكبيرة الحجم تحتاج إلى جهد ووقت أكبر من طاقة الباحث ( مثل البحوث التجريبية ) فعندئذ يقلل الباحث حجم العينة المستخدمة في دراسته ويراعي ذلك عند تعميم النتائج .

والعينة الصغيرة هي التي يقل عدد أفرادها عن ٢٥ فرد ( أو وحدة ) أما العينة الكبيرة فهي التي يزيد عدد أفرادها عن ١٠٠ فرد ، وقد إتفق العديد من الاحصائيين بناء على الاسس النظرية للتوزيعات بأن تكون العينة ٣٠ فرداً أو أكثر (مختارة عشوائياً وممثلة للمجتمع) . إلا أننا ننصح بأن تكون العينات الكبيرة في العلوم الانسانية هي أكثر من ١٠٠ ، أما العينات العشوائية التي يتراوح حجمها بين ٣٠ ، ١٠٠ فهي عينات متوسطة الحجم ويمكن استخدامها في بحوث العلوم الانسانية والتعميم منها إلى المجتمع . وكلما كان حجم العينة كبيراً كلما كان التعميم إلى المجتمع أكثر ثباتاً وأكثر دقة ، إضافة إلى زيادة قوة الاختبار الاحصائي المستخدم .

أما في حالة العينات العشوائية الصغيرة ( أقل من ٢٥ ) فإننا نقسمها إلى ثلاثة أنواع :

( أ ) إذا كان حجم العينة يتراوح بين ١٥ ، ٢٤ فعلى الباحث استخدام الاساليب الاحصائية البارامترية واللابارامترية مما للتأكد من إتساق النتائج . وبالطبع الاساليب الاحصائية البارامترية أكثر قوة من الاساليب الاحصائية اللابارامترية .

( ب ) إذا كان حجم العينة يتراوح بين ٥ ، ١٤ فعلى الباحث استخدام الاساليب الاحصائية اللابارامترية ، ويكون الاستنتاج والتعميم على المجتمع بحذر شديد .

( جـ ) أما إذا كان حجم العينة خمسة أفراد أو أقل ، فمن الخطأ القيام بالتعميم من نتائج العينة إلى المجتمع .

### الفروض : Hypotheses

الفروض هي علاقات متوقعة بين متغيرين أو أكثر ، أو هي توقعات الباحث لنتائج دراسته . وتعد الفروض حلولاً محتملة للمشكلة موضع الدراسة ، وتعتمد صياغة الفروض على النظريات أو البحوث السابقة أو كليهما ، كما أنها تستخدم المصطلحات والمتغيرات التي حددها الباحث ( Freankel & Wallen, 1996:56 ) ( 58 - . والفرض هو حل للمشكلة تؤيده بعض المعلومات أو الحقائق أو الأدلة النظرية أو الدراسات السابقة ، ولكن صحته تعتمد على مدى تأييد الأدلة والشواهد والبيانات الفعلية للفرض ( رجاء أبو علام ، ١٩٨٩ ) .

ويجب أن توضع الفروض في صياغة واضحة وموجزة وقابلة للاختبار ، بمعنى أن تكون محددة ومفهومة ولا تستخدم كلمات غامضة أو غير ضرورية ، كما أنها تخضع للاختبار العملي بناء على البيانات والمعلومات والأدلة المرتبطة بها .

#### ومن أمثلة الفروض الجيدة :

- ١ - توجد علاقة موجبة بين نشاط الطفل وتحصيله الدراسي .
  - ٢ - توجد علاقة سالبة بين البيروقراطية وإبداع العاملين .
  - ٣ - توجد علاقة بين النوع وتفضيل قراءة الموضوعات الثقافية .
  - ٤ - توجد فروق بين طريقتي العلاج ( أ ، ب ) في تعديل سلوك المرضى .
  - ٥ - توجد فروق بين أنماط الإدارة والرضى الوظيفي للعاملين .
- ومن الواضح أن كل فرض يتضمن متغيرين أو أكثر وأن الصياغة واضحة ومحددة ولا تحتوي كلمات غامضة أو زائدة ، كما أنه يمكن جمع بيانات أو أدلة لاختبار صحتها .

#### أما أمثلة الفروض غير الجيدة فهي :

- ١ - الاتجاهات الموجبة نحو الآخرين مهمة في الحياة العملية .
- ٢ - القدرة العقلية قد ترتبط بالشخصية .
- ٣ - الإدارة المدرسية قدرة وفن .
- ٤ - استطلاعات الرأي نحو القضايا الاجتماعية ترتبط بالاتجاهات السياسية .
- ٥ - العلاقات الزوجية تتأثر بالمستوى الاقتصادي والرغبة في حياة سعيدة .



وهي فروض غير جيدة لأنها غير محدنة أو لا تحتوي متغيرين أو غير قابلة للاختبار . ووضع الفروض يساعد الباحث في تنظيم دراسته ، وفهم متغيراتها وتحديد الاجراءات ، وفهم الاساس الذى تعتمد عليه الفروض ، وكذلك جمع البيانات اللازمة لاختبار الفروض . ولكن قد تؤدي الفروض بالباحث الى التحيز في دراسته حتى يتوصل الى النتائج المتوقعة ، وهذا الأمر غير مقبول ويرتبط باخلاقيات البحث والامانة العلمية للباحث ، ولذلك يجب أن يلتزم الباحث بالفروض التى وضعها اعتماداً على أسس نظرية أو علمية أو تطبيقية بغض النظر عن النتائج الفعلية . ولا يضير الباحث شيئاً إذا ثبتت صحة أو خطأ الفروض ، وإنما يضيره مخالفة الامانة العلمية (Edwards 1968:91) . وتتطلب بعض البحوث وضع فروض للدراسة ، مثل البحوث التجريبية أو البحوث السببية المقارنة ، أما البحوث الوصفية فتكتفى بوضع أسئلة فقط . وغالباً ما يضع الباحثون أسئلة ثم يحولون الاسئلة إلى فروض لاختبار صحتها . ومن الممكن الاجابة عن الاسئلة أيضاً بعد اجراء تحليل البيانات بالاسلوب المناسب لذلك .

#### أنواع الفروض :

توجد ثلاثة أنواع من الفروض وهي : الفرض الصفري ، والفرض الموجه والفرض غير الموجه .

##### ١ - الفرض الصفري : Null Hypothesis

وهو يعنى عدم وجود علاقة بين المتغيرات أو عدم وجود فروق بين المجموعات ، ولذلك فهو يسمى فرض العدم . ومعنى ذلك أنه فرض العلاقة الصفرية أو الفروق الصفرية بين المتوسطات (تساوى المتوسطات) . ويلجأ الباحث للفرض الصفري في حال تعارض الدراسات السابقة أو في حال عدم وجود دراسات سابقة في موضوع بحثه . وقد يسمى الفرض الصفري بالفرض الاحصائي .

##### ٢ - الفرض الموجه : Directed Hypothesis

وهو صياغة للفرض مع تحديد اتجاه للعلاقة ( موجبة أو سالبة ) بين المتغيرات ، أو تحديد اتجاه للفروق بين المجموعات في المتغير التابع ، ومثال ذلك: توجد علاقة موجبة بين درجات المتغيرين ( س ، ص ) . أو يوجد فرق بين متوسطى المجموعتين ( أ ، ب ) في درجات المتغير ( س ) لصالح المجموعة (أ) .

وصياغة الفرض الموجه تختلف عن صياغة الفرض الصفري في أمرين هما : وجود علاقة أو فروق ، وتحديد اتجاه للعلاقة أو الفروق . ويعتمد توجيه الفرض على نتائج الدراسات السابقة أو خبرات الباحث أو خبرات المتخصصين .

### ٣ - الفرض غير الموجه :

وهو صياغة للفرض دون تحديد اتجاه للعلاقة أو الفروق . ويختلف الفرض غير الموجه عن الفرض الموجه في عدم تحديد اتجاه للعلاقة أو الفروق ، بينما يختلف عن الفرض الصفري في وجود العلاقة أو الفروق .

ومن أمثلة الفرض غير الموجه : توجد علاقة بين درجات المتغيرين ( س ، ص ) ، أو يوجد فرق بين متوسطي المجموعتين ( أ ، ب ) في درجات المتغير ( س ) .

وعدم تحديد اتجاه للعلاقة أو الفروق ، يرجع إلى عدم وجود دراسات سابقة أو رأي مؤيد لاتجاه محدد ، أو لتعارض الدراسات السابقة دون تأكيد اتجاه محدد ، أو لشك الباحث في اتجاه العلاقة أو الفروق .

والأساليب الإحصائية الاستدلالية هي المناسبة لاختبار صحة الفروض . حيث تقوم الأساليب الإحصائية الاستدلالية باختبار الفرض الصفري ( فرض العدم ) ، فإذا ثبتت صحة الفرض الصفري نرفض الفرض البديل ( موجه أو غير موجه ) ، وإذا لم تثبت صحة الفرض الصفري نقبل الفرض البديل ( موجه أو غير موجه ) .

وقد أدى هذا إلى اعتقاد كثير من الباحثين بضرورة وضع فروض صفرية ولكن لا يوجد دليل علمي يؤكد هذا الرأي سوى أن الأساليب الإحصائية تختبر دائما الصياغة الصفرية للفروض . حيث أن هذه الأساليب تفترض في معادلاتها الرياضية عدم وجود علاقة بين المتغيرات أو عدم وجود فروق بين المتوسطات ، فإما يتحقق فرض العدم ومن ثم نرفض الفرض البديل ، أو نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

### اختبار صحة الفروض :

المنطق في اختبار الفروض هو أن الباحث يفترض صحة الفرض الذي يرغب في اختباره ، ثم يفحص نتائج هذا الفرض في ضوء توزيع العينة الذي يعتمد على صحة الفرض . وإذا تحدد من توزيع العينة أن البيانات الملاحظة

احتمال حدوثها كبير فإنه يتخذ قراراً بأن البيانات لا تتعارض مع الفرض . ومن ناحية أخرى إذا كان احتمال مجموعة البيانات الملاحظة ضعيف في حالة الفرض لصحيح ، فإن قراره يكون بأن البيانات تتعارض مع الفرض ( Winer et al, 1991 : 17 )

ومستوى الدلالة للاختبار الإحصائي يحدد مستوى الاحتمال الذي نعتبره ضعيفاً ويقرر قبول الفرض الصفري ، أو مرتفعاً ويقرر رفض الفرض الصفري . فإذا كان احتمال حدوث البيانات الملاحظة ( في حالة الفرض الصفري الصحيح ) أقل من مستوى الدلالة ، فعندئذ تكون البيانات متناقضة مع الفرض موضع الاختبار ونتخذ قرار برفض الفرض الصفري . ورفض الفرض الصفري موضع الاختبار يعني قبول أحد الفروض البديلة التي لا تتعارض مع البيانات ورفض فرض العدم (الصفري) قد يعتبر قراراً بقبول الفرض البديل ، وعدم رفض فرض العدم يعد قراراً ضد قبول الفرض البديل ( Winer et al, 1991:17 ) .

وعند ما يكون فرض العدم صحيحاً وتؤدي نتائج الاختبار الإحصائي إلى قرار بأنه خاطئ فإننا نقع في خطأ يسمى خطأ النوع الأول Type I Error وهو يساوي مستوى الدلالة ويرمز له بالرمز ألفا (  $\alpha$  ) ، وعندما يكون فرض العدم خاطئاً وقررنا بناء على الاختبار الإحصائي برفض فرض العدم وقبول الفرض البديل فإننا نقع في خطأ يسمى خطأ النوع الثاني Type II Error ، ويرمز له بالرمز بيتا (  $\beta$  ) . ويعتمد خطأ النوع الثاني جزئياً على مستوى الدلالة ( Edwards, 1968.22 ) .

ومعنى هذا أن مستوى الدلالة هو احتمال رفض فرض العدم ، ولا توجد تجربة تثبت خطأ فرض العدم إثباتاً مطلقاً مهما كان عدم مناسبة الناتج لفرض العدم ( Edwards, 1968 : 22 ) .

ويمكن تلخيص خطأ النوع الأول وخطأ النوع الثاني بالجدول التالي :

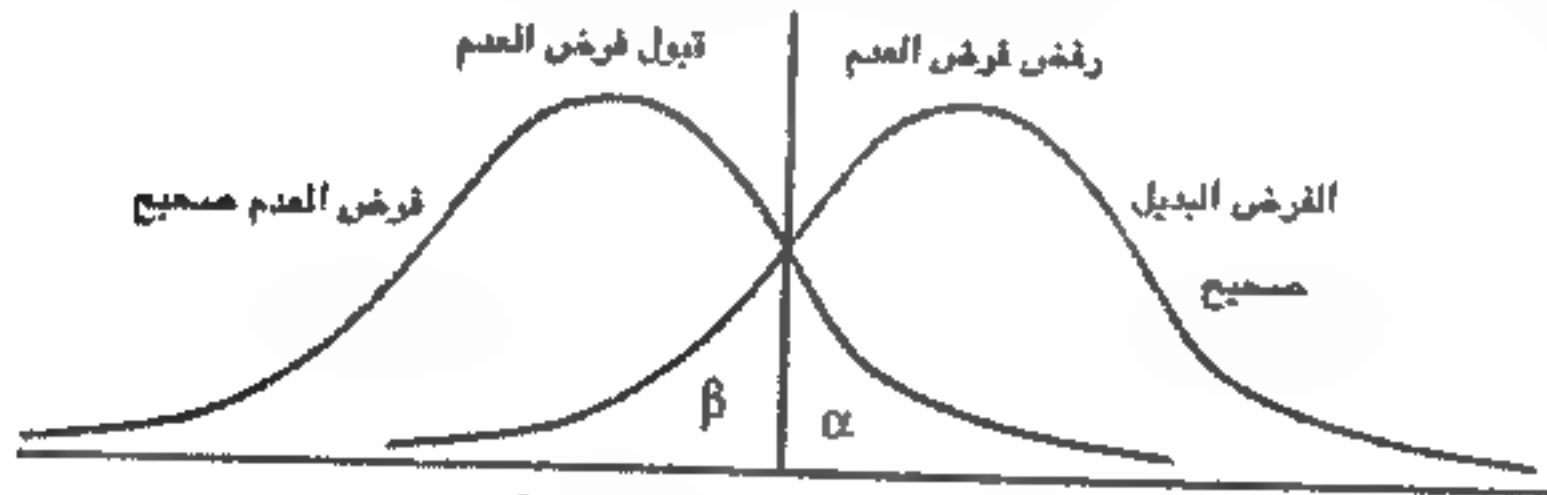
جدول ( ٧ - ٢ )

فرض العدم خاطئ		فرض العدم صحيح
لا يوجد خطأ	خطأ النوع الأول $\alpha$	رفض فرض العدم
خطأ النوع الثاني $\beta$	لا يوجد خطأ	قبول فرض العدم

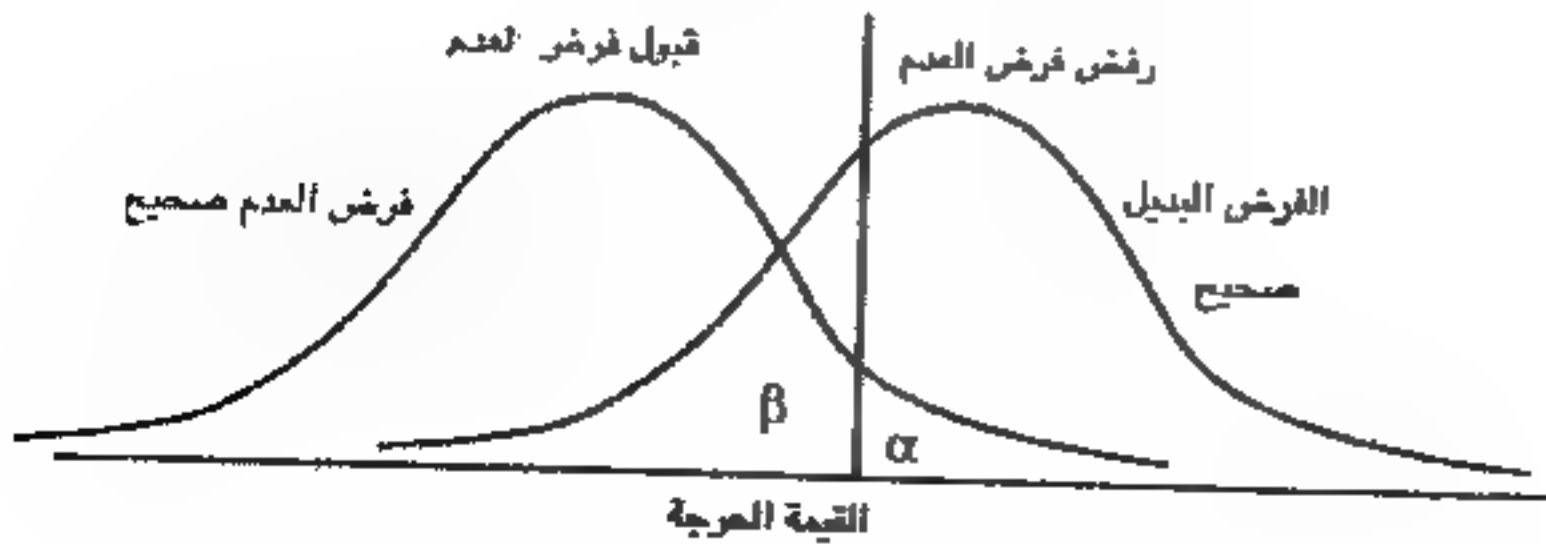
ويوضح الجدول ( ٧ - ٢ ) أن رفض فرض العدم يكافئ قبول الفرض البديل ، وعدم رفض فرض العدم يكافئ رفض الفرض البديل . ويوجد خطأ النوع الأول في حالة اتخاذ قرار برفض فرض العدم ، وخطأ النوع الثاني عندما يكون القرار قبول فرض العدم ( Winer et al , 1991 : 18 )

وقد عرض كيمبل ( Kimble, 1978 ) مثالا جيدا لخطأ النوع الأول وخطأ النوع الثاني . حيث يرى أن المتهم برئ وغير مذنب ( خطوة أولى ) حتى تثبت إدانته بالأدلة ( خطوة ثانية ) . وبالتالي يكون لدينا احتمالين : الأول وجود مجرم ومذنب ( خطأ نوع أول ) والثاني أن المجرم المخطئ برئ ( خطأ نوع ثاني ) . أما احتمال أن المخطئ مذنب ، واحتمال أن البرئ غير مذنب فهما احتمالان صحيحان كما بالجدول ( ٧ - ٢ ) .

ويتحكم الباحث في مستوى الدلالة ألفا ( خطأ النوع الأول ) ، أما خطأ النوع الثاني  $\beta$  فإنه يحدد بطريقة غير مباشرة . فعندما يكون خطأ النوع الأول صغيرا فإن هذا يؤدي الى زيادة حجم خطأ النوع الثاني ويوضح الشكل ( ٧ - ١ ) توزيع العينة في حالتى رفض أو قبول فرض العدم مع تغير قيمة مستوى الدلالة ألفا ( $\alpha$ ) .



شكل ( ٧ - ١ أ ) القيمة العرجة



شكل ( ٧ - ١ ب ) القيمة العرجة

العلاقة بين خطأ النوع الأول وخطأ النوع الثاني وقوة الاختبار

ويوضح الشكل ( ٧ - ١ ) العلاقة بين خطأ النوع الاول وخطأ النوع الثاني وقوة الاختبار . حيث يمثل المنحنى ( ٧ - أ ) توزيع العينة للاختبار الاحصائي عندما يكون فرض العدم صحيح ، والمنحنى ( ٧ - ب ) يمثل توزيع العينة عندما يكون الاختبار الاحصائي للفرض البديل صحيح . وتتحدد منطقة رفض فرض العدم من الجداول الاحصائية لتوزيع العينة عندما نفترض أن فرض العدم صحيح ، واحتمال وقوع القيمة الحرجة في منطقة رفض فرض العدم تساوى ألفا (  $\alpha$  ) عندما يكون فرض العدم صحيحا .

ومن الشكل ( ٧ - أ ) فإن خطأ النوع الثاني المرتبط بالفرض البديل يساوى عدديا المساحة تحت المنحنى الايمن التي تقع في منطقة رفض فرض العدم . وهذه المساحة ( قيمة  $\alpha$  ) في الشكل ( ٧ - ب ) أقل منها في الشكل ( ٧ - أ ) . وهذا يعنى أن الخطأ الاول للقرار صغير ، بينما المساحة تحت المنحنى الأيمن في الشكل ( ٧ - ب ) التي تقع في منطقة قبول فرض العدم أكبر منها في الشكل ( ٧ - أ ) وانقاص القيمة العددية لخطأ النوع الاول ( مستوى الدلالة ) تزيد قوة تواجده خطأ النوع الثاني ( Winer et al., 1991 : 19 ) .

#### قوة الاختبار الاحصائي :

تعتمد قوة الاختبار الاحصائي على كل من مستوى الدلالة (  $\alpha$  ) وخطأ النوع الثاني (  $\beta$  ) وحجم العينة . وقوة الاختبار الاحصائي تساوى واحد ناقص احتمال خطأ النوع الثاني (  $1-\beta$  ) ولتمثيل ذلك هندسيا فإن قوة الاختبار الاحصائي هي المساحة تحت المنحنى الايمن عندما يكون الفرض البديل صحيحا والتي تقع في منطقة رفض فرض العدم . وفي الشكل ( ٧ - أ ) تكون هذه المساحة تحت المنحنى الأيمن التي تقع على يمين القيمة الحرجة . وقوة الاختبار الاحصائي هي احتمال قرار رفض فرض العدم عندما يكون البديل صحيحا : ( Edwards, 1968 : 23, Winer et al. 1991 : 11 ) .

ويمكن زيادة قوة الاختبار عن طريق مستوى الدلالة وتباين الدرجات وحجم العينة . فاذا كان مستوى الدلالة ثابتا وكذلك التباين فإن زيادة حجم العينة يزيد من قوة الاختبار . وليس معنى هذا أن حجم العينة هو السبب في زيادة قوة الاختبار ، وإنما قيمتى مستوى الدلالة  $\alpha$  وخطأ النوع الثاني  $\beta$  وكذلك تباين المجتمع لهما أثر كبير على قوة الاختبار بجانب حجم العينة ( Weinberger & Goldberg, 1979 )

فإذا قارنا متوسطي مجموعتين وكان الفرق بينهما دالا عند مستوى ٠,٠٥ مثلا فإن قيمة بيتا تعتمد على حجم العينة وعلى قيمة ذلك الفرق بين المتوسطين (أو تباين المجموعتين) . فإذا كانت قيمة الفا ثابتة وكذلك حجم العينة ، فإن قيمة بيتا تقل بزيادة الفرق بين المتوسطين . ومعنى هذا أنه كلما كان الفرق بين المتوسطين كبيرا ، فإن احتمال قبول فرض العدم يقل . أما إذا كان الفرق بين المتوسطين ثابتا وكذلك حجم العينة ، فإن قيمة بيتا تزداد كلما نقصت قيمة الفا . أى أنه إذا كانت الفا صغيرة فقد نفشل في رفض فرض العدم بالرغم من وجود فرق بين المتوسطين .

وإذا كانت قيمة الفا ثابتة وكذلك الفرق بين المتوسطين ، فإن حجم العينة يحدد قيمة بيتا . فكلما صغرت العينة تزداد قيمة بيتا ومن ثم تنقص قوة الاختبار ، وكلما زاد حجم العينة فإن قيمة بيتا تنقص وتزداد قوة الاختبار ( صلاح مراد ، ١٩٨١ : ٦٠ - ٦١ ) .

ويكون من الصعب في بحوث العلوم الانسانية تقويم مخاطر خطأ النوعين الأول والثاني في ضوء فروق المتوسطات ، وكلا من الخطأين قد يكونا هامين خاصة في البحوث الكشفية . وعادة ما يركز الباحثون على مستوى الدلالة دون الاهتمام بالتركيز على قوة الاختبار . وفي كثير من الحالات التي تقبل فرض العدم لا تعطى أى اهتمام لقوة الاختبار ، ويجب على الباحث أن يهتم بحساسية (أو قوة) اختبار الفرض .

ويستخدم الباحثون دائما مستويي الدلالة ٠,٠٥ ، ٠,٠١ وهو أمر متفق عليه وليس له دليل علمي أو منطقي (Winer et al, 1991 : 20) فإذا توصلت دراسة الى صحة الفرض أو خطأ الفرض فإن هذا ليس كافيا للتوصل الى قرار خال من الأخطاء . ومخاطر القرارات المرتبطة بالأدلة البحثية تحتاج الى تقويم لحساب حجم المخاطر قبل اتخاذ قرار معين في كل حالة . ومعنى هذا ضرورة الاهتمام بنوعى الخطأ وقوة الاختبار قبل إتخاذ قرار بقبول أو رفض فرض العدم .

#### مثال لاختبار صحة الفروض :

إذا كان السؤال البحثي هو : هل يختلف متوسط نسبة الذكاء لطلبة الجامعة الجامعة الآن عنه منذ ١٠ سنوات ؟

وينطوى هذا السؤال على فرض معين يود الباحث التحقق منه ، ويتم التحقق عن طريق إجراء دراسة وجمع بيانات ثم اختبار صحة الفرض في ضوء

البيانات التي تم جمعها .

والخطوة الأولى قبل إجراء تحليل البيانات هي صياغة الفرض موضع الاختبار ، ويكون في صورة فرض صفري أو فرض بديل ، وقد يكون الفرض البديل موجها أو غير موجه طبقا لمجال الدراسة ذاتها .

ولوضع التساؤل السابق في صورة فرض قابل للاختبار فيجب توافر بعض المعلومات عن مجتمع طلبة الجامعة منذ ١٠ سنوات . فإذا فرض أن متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة منذ ١٠ سنوات هو ١١٠ مثلا . فإن السؤال البحثي يصبح : هل يختلف متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن عن ١١٠ ؟

وبالطبع هذه الصياغة تسهل الفرض الصفري المراد اختباره وكذلك الفرض البديل .

والفرض الصفري هنا هو : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١١٠ أما الفرض البديل هو : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن لا يساوي ١١٠ . وهو فرض بديل غير موجه ، بمعنى أن الاختلاف قد يكون موجبا أو سالبا .

أما الفرض البديل الموجه فهو الذي يحدد وجهة الاختلاف أي الذي يحدد ما إذا كان المتوسط أكبر من ١١٠ أو أقل من ١١٠ .

واختلاف الفرض البديل ( موجه أو غير موجه ) يحدد منطقة الثقة ( أو الشك ) في القرار ، وهي المساحة تحت المنحنى المساوية لمستوى الدلالة  $\alpha$  ( كما بالشكل ( ٧ - ١ ) . وفي مثالنا الحالي فإن منحنى توزيع العينة المناسب هو المنحنى الاعتدالي ( لأننا نقارن متوسط عينة بمتوسط المجتمع ) . والفرض البديل الموجه يحدد اختبار الطرف الواحد one - tailed Test أما البديل غير الموجه فيحدد اختبار الطرفين Two - tailed Test ويعتمد توجيه الفرض ( كما ذكرنا سابقا ) على نتائج البحوث والدراسات السابقة والمتوفرة في المجال موضع الدراسة . فقد تصدد البحوث السابقة أن يكون الفرض صفري أو بديل أو بديل موجه .

وبصفة عامة سواء كان الفرض البديل موجها أو غير موجه فإن الفرض الصفري واحد في الحالتين ، وهو الذي يتم اختباره بالأساليب الاحصائية . وإذا وضع الباحث فرضا موجها فإنه يستطيع استخدام اختبار الطرف الواحد بشرط أن يكون الفرض الموجه معتمدا على أساس علمي ومطلقى ويتم صياغته قبل جمع وتحليل البيانات ولا يعدله مهما كانت النتائج ويدل هذا على الأمانة العلمية



للباحث .

ولأن هناك شك في أمانة الباحثين ، لأنهم يعيدون صياغة فروضهم البحثية بعد تحليل البيانات ، فإن معظم الاحصائيين يرون استخدام اختبار الطرفين Two-Tailed Test .

والفرض البديل في مثالنا السابق : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن لا يساوى ١١٠ . وهو فرض بديل غير موجه ، ومن ثم نستخدم اختبار الطرفين . ويعنى اختبار الطرفين أن مستوى الدلالة  $(\alpha)$  يوزع على طرفي المنحنى  $\frac{\alpha}{2}$  في الطرف الايمن ،  $\frac{\alpha}{2}$  في الطرف الايسر .

أما في حالة الفرض الموجه : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن أقل من ١١٠ ، فإننا نستخدم اختبار الطرف الواحد ، بمعنى أن مستوى الدلالة  $(\alpha)$  تكون في الطرف الايسر فقط ( لأن اتجاه الفرض سلبى ) .

وإذا كان الفرض الموجه : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن اكبر من ١١٠ ، فإن مستوى الدلالة  $(\alpha)$  يكون في الطرف الايمن فقط .

وقد يتساءل البعض عن الفروق بين الفرض غير الموجه ، والفرض الموجه ( سلبى أو ايجابى ) . ويبدو الفرق الأول في تحديد استخدام اختبار الطرف الواحد أو الطرفين كما ذكرنا . أما الفرق الثانى فهو هام جدا ، فإذا وضع الباحث فرضا موجها ( سلبيا مثلا ) وتم اجراء تحليل للبيانات لاختبار صحة الفرض ، ونتج عن هذا عدم وجود فرق بين المتوسط ، ١١٠ فانه يقبل الفرض الصفري ويرفض الفرض البديل الموجه . أما إذا نتج عن الاختبار وجود فرق موجب بين المتوسط ، ١١٠ فانه يرفض الفرض الصفري والفرض البديل ( لأن الفرض البديل يحدد أن المتوسط أقل من ١١٠ ) ، ولا يستطيع أن يقرر الباحثة قبول الفرض البديل (الاجابى) لسببين : الأول أنه وضع فرضا بديلا سلبيا ، والثانى أنه استخدم اختبار الطرف الواحد ، أما إذا نتج عن الاختبار وجود فرق سلبى بين المتوسط ، ١١٠ فانه يرفض الفرض الصفري ويقبل البديل السلبى الذى حدده الباحث من قبل .

#### مستوى الدلالة : Significance Level

سبق أن استخدمنا مصطلح مستوى الدلالة  $(\alpha)$  عدة مرات ، وذكرنا أنه يساوى خطأ النوع الأول . كما يوضح الشكل ( ٧ - ١ ) موقع مستوى الدلالة ،



وأنه يعادل المساحة تحت المنحنى بين القيمة الحرجة وأحد طرفي المنحنى ( في حالة اختبار الطرف الواحد ) . أما في حالة اختبار الطرفين فإن مستوى الدلالة ألفا يتوزع على طرفي المنحنى (  $\alpha/2$  في كل طرف ) .

ومن المتفق عليه استخدام مستويات الدلالة 0.001 ، 0.01 ، 0.05 في بحوث العلوم الانسانية ( Winer et al , 1991 : 20 ) وتعني كلمة Significant شئ هام أوله قيمة وقد إتفق على استخدام كلمة دال بدلا من هام وعليه فإن Sig-nifi cane level هو مستوى الأهمية أو الدلالة ، والدلالة الاحصائية تعني ندرة الاحصائية أي ندرة الحدوث تحت شرط الفرض الصفري .

ومستوى الدلالة 0.05 يعني أن احتمال الخطأ في رفض الفرض الصفري هو 0.05 ، واحتمال الثقة في القرارات بشأن الفرض الصفري هو 0.95 ، ومن المتفق عليه القول بأن 0.05 تعني مستوى الشك في القرار أو النتائج ، 0.95 تعني مستوى الثقة في القرار أو النتائج بشأن الفرض الصفري . ولكن جرت العادة على استخدام 0.05 لتعني أهمية أو دلالة النتائج بدلا من 0.95 كما يستخدم مستوى الدلالة 0.01 أو 0.001 ليقال الخطأ في رفض الفرض الصفري الصحيح ، ولكن كما أشرنا من قبل أنه كلما صغرت قيمة مستوى الدلالة كلما زاد خطأ النوع الثاني .

ويستخدم مستوى الدلالة لتحديد منطقة رفض الفرض الصفري ، حيث يتم حساب القيمة الحرجة للاسلوب الاحصائي المستخدم من بيانات العينة ، ثم نتخذ القرار اذا كانت القيمة الحرجة تقع في منطقة الرفض فإننا نرفض الفرض الصفري ( وبالطبع نقبل الفرض البديل ) .

أما إذا كانت القيمة الحرجة لاتقع داخل منطقة الرفض فإننا نقبل الفرض الصفري ( وبالطبع نرفض الفرض البديل ) .

وتمثل منطقة الرفض القيمة الحرجة للاسلوب الاحصائي المستخدم حيث تكون القيمة الحرجة هي حد منطقة الرفض في حالة اختبار الطرف الواحد أو حدا منطقة الرفض في حالة اختبار الطرفين . فانا استخدمنا الدرجة المعيارية لإختبار الفرض الصفري بأن متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = 110 ، فإن القيمة الحرجة تساوي الدرجة المعيارية للفرق بين متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة وبين 110 ، ويستلزم ذلك معرفة المتوسط والانحراف المعياري لدرجات نسبة ذكاء عينة طلبة الجامعة .

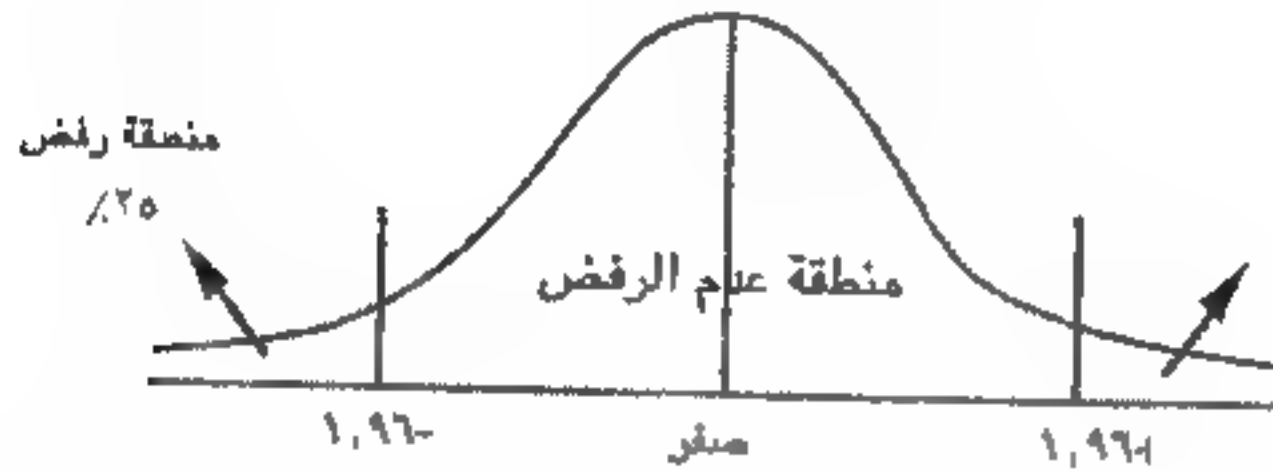
### حدود الثقة : Confidence Limits

إذا كان الفرض البديل غير موجه فإن منطقة الرفض التي يحددها مستوى الدلالة تتوزع على طرفي المنحنى ( إختبار الطرفين ) .

وتكون المساحة في كل طرف = نصف مستوى الدلالة  $(\alpha/2)$

فإذا إختارنا مستوى الدلالة = ٠,٠٥ فإن منطقة الرفض = ٥% من المساحة تحت المنحنى الاعتدالي المعياري . ويتوزعها على طرفي المنحنى فإن مساحة كل جزء = ٢,٥%

ومن جدول المنحنى الاعتدالي المعياري نجد أن :



المساحة ٢,٥% في الطرف الايمن للمنحنى تنحصر بين درجة معيارية ١,٩٦ ونهاية الطرف الايمن ، وبالمثل المساحة ٢,٥% في الطرف الايسر للمنحنى تنحصر بين درجة معيارية -١,٩٦ ونهاية الطرف الايسر للمنحنى . وهاتان المساحتان تمثلان منطقة رفض الفرض الصفري بمستوى دلالة ٠,٠٥ أما المساحة المحصورة بين الدرجتين المعياريتين ١,٩٦+ ، -١,٩٦ فهي تساوي ٩٥% من مساحة المنحنى وهي منطقة قبول الفرض الصفري .

ويطلق على الدرجتين ١,٩٦+ ، -١,٩٦ اسم حدا الثقة ، أي الثقة في قبول الفرض الصفري الصحيح . وبالتالي فإن احتمال الثقة في قرار قبول الفرض الصفري الصحيح هو ٩٥% ، واحتمال الخطأ في قرار رفض الفرض الصفري الصحيح هو ٥% .

فإذا كانت القيمة الحرجة ( Critical Value ) للفرق بين متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة وبين ١١٠ تقع بين ١,٩٦ ، ١,٩٦ فإنها تقع داخل منطقة عدم الرفض ( قبول الفرض الصفري ) ، أما إذا كانت القيمة الحرجة اكبر من أو تساوي ١,٩٦ أو أصغر من أو تساوي -١,٩٦ فإنها تقع في منطقة الرفض للقرص

الصفري ، ومن ثم قبول الفرض البديل .

وفي حالة اختبار الطرف الواحد فإن منطقة الرفض تكون في أحد طرفي المنحنى الأيمن ( في حالة البديل الايجابي ) أو الأيسر ( في حالة البديل السلبي ) . وميزة اختبار الطرف الواحد أن مساحة منطقة الرفض في الطرف الواحد تكون بين أحد طرفي المنحنى وقيمة حرجة أقل منها في حالة اختبار الطرفين . فإذا اعتبرنا البديل الموجه ( متوسط ذكاء طلبة الجامعة أقل من ١١٠ ) وهو بديل سلبي ، وكان مستوى الدلالة ٠,٠٥ فإن مساحة منطقة الرفض ( ٥% ) تنحصر بين الطرف الأيسر للمنحنى والدرجة المعيارية -١,٦٤٥ وهي تبعد كثيراً عن -١,٩٦

وتسمى منطقة قبول الفرض الصفري بفترة الثقة Confidence Interval وهي المنطقة التي يقع فيها المتوسط بمستوى ثقة معين .

فإذا كان مستوى الدلالة ٠,٠٥ فإن حدا الثقة هما  $\pm 1,96$  وتكون قيمة المتوسط تنحصر بين ( م  $\pm 1,96 \times$  الخطأ المعياري ) بمستوى ثقة ٩٥% أو أن احتمال ٩٥% أن يقع المتوسط بين ( م  $+ 1,96 \times$  الخطأ المعياري ) ، ( م  $- 1,96 \times$  الخطأ المعياري )

وبالمثل إذا كان مستوى الدلالة ٠,٠١ فإن حدا الثقة هما  $\pm 2,58$  . ويكون الاحتمال ٩٩% أن يقع المتوسط بين م  $\pm 2,58 \times$  الخطأ المعياري . وتحدد فترة الثقة بناء على مستوى الدلالة المطلوب بغض النظر عن قبول أو رفض الفرض الصفري . فإذا قبلنا الفرض الصفري بمستوى دلالة ٠,٠٥ فإن متوسط العينة لا يختلف عن متوسط المجتمع بمستوى دلالة ٠,٠٥ ، وتلحصر قيمة متوسط العينة بين ( م  $\pm 1,96 \times$  الخطأ المعياري ) بمستوى ثقة ٩٥% .

فإذا كان متوسط المجتمع = ٥٠ وانحرافه المعياري = ١٠ ، وحجم العينة

$$= 25 \text{ ومتوسطها } = 51,5 \text{ ، فإن الخطأ المعياري للمجتمع } = \frac{10}{\sqrt{25}} = 2$$

وبالتالي يكون متوسط العينة ينحصر بين  $51,5 \pm 1,96 \times 2 = 51,5 \pm 3,92$  أي بين ٤٧,٦ ، ٥٥,٤ بمستوى ثقة ٩٥% . أو أن احتمال ٩٥% أن يكون متوسط العينة في الفترة بين ٤٧,٦ ، ٥٥,٤ .

وكذلك إذا استخدمنا مستوى الدلالة ٠,٠١ فإن القيمة الجدولية هي ٢,٥٨ . وتكون فترة الثقة لنفس المثال هي :  $51,5 \pm 2,58 \times 2 = 51,5 \pm 5,16$  .

والاحتمال ٩٩% أن يقع متوسط العينة بين ٤٦,٣ ، ٥٦,٧ .

### القرار في اختبار صحة الفروض :

عند اختبار صحة فرض من الفروض فإننا نستخدم الأسلوب الإحصائي المناسب ، ثم نحسب القيمة الحرجة ونقارنها بمنطقة الرفض أو القبول للفرض الصفري . وتتحدد منطقة الرفض ( أو القبول ) بناء على تحديد مستوى الدلالة . ولكل مستوى من مستويات الدلالة ( ٠,٠٠١ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٥ ) منطقة للرفض ( أو القبول ) لكل أسلوب إحصائي .

فإذا كان الأسلوب الإحصائي يعتمد على حساب الدرجة المعيارية ، ويتم ذلك في حالة مقارنة متوسط عينة بمتوسط مجتمع إذا علمنا معالم المجتمع ( المتوسط والانحراف المعياري ) . فإذا كان مستوى الدلالة ٠,٠٥ فإن منطقة الرفض تتحدد بالدرجة المعيارية  $\pm 1.96$  إذا كان الفرض البديل غير موجه . وإذا كان مستوى الدلالة ٠,٠١ فإن منطقة الرفض تتحدد بالدرجة المعيارية  $\pm 2.58$  ( في حالة البديل غير الموجه أيضا ) .

وفي مثالنا السابق كان الفرض الصفري هو : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١١٠ ، والفرض البديل غير الموجه : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن لا يساوي ١١٠ . فإذا كان متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١٠٥ وهو متوسط نسبة الذكاء لعينة من طلبة الجامعة ، ونحسب الدرجة المعيارية لمتوسط العينة من القانون :

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{متوسط العينة} - \text{متوسط المجتمع}}{\text{الانحراف المعياري لمتوسط المجتمع}}$$

$$Z = \frac{110 - 105}{\text{الخطأ المعياري للمجتمع}}$$

ويستلزم ذلك معرفة الخطأ المعياري لمتوسط المجتمع .

وإذا كانت قيمة الدرجة المعيارية المحسوبة ( Z ) أقل من ١,٩٦ أو أكبر من ١,٩٦- ، أي تقع بين ١,٩٦+ ، ١,٩٦- ، فإنها تكون في منطقة قبول الفرض الصفري . وعليه فإننا نقرر بقبول الفرض الصفري ورفض الفرض البديل ( غير الموجه ) بمستوى دلالة ٠,٠٥ أما إذا كانت الدرجة المعيارية المحسوبة أكبر من ١,٩٦ أو أقل من ١,٩٦- (\*) أي أنها تقع في منطقة الرفض ، فإننا نقرر برفض

(\*) أقل من ١,٩٦- تعني أنها ١,٩٧- أو ١,٩٨- أو ١,٩٩- وهكذا حتى - ٤ مثلا .

الفرض الصفري وقبول الفرض البديل (غير الموجه) بمستوى دلالة ٠,٠٥ .

ويتبع نفس الأسلوب في حالة منطقتي الرفض والقبول المحددتان بمستوى الدلالة ٠,٠١ فإذا كانت قيمة الدرجة المعيارية المحسوبة تقع بين ٢,٥٨ ، -٢,٥٨ فإننا نقرر قبول الفرض الصفري ورفض الفرض البديل غير الموجه بمستوى دلالة ٠,٠١ وإذا كانت الدرجة المعيارية المحسوبة أكبر من -٢,٥٨ أو أقل من ٢,٥٨ فإنها تقع في منطقة الرفض ومن ثم نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل غير الموجه بمستوى دلالة ٠,٠١ .

#### الخطأ المعياري: Standard Error

إذا تم اختيار عينة من أفراد مجتمع ما ، وجمعنا بيانات عن أحد المتغيرات فإن توزيع الدرجات قد لا يكون توزيعاً اعتدالياً ، فإذا أخذنا عينة عشوائية من ذلك التوزيع وحسبنا متوسط درجاتها ، ثم كررنا اختيار عدة عينات عشوائية متتالية وحسبنا متوسطات درجات هذه العينات العشوائية ، فإن التوزيع لهذه المتوسطات يكون توزيعاً اعتدالياً . ويكون الانحراف المعياري لهذه المتوسطات يسمى بالخطأ المعياري (Kiess, 1989:159) .

وقد أثبتت الأدلة الرياضية أن الخطأ المعياري أو الانحراف المعياري للمتوسطات الحسابية = الانحراف المعياري للمجتمع مقسوماً على الجذر التربيعي لحجم العينة . ويتم تقدير الانحراف المعياري للمجتمع من الانحراف المعياري للعينة باستخدام مفهوم درجات الحرية Degrees of Freedom .

ويمكن استخدام توزيع متوسطات العينات العشوائية ( وهو توزيع اعتدالي كما أشرنا ) في تحويل المتوسط الحسابي إلى درجة معيارية وقد سبق التوضيح أن هذه الدرجة المعيارية للمتوسط

$$= \frac{(\text{متوسط العينة} - \text{متوسط المجتمع})}{\frac{\text{خطأ المعياري لمتوسط المجتمع}}{\sqrt{ن}}}$$

حيث تقدير الخطأ المعياري =  $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$

وينطبق ذلك على مثالنا السابق لاختبار الفرض الصفري بأن متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن = ١١٠ ، فإذا كان حجم العينة = ١٠٠ ، متوسط نسبة ذكاء العينة = ١٠٥ ، والانحراف المعياري للمجتمع = ١٦ فإن :

$$\frac{\bar{x}}{\sqrt{n}} = (\text{الانحراف المعياري لمتوسط المجتمع})$$

$$1.6 = \frac{16}{\sqrt{100}}$$

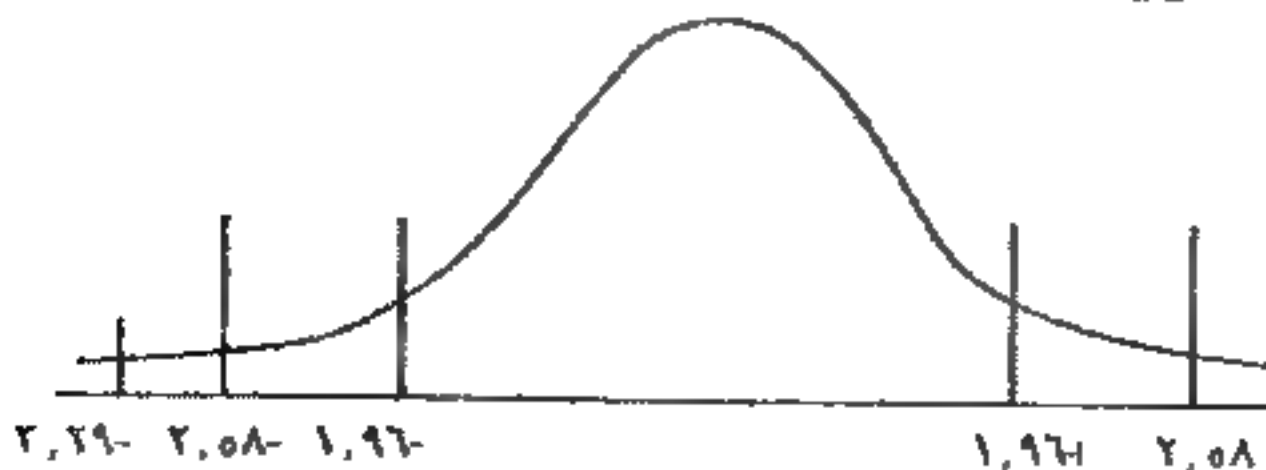
$$\frac{\text{متوسط العينة} - 110}{\text{الخطأ المعياري}} = \text{وتكون الدرجة المعيارية للمتوسط}$$

$$3.125 - \frac{110 - 105}{1.6} =$$

( لاحظ أن هذه الطريقة نادرا ما تستخدم لأن متوسط المجتمع غير معلوم وكذلك الانحراف المعياري للمجتمع ، وحتى إذا تم تقديره من الانحراف المعياري للعينة فإن التوزيع يتحول إلى استخدام توزيع ت )

وبمقارنة هذه الدرجة المعيارية المحسوبة بالدرجة المعيارية من المنحني الاعتيادي المعياري عند مستوى دلالة 0.05 وهي  $1.96 \pm$  نجد أن القيمة المحسوبة ( 3.125 ) تختلف عن  $1.96 -$  وبالتالي فإننا نقرر أن الدرجة المعيارية ( 3.125 ) تقع في منطقة رفض الفرض الصفري ومن ثم نقبل الفرض البديل غير الموجه بمستوى دلالة 0.05 كما أننا إذا قارنا القيمة المحسوبة بالدرجة المعيارية من الجدول عند مستوى دلالة 0.01 وهي  $2.58 \pm$  نجد أن القيمة المحسوبة ( 3.125 ) تقع أيضا في منطقة رفض الفرض الصفري ومن ثم نقبل الفرض البديل غير الموجه بمستوى دلالة 0.01

أما قيمة الدرجة المعيارية من المنحني عند مستوى 0.001 فهي  $3.29 \pm$  وهي اكبر ( عدديا ) من القيمة المحسوبة ( 3.125 ) وبالتالي فإن القيمة المحسوبة تقع خارج منطقة الرفض بمستوى 0.001 فلا نستطيع رفض الفرض الصفري عند مستوى 0.001 .



ومما سبق فإن القرار هنا يكون رفض الفرض الصفري عند المستويين ٠,٠٥، ٠,٠١ وقبول الفرض البديل غير الموجه وهو : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة الآن لا يساوي ١١٠ ، ولا يجوز أن يكون القرار باستخدام مستويين للدلالة وإنما نختار المستوى الأفضل وهو ٠,٠١ فيكون القرار رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل بمستوى دلالة ٠,٠١

#### درجات الحرية : Degrees of Freedom

سبق الإشارة لمفهوم درجات الحرية ويقصد بها عدد مفردات العينة ناقصا عدد القيود . وعند استخدام عينة لأجراء دراسة فإن الهدف هو تقدير متوسط المجتمع وانحرافه المعياري.

وعلى سبيل المثال إذا اخترنا عشوائيا عينة من خمسة أفراد فإن متوسط درجات العينة ( في متغير ما ) بعد تقديرا غير متحيزا لمتوسط المجتمع وذلك للعينة العشوائية فقط . فإذا كان متوسط المجتمع = ١٢ مثلا ، وأردنا اختيار عينة من هذا المجتمع . فإننا نستطيع اختيار جميع أفراد العينة عشوائيا ما عدا الفرد الأخير حتى يكون المتوسط مساويا لمتوسط المجتمع (١٢) ، وعند الاختيار العشوائي لأفراد عينة حجمها خمسة مفردات ، نفترض أن درجات العينة كما يلي :

١٥ ، ٩ ، ٨ ، ١١ ..... أما الفرد الأخير فلا نستطيع اختياره ، فقد تكون درجته مساوية ١٠ أو ١٤ أو ٢٠ وكل هذه الدرجات لا تؤدي إلى متوسط المجتمع وهو ١٢ . وبناء على ذلك فإن درجة الفرد الأخير يجب أن تنتم لمجموع درجات يؤدي إلى متوسطا يساوي متوسط المجتمع وهو ١٢ ، وعليه فيجب أن تكون درجة الفرد الخامس هي ١٧ حتى يكون المتوسط مساويا ١٢ .

ومعنى هذا أننا نستطيع اختيار أفراد العينة عدا الفرد الأخير الذي يجب أن يكمل الدرجات ليكون المتوسط مساويا لمتوسط المجتمع . فإذا رمزنا لحجم العينة بالرمز ( ن ) فإن الحرية في اختيار أفراد العينة هي ( ن - ١ ) وتسمى بـ درجات الحرية وهي = عدد المفردات - عدد القيود ، والقيود الموضح هنا هو المتوسط الحسابي

ولذلك عند حساب الانحراف المعياري للعينة فإننا نقسم مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط على عدد أفراد العينة . والانحراف المعياري لدرجات العينة يعد تقديرا متحيزا للانحراف المعياري للدرجات في المجتمع . وإذا أردنا

حساب تقدير غير متحيز للانحراف المعياري للمجتمع فإننا نقسم مجموع مربعات انحرافات درجات العينة عن متوسطها الحسابي على درجات الحرية وهي (ن-١) بدلا من (ن) .

$$\sqrt{\frac{\text{مج} (س - م)^2}{ن - ١}} = \text{ويكون تقدير الانحراف المعياري للمجتمع}$$

$$\sqrt{\frac{\text{مج} س^2 - م^2 \text{مج} س}{ن - ١}} = ع \text{ للمجتمع}$$

ويمكن تقدير الانحراف المعياري للمجتمع من الانحراف المعياري للعينة من المعادلة :

$$ع^2 \text{ للمجتمع} = \frac{ن \times ع^2 \text{ للعينة}}{(ن - ١)}$$

$$\sqrt{\frac{ن}{ن - ١}} \times ع \text{ للعينة} = ع \text{ للمجتمع} \text{ أو } ع_{١-ن} = \sqrt{\frac{ن}{ن - ١}} \times ع$$

وتوجد في معظم الآلات الحاسبة البسيطة برامج لحساب المتوسط والانحراف المعياري للعينة، ويوجد بها انحراف معياري للعينة يرمز له بالرمز  $ع_n$ ، وتقدير للانحراف المعياري للمجتمع ويرمز له بالرمز  $ع_{١-ن}$ ، أما برامج spss فتحسب دائماً تقدير الانحراف المعياري للمجتمع  $ع_{١-ن}$ .

ويمكن تقدير الانحراف المعياري للمجتمع بمعرفة الانحراف المعياري لمجموعتين من الدرجات حبيهما  $ع_١$  ،  $ع_٢$  ويكون تقدير الانحراف المعياري للمجتمع من المجموعتين معا هو:

$$\sqrt{\frac{ع_١^2 + ع_٢^2}{ن_١ + ن_٢ - ٢}} = \sqrt{\frac{ع_١^2 + ع_٢^2}{(ن_١ - ١) + (ن_٢ - ١)}} = ع$$



حيث (ن<sub>1</sub> + ن<sub>2</sub> - 2) هي درجات الحرية للمجموعتين معاً .

ويعد ذلك صحيحاً إذا تم حساب الانحرافين المعياريين ع<sub>1</sub> ، ع<sub>2</sub> لكل عينة ،  
أى يتم حساب كل منهما بقسمة مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط على  
حجم العينة (ن) .

أما إذا تم حساب ع<sub>1</sub> ، ع<sub>2</sub> باستخدام درجات الحرية (ن<sub>1</sub> - 1) ، (ن<sub>2</sub> - 1)  
أو باستخدام برامج spss ، فإن تقدير الانحراف المعياري للمجموعتين معاً هو :

$$E = \sqrt{\frac{E_1^2 (N_1 - 1) + E_2^2 (N_2 - 1)}{N_1 + N_2 - 2}}$$

$$E^2 = \frac{E_1^2 (N_1 - 1) + E_2^2 (N_2 - 1)}{N_1 + N_2 - 2} \text{ وتكون } E^2$$

وتسمى ع<sup>2</sup> هنا بالتباين المشترك للمجموعتين ، ويعد هذا القانون صحيحاً  
فقط في حالة تجانس تباين المجموعتين أى في حالة عدم اختلافهما إختلافاً دالاً .  
وسوف نوضح ذلك في الفصل الثامن .

**افتراضات الاحصاء الاستدلالي :**

#### Assumptions of Inferntial Statistics

يهتم الاحصاء الاستدلالي بالأساليب الاحصائية المناسبة لاختبار صحة  
الفروض والاستنتاج من بيانات العينة إلى المجتمع . ويمكن تعريفه بأنه عملية  
اتخاذ قرار منطقي باستخدام بيانات العينة وأسلوب إحصائي مناسب .

وتعتمد أساليب الاحصاء الاستدلالي على إفتراضين أساسيين  
(Kimble, 1978 : 144) هما :

١ - العشوائية Randomization في اختيار العينة المستخدمة في الدراسة . ويؤكد  
هذا الافتراض أن متوسط العينة (العشوائية) هو تقدير غير متحيز لمتوسط  
المجتمع . والباحث فقط هو الذى يقرر إذا ما كانت العينة التى اختارها عينة  
عشوائية . فإذا لم تكن العينة عشوائية فإن متوسطها لا يعد تقديراً مناسباً  
لمتوسط المجتمع ، وعليه فإن الاستدلال من بيانات العينة إلى المجتمع يعد

استدلالات متحيزا ، ومن ثم يصعب التعميم إلى المجتمع .

٢ - التوزيع العيني للمتوسطات Sampling Distribution of Means وهو توزيع اعتدالي بانحراف معياري يسمى الخطأ المعياري . بمعنى أننا إذا إحترنا عدة عينات عشوائية وحسبنا متوسطاتها ثم رسمنا شكل توزيع المتوسطات ، فيكون توزيع المتوسطات اعتداليا .

ويتعلق الافتراض الثاني بنظرية النزعة المركزية وهي أن متوسطات العينات العشوائية سوف تتوزع اعتداليا بغض النظر عن التوزيع في المجتمع الأصلي ، على شرط أن يكون حجم العينة مناسباً (Kimble, 1978 : 144) .

وقد قام كمبل (Kimble, 1978 : 144-149) بوضع جدول للإعدادات العشوائية مستخدماً الأعداد من صفر إلى ٩ ، ويحتوي الجدول على ٩٠٠ عدد عشوائي ، بمتوسط ٤,٥ وانحراف معياري ٢,٨٧ . وكان توزيع هذه الأعداد العشوائية غير اعتدالي (شكل مستطيل) . ثم اختار منها ٢٥ عينة عشوائية حجم كل منها عشرة أعداد ، وحسب متوسطات درجات هذه العينات وانحرافات المعيارية . وقد تراوحت المتوسطات بين ٢,٦ ، ٦,٥٠ بمتوسط = ٤,٤٦ ، وهو قريب من متوسط المجتمع (٤,٥) بينما تراوحت الانحرافات المعيارية للعينات العشوائية بين ١,٦٩ ، ٣,٤٧ بمتوسط انحراف معياري = ٢,٦٤ وهو مختلف كثيراً عن الانحراف المعياري للمجتمع ٢,٨٧ . وقام بتمثيل متوسطات العينات تمثيلاً بيانياً فنتج عن ذلك توزيعاً اعتدالياً ، بالرغم من أن توزيع المجتمع غير اعتدالي .

وعند حساب الانحرافات المعيارية للعينات العشوائية باستخدام (ن - ١) بدلاً من ن ، فنتج عن ذلك أن الانحرافات المعيارية تراوحت بين ١,٧٨ ، ٣,٦٦ بمتوسط انحراف معياري = ٢,٧٩ ، وهو قريب إلى حد ما من الانحراف المعياري للمجتمع (٢,٨٧) .

ثم اختار ست عينات مختلفة الأحجام من ٥٠ إلى ٤٠٠ وقام بحساب المتوسط والانحراف المعياري لكل منها ، وقد وجد أن المتوسطات تراوحت بين ٤,٢٥ ، ٤,٥٦ ، وهي قريبة جداً من متوسط المجتمع مثل متوسطات العينات العشوائية الصغيرة . أما الانحرافات المعيارية لهذه العينات فقد تراوحت بين ٢,٦٢ ، ٢,٩٠ . وقد وجد أن العينات التي حجمها ١٠٠ فأكثر فإن انحرافات المعيارية تقترب جداً من الانحراف المعياري للمجتمع . وقد بلغ الانحراف المعياري للمجتمع (٢,٨٧) .

وبناء على ذلك فقد أشرنا من قبل أن العينات العشوائية التي حجمها ١٠٠ أو أكثر تعد من العينات الكبيرة والمناسبة للدراسات في العلوم الانسانية . أما العينات صغيرة الحجم فيجب الحذر عند الاستدلال منها إلى المجتمع، أي الحذر في تعميم النتائج على المجتمع .

ويوضح لنا المثال المذكور أنه بغض النظر عن توزيع المجتمع فإن توزيع متوسطات العينات العشوائية التي تم اختيارها من المجتمع هو توزيع اعتدالي ومن ثم فإن شرط الاعتدالية في توزيع درجات العينة (إذا كانت العينة كبيرة) تقل أهميته كلما كبر حجم العينة . أما في حالة العينات الصغيرة والتوزيع شديد الالتواء (أكثر من ٦٠٪ من معامل الالتواء) فإننا لا نستطيع تطبيق نظرية الذرعة المركزية . والالتواء الشديد يرجع إلى وجود عدد من الدرجات المتطرفة تؤثر على حساب المتوسط والانحراف المعياري (Freund & Wilson, 1997:169) .



---

الفصل الثامن  
اختبار الفرق بين  
متوسطين  
**Comparing Two Means**





## الفصل الثامن

### اختبار الفرق بين متوسطين

يهتم الاحصائيون والباحثون بإجراء مقارنات بين درجات الافراد والمجموعات للإجابة عن بعض التساؤلات البحثية . وعادة ما تكون التساؤلات البحثية أو الفروض عن الفروق بين متوسط مجموعة ومستويات محددة ( أو متوسط المجتمع ) أو عن الفروق بين متوسطات مجموعات مختلفة .

فإذا علمنا متوسط المجتمع وانحرافه المعياري فإننا نستخدم متوسط العينة ونحوه الى درجة معيارية ، ثم نقارن الناتج بالمنحنى الاعتدالي المعياري .

أما إذا كان متوسط المجتمع معلوم ( أو يوجد متوسط مفترض ) بينما الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم ، فإن الأمر يختلف ونستخدم الانحراف المعياري للعينة لتقدير الخطأ المعياري ، وبالتالي فإن القيمة الحرجة في هذه الحالة لا تتبع التوزيع الاعتدالي ، وإنما تتبع توزيع ت : ( Freund & Wilson , 1997 ) T-Distribution (159)

وقد توصل عالم الرياضيات وليام جوست William Sealy Gossett عام ١٩٠٨ إلى معادلة لمقارنة متوسط عينة بالمجتمع وأطلق عليها اسم Student والتي تعرف الآن باسم اختبارات T - test ( Hald, 1998 ) .

وسوف نوضح في هذا الفصل كيفية استخدام اختبارات T - test في مقارنة متوسط عينة بالمجتمع ، وفي اختبار متوسطي عينتين مستقلتين أو غير مستقلتين ، بالإضافة الى الاستخدامات الأخرى لاختبارات . كما سنوضح أيضا كيفية مقارنة النسبة المئوية بمستوى محدد أو بالمجتمع ، وكيفية مقارنة نسبتي .

#### مقارنة متوسط عينة بالمجتمع : One Sample t- test

وضحنا من قبل أنه يمكن مقارنة متوسط عينة بمتوسط المجتمع إذا علمنا معالم المجتمع ( المتوسط والانحراف المعياري ) ، وتتم المقارنة بحساب الدرجة المعيارية لمتوسط العينة ، ثم اتخاذ القرار بشأن الفرض الصفري (أو البديل )

باستخدام جدول المنحني الاعتدالي المعياري عند مستوى دلالة معين .

أما إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم ، فإننا نستخدم اختبار T - test لمقارنة متوسط العينة بمتوسط المجتمع ( أو مستوى آخر محدد ) ، ويعتمد اختبار على إيجاد القيمة الحرجة وهي تنتج من قسمة الفرق بين المتوسطين ( أو الفرق بين المتوسط والمستوى المحدد ) على الخطأ المعياري لمتوسط العينة

$$T = \frac{\text{متوسط العينة} - \text{متوسط المجتمع ( الفعلي أو المفترض )}}{\frac{\text{الخطأ المعياري لمتوسط العينة}}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{12 - 10}{\frac{2}{\sqrt{4}}}$$

$$= \frac{12 - 10}{2 \div \sqrt{4}}$$

$$\text{حيث الخطأ المعياري لمتوسط العينة} = \left( \frac{2}{\sqrt{4}} \right)$$

$$m = \text{متوسط العينة} ، m = \text{متوسط مفترض للمجتمع}$$

$$c = \text{الانحراف المعياري للعينة ( باستخدام درجات الحرية } n - 1 ) ، n = \text{حجم العينة} .$$

ويكون الفرض الصفري هنا : متوسط العينة = المتوسط المفترض .

أما الفرض البديل فهو : متوسط العينة لا يساوي المتوسط المفترض ( بديل غير موجه ) .

واتخاذ القرار بشأن قبول أو رفض الفرض الصفري يتبع ما سبق ذكره في هذا الشأن . فإذا كانت قيمة T المحسوبة تقع في منطقة الرفض عند مستوى دلالة معين ، والتي نستخرجها من جدول توزيع T ، فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل .



ومعنى هذا إذا كانت قيمة ت المحسوبة اكبر من قيمة ت من الجدول ( عند مستوى دلالة محدد ٠,٠٥ أو ٠,٠١ أو ٠,٠٠١ ) فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل . ويكون القرار أن قيمة ت المحسوبة دالة عند مستوى الدلالة المحدد ، ومعنى دالة أنها مهمة أو أن الفرق بين المتوسطين يحدث ٩٥ % من مائه مره ( مثلاً ) أو أن مستوى الثقة فى الفرق بين المتوسطين هو ٩٥ % ( مثلاً ) .

ويتم حساب قيمة ت الجدولية من جدول توزيع (ت) \* باستخدام درجات الحرية ومستوى الدلالة المطلوب . حيث يبين العمود الاول بجدول توزيع ت درجات الحرية ، بينما يمثل السطر أعلى الجدول مستويات الدلالة فى حالة الطرف الواحد أو الطرفين .

ويتم استخراج قيمة ت من الجدول حسب مستوى الدلالة المطلوب والمناسب لاختبار الفرض . ويعتمد توزيع ت على حجم العينة ، فكلما زاد حجم العينة ( درجات الحرية ) يقترب توزيع ت من توزيع المنحنى الاعتنالى . وتتحدد حدود فترة الثقة باستخدام توزيع ت عند ٠,٩٥ من : م  $\pm$  ت (٠,٩٥)  $\times$  الخطأ المعيارى  
مثال : إذا كان متوسط ذكاء عينة من طلبة الجامعة حجمها ٨٠ هو ١٠٥ والانحراف المعيارى = ١٨ . فهل يختلف هذا المتوسط عن متوسط نسبة ذكاء الطالب العادى ؟

ويكون الفرض الصفري هنا هو: متوسط نسبة طلبة الجامعة = متوسط نسبة ذكاء الطالب العادى ( وهى عادة تساوى ١٠٠ )  
والفرض البديل : متوسط نسبة ذكاء طلبة الجامعة لا تساوى ١٠٠  
ونستخدم القانون السابق لحساب قيمة ت

$$ت = \frac{١٢ - ٠,٤}{\sqrt{\frac{٤}{٧}}} = \frac{١٢ - ٠,٤}{\sqrt{\frac{٤}{٧}}}$$

(\*) دالة الاحتمال لتوزيع ت =  $\frac{\text{توزيع اعتدالى معيارى}}{\sqrt{\text{توزيع كا}^2 (١ - \alpha) + (١ - \alpha)}}$  درجات حرية (ك - ١)  
ويقترب من الاعتنالى فى حالة زيادة درجات الحرية

$$t = \frac{100 - 105}{\sqrt{80} \div 18}$$

$$= \frac{5}{2.01}$$

$$t = 2.49 \quad \text{بدرجات حرية} = 1 - 80 = 79$$

وباستخراج قيمة  $t$  من الجدول بدرجات حرية 79 ومستوى دلالة 0.05 ،  
أو مستوى دلالة 0.01 ( في حالة اختبار الطرفين لأن الفرض البديل غير موجه )

$$t = 1.994 \quad (0.05, 79)$$

$$t = 2.647 \quad (0.01, 79)$$

وبمقارنة قيمة  $t$  المحسوبة 2.49 نجد أنها أكبر من  $t = 1.994$  وأقل من  
قيمة  $t = 2.647$  . وبالتالي فإن قيمة  $t$  المحسوبة تقع في منطقة الرفض  
للفرض الصفري عند مستوى دلالة 0.05 .

وبالتالي نقرر رفض الفرض الصفري عند مستوى دلالة 0.05 ونقبل  
الفرض البديل .

وإذا كان الانحراف المعياري للعينة المذكورة (18) قد تم حسابه باستخدام

( $n$ ) بدلا من ( $1 - n$ ) فإن :

$$18.11 = (18) \times \sqrt{\frac{80}{79}} = \epsilon \times \sqrt{\frac{n}{1-n}} = \epsilon (1-n)$$

$$2.47 = \frac{5}{2.025} = \frac{100 - 105}{\sqrt{80} \div 18.11} = \text{وتكون قيمة } t$$

وهي قريبة من القيمة السابق الحصول عليها، وعليه فإن القرار بشأن الفرض  
الصفري والفرض البديل لم يتغير .

$$\text{وحدود الثقة في المتوسط باحتمال } 0.95 = 105 \pm 2.49 \times 2.01$$

$$= 105 \pm 5$$

#### اختبار الفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين: Independent t- test

يستخدم اختبار ت في حال اختبار الفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين عن طريق حساب النسبة الحرجة ثم مقارنتها بجدول توزيع ت .  
ويقتضى اختبارت هنا الافتراضات التالية :

- ١ - العشوائية في اختيار العينتين .
- ٢ - اعتدالية توزيع درجات المتغير التابع لكل من العينتين .
- ٣ - أن العينتين مستقلتان عن بعضهما البعض .
- ٤ - تجانس تباين مجتمعي العينتين .

وقد سبق توضيح الافتراضين الاول والثاني ، وقد ذكرنا أن مخالفة العشوائية تحد من تعميم النتائج . بينما شرط الاعتدالية في توزيع درجات العينتين تقل أهميته إذا كانت العينات كبيرة ، وبعد مشكلة في حالة إذا ما كان توزيع الدرجات شديد الالتواء . أما في حالة الالتواء المتوسط فان المخالفة هنا لا تؤثر على النتائج . وفي هذه الحالة يجب تحويل الدرجات باستخدام التحويل الرياضي المناسب والذي يتطلب اللجوء الى المتخصصين في الاحصاء للعلوم الانسانية .

والافتراض الثالث ( الاستقلالية ) يستطيع الباحث تحديده عند اختياره للعينتين فهو الذي يقرر ما إذا كانتا مستقلتين أو غير مستقلتين .

أما الافتراض الرابع وهو تجانس تباين مجتمعي العينتين ، فيمكن إختباره عن طريق حساب النسبة بين التباينين والبحث عن احتمال دلالة هذه النسبة ، وهي تسمى بالنسبة الفائية F-Ratio وفي حالة تساوى حجمي العينتين فلا ضرورة لاختبار فرض التجانس ( Hopkins et al., 1987:167 )

$$\text{النسبة بين تباين مجتمعي العينتين} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

$$\frac{ع_1^2 (الأكبر)}{ع_2^2 (الأصغر)} = \text{النسبة الفائية}$$

حيث  $ع_1$  ،  $ع_2$  هما تقديرًا تبايني مجتمعى العينتين

ثم نقارن النسبة الفائية مع قيمة ف من جدول توزيع ف بدرجات حرية (  $ن_1 - 1$  ) للبسط ، (  $ن_2 - 1$  ) للمقام عند مستوى دلالة 0.05 فإذا كانت النسبة الفائية المحسوبة أقل من القيمة الجدولية ، فإن القرار يكون بقبول فرض تجانس تباين المجموعتين .

أما إذا كانت النسبة الفائية المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية فإن القرار يكون برفض فرض تجانس تباين المجموعتين ، وقبول البديل ( عدم التجانس ) . ومعنى هذا أننا أمام حالتين :

**الحالة الأولى :** إذا كانت العينتان متجانستين :

أى أن  $ع_1 = ع_2$  تقريباً فإن قيمة ت تحسب من القانون :

$$ت = \frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين}}$$

ويحسب الخطأ المعياري للفرق المتوسطين عن طريق إيجاد الانحراف المعياري المشترك للعينتين من القانون

$$ع = \sqrt{\frac{ع_1^2 (ن_1 - 1) + ع_2^2 (ن_2 - 1)}{ن_1 + ن_2 - 2}} \quad (\text{حيث } ع_1 , ع_2 \text{ يتم حسابهما})$$

باستخدام درجات الحرية (  $ن_1 - 1$  ) ، (  $ن_2 - 1$  )

ويكون الخطأ المعياري للفرق بين متوسطى العينتين المستقلتين

$$ع = \sqrt{\left( \frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2} \right) ع^2}$$

وبوضع المعادلتين معا فان :

الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين =

$$\left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \frac{s_1^2 (1 - \alpha) + s_2^2 (1 - \alpha)}{2 - \alpha}$$

وتكون قيمة ت =  $\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \frac{s_1^2 (1 - \alpha) + s_2^2 (1 - \alpha)}{2 - \alpha}}$

ثم نقارن قيمة ت المحسوبة بالقيمة الجدولية عند مستوى دلالة معين (0.05 أو 0.01 أو 0.001) ودرجات حرية =  $n_1 + n_2 - 2$  وفي حالة تساوى حجمي العينتين (  $n_1 = n_2 = n$  ) فإن :

الانحراف المعياري المشترك للعينتين =  $\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{2}}$

الخطأ المعياري المشترك =  $\left( \frac{2}{n} \right) \frac{(s_1^2 + s_2^2)(1 - \alpha)}{2 - \alpha}$

وتكون قيمة ت =  $\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}}}$  بـدرجات حرية =  $2n - 2$

أما حدود الثقة بأن احتمال الفرق بين المتوسطين 0.95 يقع بين (  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$  )  $\pm$  ت (0.95)  $\times$  الخطأ المعياري

مثال (1) : إذا كان متوسطا عينتين مستقلتين في درجات الانبساط / الانطواء هما 47 ، 52 وكان حجم العينتين 30 ، 35 ، وانحرافيهما المعياريين 6 ،

٧,٢ على الترتيب . فهل يختلف متوسطى العينتين ؟

ويكون الفرض الصفري هنا : متوسط العينة الاولى = متوسط العينة الثانية  
والفرض البديل هنا : متوسط العينة الاولى لا يساوى متوسط العينة الثانية وحيث  
أن العينتين مستقلتان فإننا نختبر أولاً شرط التجانس .

$$F = \frac{\frac{s_p^2 (7,2)}{6}}{\frac{s_e^2}{14}} = 1,44$$

وبالرجوع الى جداول F بدرجات حرية ( ٣٥ - ١ ، ٣٠ - ١ ) ومستوى دلالة ٠,٠٥ نجد أن قيمة F الجدولية .

$$F_{(0,05, 34, 29)} = 1,81$$

وحيث ان القيمة المحسوبة ( ١,٤٤ ) أقل من القيمة الجدولية فإننا نقبل الفرض الصفري ( تساوى تباين العينتين ) ، ومن ثم تكون المجموعتان متجانستين .  
ونحسب قيمة T من القانون :

$$T = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{\left[ \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_1} \right] \frac{s_p^2 (1 - n_2) + s_e^2 (1 - n_1)}{2 - n_2 + n_1}}}$$

$$= \frac{0,52 - 0,47}{\sqrt{\left[ \frac{1}{35} + \frac{1}{30} \right] \frac{s_p^2 (7,2) (1 - 35) + s_e^2 (6) (1 - 30)}{2 - 35 + 30}}}$$

$$= \frac{0}{\sqrt{[0,029 + 0,033] \frac{1762,06 + 1044}{63}}}$$

$$\frac{2806.56}{63} - \frac{2806.56}{63} = 0$$

$$\frac{0}{1.66} = \frac{0}{2.762} = 0$$

ت = -3.01

ثم نقارن قيمة ت المحسوبة بالقيمة الجدولية بدرجات حرية 63 ومستوى دلالة 0.05 أو 0.01 ( اختبار الطرفين لأن الفرض البديل غير موجه )

$$ت = -2.00 (0.05, 63)$$

$$ت = -2.66 (0.01, 63)$$

وبمقارنة قيمة ت المحسوبة مع القيمة الجدولية نجد أن قيمة ت المحسوبة اكبر من القيمتين الجدوليتين ، وبالتالي فهي تقع في منطقة رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل ( غير الموجه ) . ولذلك فإن القرار يكون :

قيمة ت = -3.01 دالة عند مستوى 0.01 ( وتدل الإشارة السالبة على اتجاه الفرق بين المتوسطين ) . وهي تعني وجود فرق دال عند مستوى 0.01 بين متوسطي العينتين . وبالطبع يكون الفرق لصالح المتوسط الاعلى ، أي أن متوسط المجموعة الثانية اعلى من متوسط المجموعة الأولى بمستوى دلالة 0.01 وحدود الثقة بأن الفرق بين المتوسطين بمستوى ثقة 0.95 يقع بين

$$(47 - 52) \pm 2(1.66) = -5 \pm 3.32$$

$$\text{وحود الثقة عند مستوى } 0.01 = -5 \pm 2.66(1.66)$$

$$= -5 \pm 4.42$$

الحالة الثانية : إذا كانت العينتان غير متجانستين :  
أي أن  $\sigma_1 \neq \sigma_2$

فإن قيمة ت =  $\frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين}}$

$$\sqrt{\frac{\frac{\sum x^2}{n_2} + \frac{\sum x^2}{n_1}}{2}} = \text{ويكون الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين}$$

وهي تقدير للخطأ المعياري في حالة اختلاف التباين (Seperate Variances)

$$\text{قيمة } t = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{\frac{\frac{\sum x^2}{n_2} + \frac{\sum x^2}{n_1}}{2}}}$$

ثم نقارن قيمة  $t$  المحسوبة بالقيمة الجدولية عند مستوى دلالة معين، ولكن درجات الحرية يتم حسابها من المعادلة التي اقترحها Satterthwaite عام ١٩٤٦ (Winer et al., 1991)

$$d.f. = \frac{\left[ \frac{\frac{\sum x^2}{n_2} + \frac{\sum x^2}{n_1}}{2} \right]}{\left[ \frac{\frac{\sum x^2}{n_2}}{(n_2 - 1)} + \frac{\frac{\sum x^2}{n_1}}{(n_1 - 1)} \right]} = \text{د. ح.}$$

وتستخدم برامج Spss هذه المعادلة لحساب درجات الحرية في حالة العينتين المستقلتين غير المتجانستين.

ويوجد تقريب لهذه المعادلة توصل إليه ويلك Welch عام ١٩٤٧ (Winer et al., 1991) هو :

$$d.f. = \frac{\left[ \frac{\frac{\sum x^2}{n_2} + \frac{\sum x^2}{n_1}}{2} \right]}{\left[ \frac{\frac{\sum x^2}{n_2}}{(n_2 + 1)} + \frac{\frac{\sum x^2}{n_1}}{(n_1 + 1)} \right]} = \text{د. ح.}$$



ولها جداول خاصة توصل اليها Aspin عام ١٩٤٩ .

وإذا كانت العينتين متساويتين ( $n_1 = n_2 = n$ ) فإن

$$\sqrt{\frac{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}}{n}} = \text{الخطأ المعياري لفرق المتوسطين}$$

وقیمة ت =  $\frac{14 - 14}{\sqrt{\frac{16 + 16}{20}}}$  درجات حرية (2 - ن)

مثال (٢) : أجريت دراسة لاتجاهات المسافرين نحو بعضهم البعض واختيرت عيّنين عشوائيتين من الذكور والاناث من ركاب القطارات وكانت درجاتهم كما يلي :

جدول (۸-۱)

## درجات الإتجاه نحو زملاء السفر

۸	۷	۴	۵	۲	۹	۵	۸	۲	۸	۴	۶	۷	۱	۵	نکور	
۵	۴	۶	۵	۳	۷	۴	۷	۵	۱	۳	۶	۳	۳	۵	۴	انٹ

والمطلوب اختبار الفرض : لا تختلف اتجاهات الذكور والإناث نحو زملاء السفر. ونبدأ التحليل بحساب المتوسط والتباين لكل من العينةين :

$$0.7 = \frac{\lambda \xi}{10} = 1.2$$

$$\frac{(14) 0.7 - 0.28}{1 - 0.5} = \frac{1 \text{ مدس} - 1 \text{ مدس}^2}{(1 - 0.5)} = 1 \text{ ع}$$

$$E_{AT} = \frac{V_{L7}}{18} = \frac{EV_{0.08} - 0.2A}{18} =$$

$$2.2 = \sqrt{4.83} = 2.2$$

$$4.625 = \frac{74}{16} = 4.625$$

$$\frac{27.75}{15} = \frac{242.25 - 270}{15} = \frac{(74)4.625 - 270}{1 - 16} = 2.2$$

$$1.36 = \sqrt{1.85} = 1.36 \quad 1.85 = 2.2$$

ثانياً : نختبر افتراض التجانس

$$2.61 = \frac{4.83}{1.85} = 2.61$$

نستخرج قيمة ف من الجداول بدرجات حرية ( 15 ، 14 ) ومستوى دلالة 0.05 ف ( 0.05 ، 12 ، 14 ) 2.43

وبمقارنة النسبة الفائية المحسوبة ( 2.61 ) بالقيمة الجدولية نجد أن النسبة الفائية المحسوبة دالة عند مستوى 0.05 ومن ثم فإننا نقرر بعدم تجانس تباين العينتين ، أي أن المجموعتين غير متجانستان .

وفي هذه الحالة نستخدم قانون ت عند اختلاف التباين

$$t = \frac{4.625 - 5.6}{\sqrt{\frac{1.85}{16} + \frac{4.83}{15}}} = \frac{2.2 - 1.2}{\sqrt{\frac{2}{16} + \frac{2}{15}}} = 2.2$$

$$\frac{0.975}{0.662} = \frac{0.975}{0.438} = \frac{0.975}{0.116 + 0.322} = 0.975$$

$$t = 1.47$$

والمشكلة هنا في حساب د ح الحرية من قانون Satterthwaite

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \right] \div \left[ \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right] = \text{د ح} \\
 & \left[ \frac{\frac{(1.85)^2}{16} + \frac{(4.83)^2}{15}}{\frac{(1.85)^2}{16} + \frac{(4.83)^2}{15}} \right] \div \left[ \frac{1.85}{16} + \frac{4.83}{15} \right] = \\
 & \left[ 0.0009 + 0.007 \right] \div (0.116 + 0.322) = \text{د ح} \\
 & 24.18 = (0.0079) \div 0.191 =
 \end{aligned}$$

حيث نستخدم أقرب رقم للنتائج (24)، وباستخراج قيمة ت الجدولية بدرجات حرية 24 (تقريباً) ومستوى دلالة 0.05 نجد أنها ت (0.05، 24) = 2.064 وهي اكبر من القيمة المحسوبة (1.47)

فتكون قيمة ت المحسوبة غير دالة . ومعنى هذا أننا نقبل الفرض الصفري هو: متوسط اتجاهات الذكور = متوسط اتجاهات الاناث .

ويمكن تلخيص خطوات اختبار الفرق بين متوسطي عينتين في الخطوات

التالية :

- ١ - وضع فرض صفري وفرض بديل
- ٢ - تحديد مستوى للدلالة
- ٣ - حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية
- ٤ - اختبار شرط التجانس
- ٥ - حساب قيمة ت من القانون المناسب طبقاً لشرط التجانس
- ٦ - استخراج قيمة ت الجدولية بدرجات الحرية ومستوى الدلالة المحدد.
- ٧ - اتخاذ القرار بقبول أو رفض الفرض الصفري بناء على المقارنة بين قيمتي ت المحسوبة والجدولية .

### حجم التأثير : Effect Size

يمكن حساب حجم التأثير باستخدام قيمة ت المحسوبة إذا كانت دالة ، ويدل حجم التأثير على مدى تأثير الانتماء لعينة معينة على المتغير التابع موضع

الاهتمام ، وهو الدلالة العملية للنتائج . وقد توصل كوهن Cohen إلى معادلة لحساب حجم التأثير (Kenny, 1987:213) لعينتين مستقلتين وهي :

$$\text{حجم التأثير (ح) } = \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

حيث ت هي القيمة المحسوبة ،  $n_1$  ،  $n_2$  هما حجمي العينتين  
واقترح كوهن أنه إذا كانت القيمة المحسوبة  $ح = 0.2$  فإن حجم التأثير يكون ضعيفا ( صغيرا ) . أما إذا كانت  $ح = 0.5$  فتدل على حجم تأثير متوسط ، بينما القيمة  $0.8$  تدل على حجم تأثير مرتفع ، للمتغير المستقل على المتغير التابع (Kenny, 1987 : 212)

وفي حالة العينتين غير المستقلتين فإن :

$$\text{حجم التأثير } = \sqrt{\frac{(r-1)^2}{n}}$$

حيث ت هي القيمة التائية المحسوبة ،  $n$  حجم العينة ،  $r$  معامل الارتباط بين درجات القياسين

$$\text{حجم التأثير للمثال الأول} = \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{1}{35}} = 0.301$$

$$0.301 = 0.62 \sqrt{0.301} = 0.75$$

وهو يدل على تأثير مرتفع .

ويتم حساب حجم التأثير في حالة وجود فرق دال بين متوسطي المجموعتين .

وتوجد طريقة أخرى لحساب حجم التأثير للمتغير المستقل على المتغير التابع في حالة اختبار (ت) . ويشير حجم التأثير هنا إلى قوة العلاقة بين المتغيرين أو دليل الأثر الفعلي ، وهو يعرف باسم مربع إيتا  $\eta^2$  (Eta Squared) . ويمكن حساب مربع إيتا في حالتى اختبار (ت) أو تحليل التباين (Kiess, 1989:513)

$$\text{مربع إيتا} = \frac{ت^2}{ت^2 + \text{درجات الحرية}}$$

حيث إيتا هي ارتباط ثنائي بين المجموعات والمتغير التابع ويسمى Piont Biserial ( Winer et al.,1991)

وبالتطبيق على مثال (١) فإن:

$$\begin{aligned} \text{مربع إيتا} &= \frac{٣.٠١^2}{٦٣ + ٣.٠١^2} \\ &= \frac{٩.٠٦}{٧٢.٠٦} = ٠.١٢٥٧ \end{aligned}$$

وهي تدل على أن ١٢.٦٪ من تباين المتغير التابع يمكن تفسيره بمعرفة المجموعات المستقلة. ومن الواضح أن مربع إيتا هنا يختلف عن حجم التأثير السابق حسابه من معادلة كوهن والتي توصلت الى أن حجم التأثير = ٠.٧٥ والذي يعد مرتفعاً الى حد ما. ولكن الفرق الاساسي بينهما أن مربع إيتا يدل على نسبة من تباين المتغير التابع ترجع للمتغير المستقل. أما حجم التأثير من معادلة كوهن فيدل على نسبة الفرق بين متوسطي المجموعتين في وحدات معيارية.

وتحسب العلاقة بين مربعاً إيتا وحجم التأثير (ح) من المعادلة

$$ح = \sqrt{٢} \times \sqrt{\text{مربع إيتا}} \div \sqrt{١ - \text{مربع إيتا}} \quad (\text{Kiess,1989:516})$$

وقد وضع كيس جداول توضح العلاقة بالقيم العددية لكل من ح، مربع إيتا. ولحساب ح باستخدام مربع إيتا السابق الحصول عليه فإن:

$$ح = \sqrt{٢} \times \sqrt{٠.١٢٥٧} \div \sqrt{١ - ٠.١٢٥٧}$$

= ٠.٧٠٩ ÷ ٠.٩٣٥ = ٠.٧٥٨ وهي متقاربة مع حجم التأثير ح السابق حسابه باستخدام قيمة ت (٣.٠١) وحجمي العينتين.

ويبين كيس Kiess من الجدول الذي أقترحة مايلي:

( أ ) حجم التأثير ٠,٢ يقابل مربع إيتا = ٠,٠١ وهي قيمة صغيرة جدا ( ١٪ من التباين ) .

( ب ) إذا كان مربع إيتا = ٠,٠٦ فانه يقابل قيمة حجم تأثير = ٠,٥٠٥ ، مما يدل على حجم تأثير متوسط .

( ج ) أما إذا كان مربع إيتا = ٠,١٥ فانه يقابل حجم تأثير = ٠,٨٤ مما يدل على حجم تأثير مرتفع .

( د ) وفي حالة مربع إيتا = ٠,٢٠ فان حجم التأثير = ١ وهو مرتفع أيضا ومعنى هذا أن زيادة حجم التأثير عن الوحدة يدل على أثر قوى للمتغير المستقل على المتغير التابع ، أو فرق قوى بين المجموعتين في متوسط درجات المتغير التابع .

وقد لاقت مقترحات كيس في تفسير مربع إيتا صدى واسعا في الدراسات الاحصائية . حيث وجد هاس وآخرون ( Haase et al, 1982 ) أن مربع إيتا في أكثر من احدى عشر الف اختبار احصائي دال منشورة في مجلة الارشاد النفسى خلال ١٩٧٠ - ١٩٧٩ ، وقد وجدوا أن وسيط مربع إيتا ٠,٠٨٣ وهي تقابل حجم تأثير = ٠,٦٠ ( تأثير أعلى قليلا من المتوسط ) .

وقد أجرى لينتون وجالو ( Linton & Gallo, 1975 ) دراسة مشابهة على بحوث منشورة في مجلات APA خلال عام ١٩٦٤ ، ووجدوا أن مربع إيتا يقل عن ٠,٠٥ في ٥٠٪ من البحوث المنشورة . ويوضح هذا مدى تزايد الاهتمام بضرورة معرفة حجم التأثير من مربع إيتا عند تحليل البيانات وكتابة النتائج ( Kiess, 1989:517 )

#### قوة اختبار ( ت ) : Power of t-test

يمكن حساب قوة الاختبار B-1 باستخدام قيمة ت المحسوبة وجداول خاصة لحساب قيمة خطأ النوع الثاني B ( Winer et al, 1991:60 )

ففي المثال رقم ( ١ ) حيث كانت قيمة ت هي :

$$t = \frac{5}{1.66} = 3.01 \quad \text{بدرجات حرية } 63$$

ونستخدم قيمة ت ودرجات الحرية في البحث في جداول خاصة لاستخراج

$\beta$  عند مستوى الدلالة المحدد . فان كانت  $\alpha = 0.05$

فان قيمة  $\beta$  للمثال = 0.10 وقوة الاختبار = 1 - 0.10 = 0.90

وفي حالة  $\alpha = 0.01$  فان  $\beta = 0.275$

وتكون قوة الاختبار = 1 - 0.275 = 0.725

اختبار الفرق بين متوسطي عينتين غير مستقلتين أو عينة واحدة :

#### (Dependent t - test)

عندما يكون اهتمام الباحث هو المقارنة بين متوسطين لعينتين غير مستقلتين ، أو بمقارنة متوسطي عينة واحدة في فترتين مختلفتين . فكثيرا ما يهتم المعالج بمعرفة مدى تحسن المرضى بعد فترة معينة من العلاج ، أو اهتمام المدرب بمدى فعالية برنامج تدريبي في اكتساب معلومات ومهارات معينة ، أو اهتمام باحث بمعرفة مدى التحيز في اتجاهات عينة من الافراد نحو قضية مجتمعية معينة .

وفي هذه الحالات يكون الاهتمام بدراسة الفرق بين متوسطين لعينة واحدة في فترتين مختلفتين ، والتي تعرف عادة باسم القياس القبلي والقياس البعدي . وهنا يكون القياس القبلي - البعدي لنفس المتغير التابع وباستخدام نفس الأداة أو صور متكافئة .

وبالتالي فان القياسين غير مستقلين عن بعضها البعض ، مما يؤثر على طريقة حساب الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين .

والافتراضات الأساسية هنا هي نفس الافتراضات المذكورة سابقا في حالة اختبارات لمتوسطي عينتين مستقلتين ماعدا افتراض الاستقلالية . بمعنى أن الافتراضات اللازمة هنا هي : العشوائية في اختيار العينة ، الاعتدالية في توزيع درجات المتغير التابع ، تجانس تباين درجات القياسين . وتحسب قيمة ت من

$$t = \frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين}}$$

$$= \frac{24 - 14}{\text{الخطأ المعياري}}$$

ولان العينة المستخدمة واحدة فيمكن حساب الفروق بين درجات القياسين (ف) ثم نحسب متوسط هذه الفروق (م) وانحرافها المعياري (ع) وتصبح قيمة ت هي :

$$t = \frac{24 - 12}{\sqrt{\frac{24 + 12}{2}}} = \frac{12}{\sqrt{18}} = 2.82$$

ثم نقارن قيمة  $t$  المحسوبة بالقيمة الجدولية بدرجات حرية  $(n - 1)$  ومستوى الدلالة المحدد.

مثال (٢) : أجريت دراسة لمعرفة مدى التغير في اتجاهات عينة من الافراد تعرضوا لبرنامج تدريبي وكانت البيانات كما يلي :

جدول (٨ - ٢)

١٣	١٨	٦	٥	١٢	١٧	١١	٨	٩	٣	قياس قبلي
١٧	٢٠	١٢	١٠	١٦	٢٥	١٨	١٥	١٨	١٠	قياس بعدي

ويكون الفرض الصفري هو : متوسط القياس القبلي = متوسط القياس البعدي

والفرض البديل : متوسط القياس القبلي لا يساوي متوسط القياس البعدي.

ويتم اجراء تحليل البيانات السابقة كما بالجدول (٨ - ٣)

جدول (٨ - ٣)

م	القياس القبلي	القياس البعدي	الفرق ف	ف٢
١	٣	١٠	٧	٤٩
٢	٩	١٨	٩	٨١
٣	٨	١٥	٧	٤٩
٤	١١	١٨	٧	٤٩
٥	١٧	٢٥	٨	٦٤
٦	١٢	١٦	٤	١٦
٧	٥	١٠	٥	٢٥
٨	٦	١٢	٦	٣٦
٩	١٨	٢٠	٢	٤
١٠	١٣	١٧	٤	١٦
المجموع	١٠٢	١٦١	٥٩	٣٨٩



$$\text{متوسط القياس القبلي } \bar{m}_1 = \frac{102}{10} = 10,2$$

$$\text{متوسط القياس البعدي } \bar{m}_2 = \frac{161}{10} = 16,1$$

$$\text{متوسط الفرق بين القياسين} = \bar{m}_2 - \bar{m}_1 = 16,1 - 10,2 = 5,9$$

$$\text{وكذلك } \bar{s} = \frac{59}{10} = 5,9$$

$$\begin{aligned} \text{الانحراف المعياري للفرق (ع)} &= \sqrt{\frac{\text{محدف}^2 - \bar{s}^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(59)^2 - 289}{10-1}} \\ &= \sqrt{\frac{3481 - 289}{9}} \\ &= \sqrt{364} \\ &= 19,08 \end{aligned}$$

$$\text{ع}^* = 2,13$$

(\*) وللراغبين في معرفة طريقة أخرى لحساب الانحراف المعياري للفرق بين متوسطي

عينتين غير مستقلتين نضع القانون التالي:  $\text{ع} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right)}$  حيث  $\text{ع}$  هو معامل الارتباط بين درجات القياسين.

$$\begin{aligned} \text{ع} &= \sqrt{\frac{1}{10} \left( (4,65)^2 + (4,96)^2 - \frac{(4,65 + 4,96)^2}{2} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{10} (21,6225 + 24,6016 - 21,7225)} \\ &= \sqrt{0,4016} \\ &= 0,634 \end{aligned}$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها باستخدام فرق القياسين (ف)

ونحسب قيمة  $t$  من القانون

$$t = \frac{14 - 24}{\text{الخطأ المعياري للفرق}}$$

$$\text{الخطأ المعياري للفرق} = (ع \div \sqrt{ن})$$

$$= (2.13 \div \sqrt{10}) =$$

$$= \frac{2.13}{3.16} = 0.674$$

$$\text{وتكون قيمة } t = \frac{0.9}{0.674} = 1.335 \text{ بـدرجات حرية } (10 - 1)$$

ثم نستخرج قيمة  $t$  الجدولية بـدرجات حرية 9 ومستوى دلالة 0.05 أو 0.01 أو 0.001

$$t_{(0.05, 9)} = 1.833$$

$$t_{(0.01, 9)} = 2.262$$

$$t_{(0.001, 9)} = 4.781$$

وبمقارنة قيمة  $t$  المحسوبة (1.335) بالقيم الجدولية نجد أنها أكبر من القيم الجدولية الثلاث المذكورة ، فتكون قيمة  $t$  المحسوبة دالة عند مستوى 0.001 (المستوى الأعلى)

وعليه فإن القرار هو رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل وهو :  
متوسط القياس القبلي لا يساوي متوسط القياس البعدي .

$$\text{حجم التأثير} = t \sqrt{\frac{(r - 1)}{n}}$$

$$= 1.335 \sqrt{\frac{(0.904 - 1)}{10}}$$

$$0.14 \times 8.75 = \frac{0.096 \times 2}{10} \sqrt{8.75} =$$

$$ح = 1.225$$

وهو يدل على حجم تأثير مرتفع.

وقد عرض هوبكنز وآخرون (Hopkins et al., 1987:172) أنه يمكن التوصل الى حجم التأثير عن طريق تحويل الفرق بين المتوسطين (البعدى - القبلى) الى وحدات معيارية ، وذلك بقسمة الفرق على الانحراف المعياري للمجموعة الضابطة (إن وجدت) أو الانحراف المعياري للقياس القبلى .

$$\frac{م_2 - م_1}{ع} = \text{حجم التأثير بوحدات معيارية}$$

حيث م<sub>1</sub> ، م<sub>2</sub> هما متوسطى القياس القبلى والبعدى ، ع هي الانحراف المعياري للقياس القبلى (أو للمجموعة الضابطة إن وجدت) ويتطبيق هذه المعادلة على مثال (٢) السابق:

$$\text{حيث م}_1 = 10.2 ، \text{ م}_2 = 16.1 ، \text{ ع} = 4.96$$

$$\frac{16.1 - 10.2}{4.96} = \text{حجم التأثير المعياري}$$

$$1.19 = \frac{5.9}{4.96}$$

ويكون حجم التأثير المعياري مهما إذا كان يعادل 1.28 وهي القيمة المقابلة لاحتمال 0.10 من المنحنى الاعتنالى ، وهي تستخدم فى حالة الفروض الموجهة واختبار الطرف الواحد .

استخدامات أخرى لاختبار (ت) :

١ - يمكن اختبار دلالة معامل الارتباط بين متغيرين عن طريق حساب قيمة ت من المعادلة

$$ت = r \sqrt{\frac{n-2}{n-1}} \quad ( \text{ Milewski, 1997 :185} )$$

حيث يكون الفرض الصفري هو : معامل الارتباط = صفر  
والفرض البديل : معامل الارتباط لا يساوى الصفر  
ثم نستخرج قيمة ت الجدولية بدرجات حرية ( ن - ٢ ) ومستوى الدلالة  
المحدد . ونقارنها بالقيمة التائية المحسوبة من المعادلة السابقة ، فإذا كانت دالة فإننا  
نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل .

فإذا كانت  $r = 0,50$  ،  $n = 20$

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,50\sqrt{20-2}}{\sqrt{1-0,50^2}} = \frac{0,50\sqrt{18}}{\sqrt{0,75}} = 2,45$$

وقيمة ت الجدولية بدرجات حرية ١٨ ومستوى دلالة ٠,٠٥ هي ٢,١٠  
وعليه فإن قيمة ت المحسوبة ( ٢,٤٥ ) اكبر من القيمة الجدولية ( ٢,١ )  
فتكون دالة ونرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل بأن معامل  
الارتباط ٠,٥ ( للعينة التي حجمها ٢٠ ) يختلف عن الصفر عند مستوى  
دلالة ٠,٠٥

٢ - كما يمكن استخدام اختبارات أيضا في اختبار معامل الارتباط الجزئي فإذا  
كان لدينا ثلاثة متغيرات فإنه يمكن حساب معامل الارتباط البسيط بين كل  
متغيرين منهما  $r_{١٢}$  ،  $r_{١٣}$  ،  $r_{٢٣}$  كما يمكن حساب معامل الارتباط الجزئي  
وذلك بحذف أثر أحد المتغيرات من العلاقة بين المتغيرين الآخرين ، مثل  
(  $r_{١٢.٣}$  ) وهي تعنى العلاقة بين المتغيرين ١ ، ٢ بعد حذف أثر المتغير  
الثالث .

$$r_{١٢.٣} = \frac{r_{١٢} - r_{١٣}r_{٢٣}}{\sqrt{(1-r_{١٣}^2)(1-r_{٢٣}^2)}}$$

وهي تتبع توزيع ت بدرجات حرية ( ن - ٣ ) ( Ferguson, 1971:392 ) .

## اختبار الفرق بين نسبتي

يهتم عدد كبير من الباحثين في العلوم الانسانية باجراء دراسات تستخدم متغيرات تصنيفية ( اسمية أو ترتيبية ) . وفي هذه الحالات لانستطيع حساب المتوسط أو الانحراف المعياري . ومن أمثلة الاسئلة البحثية في تلك الدراسات : هل نسبة تسرب الطلبة تختلف في مدارس البنين عن مدارس البنات ؟

هل أسباب التسرب تختلف باختلاف موقع المدرسة ( ريف أو حضر ) ؟

هل نسبة من استجابوا للاستبانة بالبريد تختلف باختلاف المنطقة السكنية ؟

هل نسبة الطلاق تختلف باختلاف مستوى التعليم ؟

ويوجد العديد من مثل هذه الاسئلة في دراسات العلوم الانسانية ، والتي تستحق الاهتمام وتوضيح كيفية تحليل بياناتها . وتدل نظرية النزعة المركزية على أنه مهما كان شكل توزيع المجتمع ، فإن توزيع متوسطات العينات العشوائية يقترب من الاعتدالية كلما زاد حجم العينة . وعند حساب النسبة المئوية فإننا نكون بصدد فئتين ، فهناك من ينتمي للفئة ( يتسرب مثلا ) ويحصل على الدرجة واحد ، وهناك من لا ينتمي ويحصل على صفر . وتكون النسبة هي مجموع هذه الدرجات على العدد الكلي ( ..... ) وعليه فإن النسبة هنا مشابهة للمتوسط الحسابي ، بل هي متوسط حسابي لمتغير ثنائي : ( Hopkins et al ., 1978 ) Dichotomous .182

فإذا اخترنا عشوائيا ٢٠٠ فرد وحددنا نسبة ذوى اليد اليسرى ، ثم كررنا اختيار عدة عينات عشوائية وحددنا النسب في كل عينة عشوائية ، فإن هذه النسب تتوزع توزيعا اعتداليا ( إذا كانت العينة مناسبة ) .

وفي مثل هذا التوزيع الاعتدالي للنسب يكون المتوسط = النسبة في المجتمع

$$q = \sqrt{\frac{q(1-q)}{n}}$$

وبالطبع يكون ٦٨٪ من النسبة تختلف عنها في المجتمع بمقدار  $\pm 1.96 \sigma$  ، ٩٥٪ تنحصر بين  $\pm 1.96 \sigma$  .

ومن الواضح أن الانحراف المعياري للنسبة يتأثر بحجم العينة فكلما كانت العينة كبيرة يقل التباين وبالتالي الانحراف المعياري للنسبة ( ع ) فإذا كانت النسبة  $q = ٠.٥٠$  وكان حجم العينة ٢٥ فإن :

$$(\text{الخطأ المعياري}) = \sigma_r = \sqrt{\frac{(0.5 - 1) \cdot 0.5}{25}} = 0.1$$

وتكون حدود الثقة للنسبة ، أن ٩٥٪ تنحصر بين  $1.96 \pm \sigma_r$  ،  $0.50 = \sigma_r$   
 $1.96 \pm (0.1) = 0.50 \pm 0.2$  (تقريباً) (٠,٣ ، ٠,٧)

أما إذا كان حجم العينة = ١٠٠

$$\text{فإن } \sigma_r = \sqrt{\frac{(0.5 - 1) \cdot 0.5}{100}} = 0.05$$

وتكون حدود الثقة عند ٩٥٪ =  $1.96 \pm 0.05$  (٠,٠٥)

=  $0.5 \pm 0.1$  تقريباً

= (٠,٤ ، ٠,٦)

ومن الواضح أن الحدود تقترب من النسبة الفعلية . ومعنى هذا أنه كلما كان حجم العينة كبيراً يقل الانحراف المعياري وتقل حدود تقدير النسبة ، ومن تقترب كثيراً من النسبة الفعلية في المجتمع .

وقد توصلت العديد من الدراسات الى أن الحجم المناسب للعينة في حالة النسبة هو الذي يحقق الشرط بأن :

$$n \leq 10 \quad \text{في حالة } q \geq 0.50$$

$$n(1 - q) \leq 10 \quad \text{في حالة } q \leq 0.50$$

وفي مثل هذه الحالات لا يكون الخطر كبيراً في معاملة التوزيع العيني كتوزيع معتدل (Hopkins et al., 1987 : 184)

فإذا كانت  $q = 0.40$  فإن حجم العينة لا يقل عن ٢٥

$$\text{حيث } n = 25 = (0.4) = 10$$

أما إذا كانت  $q = 0.90$  فإن حجم العينة لا يقل عن ١٠٠

$$\text{حيث } [n(1 - q) = 100 = (1 - 0.9)] = 10$$

ومعنى هذا أن يعرف الباحث النسبة مقدماً ، ولكنه إذا كانت غير معلومة فيمكن تقديرها من العينة . وبصفة عامة يفضل أن تكون العينات كبيرة  $[n \geq 10]$  أو

ن (١ - ق) ≥ ٢٠

مقارنة نسبة عينة بالمجتمع :

إذا كان الاهتمام هو معرفة إذا ما كانت نسبة النجاح في مدرسة ما مختلفة عن نسبة النجاح في مجتمع المدارس . بمعنى أننا نعلم نسبة النجاح في المجتمع ، ونود مقارنة نسبة النجاح في إحدى المدارس بنسبة المجتمع

مثال (١) : إذا كانت نسبة النجاح في مدرسة ما ٠,٧٠ ونسبة النجاح في المجتمع ٠,٨٠ وكان عدد طلبة المدرسة = ٥٠٠ فإذا رغبنا في معرفة مدى اختلاف النسبتين فإننا نحسب النسبة الحرجة بقسمة فرق النسبتين على الخطأ المعياري لنسبة العينة ( لعدم معرفة حجم المجتمع )

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{\frac{ق - ق}{(ق - ١) ق}}{\sqrt{\frac{ق(ق - ١)}{ن}}}$$

حيث  $\frac{ق(ق - ١)}{ن}$  هو الخطأ المعياري

ويكون الفرض الصفري هو : نسبة نجاح العينة = نسبة النجاح في المجتمع ،

الفرض البديل : نسبة نجاح العينة لا تساوي نسبة المجتمع

$$\text{ونحسب النسبة الحرجة} = \frac{٠,٨٠ - ٠,٧٠}{\sqrt{\frac{(٠,٧ - ١) ٠,٧}{٥٠٠}}}$$

$$ذ = \frac{٠,١٠ - ٠,٠٣}{\sqrt{\frac{٠,٢١}{٥٠٠}}} = ٥$$

ثم نقارن النسبة الحرجة ٥ بغض النظر عن الإشارة ( الدرجة المعيارية ذ ) بقيم المنحني الاعتيادي المعياري وهي ١,٩٦ عند مستوى ٠,٠٥ ، ٢,٥٨ عند مستوى ٠,٠١ ، ٣,٢٩ عند مستوى ٠,٠٠١

ونلاحظ أن النسبة الحرجة المحسوبة اكبر من ٣,٢٩ ، وعليه تكون النسبة الحرجة دالة عند مستوى ٠,٠٠١ ولذلك نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل بأن نسبة النجاح في المدرسة تختلف عن نسبة المجتمع عند مستوى دلالة

٠,٠٠١

مثال (٢) : يمكن أيضا مقارنة النسبة بمستوى محدد أو معيار محدد .  
 فإذا كانت النسبة العالمية للمعوقين في المجتمع ١٠٪ ، واخترنا عينة عشوائية حجمها ١٥٠ ووجدنا أن نسبة المعوقين ٧٪ فهل تختلف هذه النسبة عن المستوى المحدد لها .

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{0.10 - 0.07}{\sqrt{\frac{(0.07 - 1) \cdot 0.07}{150}}}$$

$$1.43 = \frac{0.03}{0.021}$$

وبمقارنة النسبة الحرجة - ١.٤٣ بقيمة المنحنى الاعتيادي نجد أنها أكبر من -١.٩٦ ( عند مستوى ٠.٠٥ ) ، أي أنها تقع في منطقة قبول الفرض الصفري بأن النسبة في العينة تساوي النسبة المحددة .

مثال (٣) : إذا كانت نسبة اتجاهات عينة من الافراد نحو مشاركة المرأة في الانتخابات هي ٦٥٪ وكان حجم العينة ٨٠ فرداً ، فهل هذه الآراء متحيزة ؟  
 بمعنى هل تختلف نسبة اتجاهات العينة ( ٦٥٪ ) عن النسبة المحايدة ؟

وهنا نفترض أن الرأي المحايد هو ٥٠٪ وبذلك يكون المطلوب هو اختبار مدى اختلاف نسبة العينة ( ٦٥٪ ) عن المستوى المحايد ٥٠٪ ويكون الفرض الصفري : نسبة اتجاهات العينة = المستوى المحايد ( ٥٠٪ ) والفرض البديل : نسبة اتجاهات العينة لا تساوي المستوى المحايد

$$\text{وتكون النسبة الحرجة} = \frac{0.5 - 0.65}{\sqrt{\frac{(0.65 - 1) \cdot 0.65}{80}}}$$

$$2.83 = \frac{0.15}{0.053}$$

وبمقارنة النسبة الحرجة ( ٢.٨٣ ) بقيمة المنحنى الاعتيادي نجد أنها أكبر من ٢.٥٨ ( بمستوى دلالة ٠.٠١ ) ، ومن ثم نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض



البديل بأن : نسبة اتجاهات العينة لاتساوى المستوى المحايد.

اختبار الفرق بين نسبتي مستقلتين :

إذا كان السؤال البحثي يهتم باختبار الفرق بين نسبتي من عينتين عشوائيتين مختلفتين . فأننا نحسب النسبة الحرجة أيضا بقسمة الفرق بين النسبتين على الخطأ المعياري للفرق .

ويكون الخطأ المعياري للفرق بين النسبتين  $q_1$  ،  $q_2$

$$\sqrt{\frac{q_1(q_1-1)}{n_1} + \frac{q_2(q_2-1)}{n_2}} = \sigma_c$$

$$\text{والنسبة الحرجة} = \frac{q_1 - q_2}{\sqrt{\frac{q_1(q_1-1)}{n_1} + \frac{q_2(q_2-1)}{n_2}}}$$

ثم نقارن النسبة الحرجة بقيمة المنحني الاعتدالي السابق ذكرها

مثال : إختار باحث عينتين من العاملين بمدينتين ووجد أن نسبة ذوى الدخل المرتفع ( أكثر من عشرون ألفا فى العام ) هي ٠,٣٥ ، ٠,٣٠ فإذا كان حجم العينتين ١٠٠ ، ٨٠ فهل يوجد فرق بين النسبتين ؟

ويكون الفرض الصفري هنا : نسبة دخل العينة الاولى = نسبة دخل العينة الثانية . أما الفرض البديل فهو : نسبة دخل العينة الأولى لاتساوى نسبة دخل العينة الثانية.

$$\text{ثم نحسب قيمة النسبة الحرجة} = \frac{q_1 - q_2}{\text{للخطأ المعياري للفرق}}$$

حيث الخطأ المعياري للفرق بين النسبتين

$$\sqrt{\frac{q_1(q_1-1)}{n_1} + \frac{q_2(q_2-1)}{n_2}} =$$

وبمقارنة النسبة الحرجة (٠.٧١) بقيمة المنحنى الاعتدالي نجد أنها غير دالة وبالتالي نقبل الفرض الصفري بأن نسبة الدخل المرتفع في العينتين متساو.

### أختبار الفرق بين نسبتي مرتبطتين:

قد يكون الاهتمام بدراسة الفرق بين نسبتي على نفس العينة . فقد نطبق مقياساً للاتجاه على مجموعة واحدة قبل التعرض لبرنامج تدريبي وبعد . فقد يصلح البرنامج لتعديل اتجاه بعض الافراد ويفشل مع البعض الآخر . فاذا كانت البيانات رقمية فاننا نستخدم اختبار (ت) للمقارنة بين درجات الاتجاه القبلي والبعدي . أما اذا كانت البيانات اسمية مثل تأييد أو عدم تأييد أحد المرشحين في الانتخابات قبل وبعد قيامه بالحملة الدعائية .

فقد تكون النتيجة هي عدد المؤيدين والمعارضين قبل وبعد الحملة الدعائية كما بالشكل :

		بعد			
		مؤيد	معارض		
قبل	مؤيد	أ	ب	ن	(أ+ب)
	معارض	ج	د		
				(أ+ج)	

حيث تكون نسبة المؤيدين قبل الحملة الدعائية هي :  $ق_1 = \frac{أ + ب}{ن}$

بينما عدد المؤيدين بعد الحملة الدعائية هي :  $ق_2 = \frac{أ + ج}{ن}$

ويكون الفرق بين النسبتين ق<sub>١</sub> - ق<sub>٢</sub> =  $\frac{ب - ج}{ن}$

والخطأ المعياري للفرق ع<sub>ر</sub> =  $\sqrt{\frac{ب + ج}{ن}}$

وتكون النسبة الحرجة (ذ) =  $\frac{ق_١ - ق_٢}{ع_ر} = \frac{ق_١ - ق_٢}{\sqrt{\frac{ب + ج}{ن}}}$

وفي حالة ن كبيرة ( ٢٥ فأكثر ) فإن:

$$Z = \frac{\bar{J} - \bar{B}}{\sqrt{\frac{J+B}{2}}}$$

ثم نقارن هذه النسبة بقيمة المنحنى الاعتنالي ١,٩٦ عند مستوى ٠,٠٥ ،  
٢,٥٨ عند مستوى ٠,٠١ ( Ferguson & Takane, 1989:201 )

مثال : إذا كان عدد المؤيدين لمرشح ما ٤٠ من مائة فرد وبعد قيامه  
بالدعاية زاد العدد إلى ٥٥ من مائة ، فإذا كانت البيانات كما بالشكل :

فهل يوجد تحسن دال في نسبة التأييد؟

	بعد		
	معارض	مؤيد	
٤٠	١٨	٢٢	مؤيد
٦٠	٢٧	٣٣	معارض
١٠٠	٤٥	٥٥	

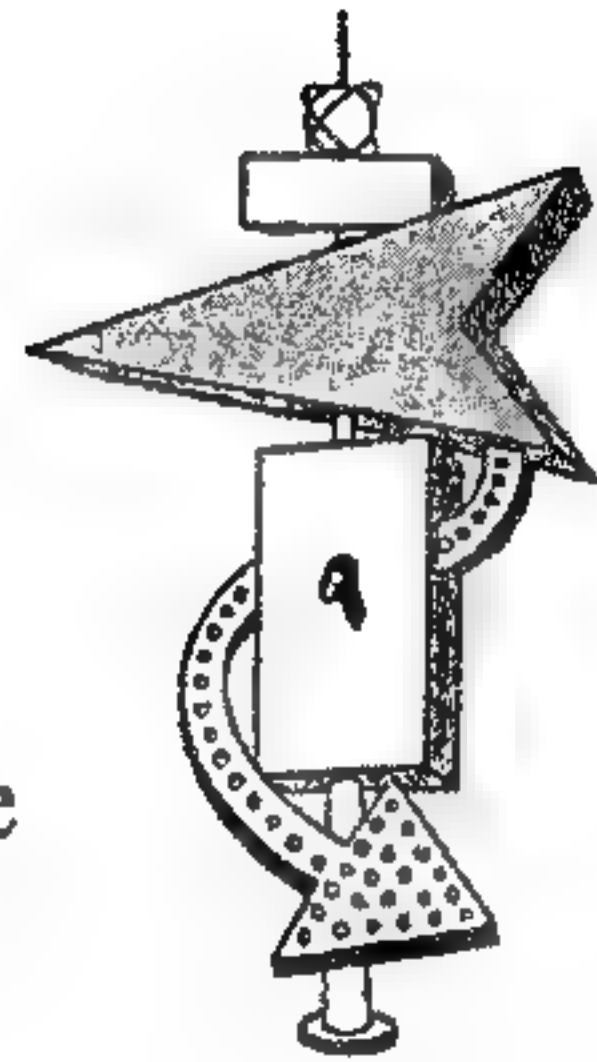
$$Z = \frac{\bar{J} - \bar{B}}{\sqrt{\frac{J+B}{2}}} = \frac{18 - 33}{\sqrt{\frac{18+33}{2}}} = \frac{-15}{\sqrt{7,141}} = -2,100$$

وهي دالة عند مستوى ٠,٠٥

يعنى هذا أنه يوجد تحسن في نسبة المؤيدين عند مستوى دلالة ٠,٠٥ .



الفصل التاسع  
تحليل التباين  
Analysis of variance





## الفصل التاسع

### تحليل التباين

وضحنا في اختبار ( ت ) أنه يستخدم لمقارنة متوسطى عينتين مستقلتين أو غير مستقلتين . ولكن العديد من البحوث في العلوم الانسانية تهتم بدراسة عدة متوسطات في الوقت الواحد . ويعالج تحليل التباين هذه المشكلة حيث أنه يستخدم لمقارنة عدة متوسطات معا .

فاذا كان لدينا عدة مستويات للدخل ( مرتفع - متوسط - منخفض ) وأردنا مقارنة متوسطات هذه المستويات الثلاثة في الاتجاه نحو استخدام الحاسوب في التعليم ، فيكون لدينا متغيرين ، أحدهما متغير مستقبل ( تصنيفي ) وهو مستوى الدخل ، والثاني متغير تابع وهو الاتجاه نحو استخدام الحاسوب في التعليم وقد يرى البعض أنه يمكن استخدام اختبار ( ت ) لمقارنة المتوسطات الثلاثة عن طريق مقارنة متوسط المستوى المرتفع مع المتوسط ، والمستوى المنخفض مع المتوسط ، والمستوى المنخفض مع المتوسط مع المتوسط . ولكن هذا الاجراء غير مناسب لأن هذه المقارنات الثلاث غير مستقلة عن بعضها البعض ، بالإضافة الى تراكم أخطاء النوع الأول (  $\alpha$  ) .

فاذا كانت متوسطات مستويات الدخل الثلاثة في الاتجاه نحو استخدام الحاسوب في التعليم هي  $\bar{m}_1$  ،  $\bar{m}_2$  ،  $\bar{m}_3$  مرتبة تنازليا . وظاهر من اختبار ( ت ) أن  $\bar{m}_2$  أكبر من  $\bar{m}_1$  ،  $\bar{m}_1$  أكبر من  $\bar{m}_3$  ، فيمكن استنتاج أن  $\bar{m}_2$  أكبر من  $\bar{m}_3$  دون إجراء المقارنة . وهذا ما نقصده بأن المقارنات الثلاث غير مستقلة .

وتحليل التباين ( ANOVA ) أسلوب أحصائي يستخدم لمقارنة متوسطى مجموعتين أو أكثر في نفس الوقت . فاذا استخدم لمقارنة متوسطين فإن النتيجة تكون مماثلة للنتائج من اختبار ( ت ) ، وفي هذه الحالة ( فقط ) تكون قيمة ف من تحليل التباين مساوية لقيمة ت<sup>2</sup> . أما إذا كانت المقارنة بين عدة متوسطات فإن تحليل التباين هو الأسلوب المناسب للمقارنة وليس اختبار ( ت ) .

ويعد تحليل التباين من الأساليب الاحصائية الأكثر استخداما ( مثل اختبار

ت ) ، في تحليل بيانات البحوث في العلوم الانسانية بصفة عامة ، وفي علم النفس بصفة خاصة . فتحليل التباين أسلوب هام جدا في تحليل بيانات البحوث التجريبية خاصة تلك التي تتضمن أكثر من متغير مستقل في تصميماتها التحريبية . ومن ثم فإن معرفة تحليل التباين أمر هام للباحثين لفهم نتائج الدراسات السابقة في مجال التخصص ، وكذلك لاختيار الاسلوب المناسب لتحليل بيانات البحوث التي يقومون بها .

وسوف نتناول في هذا الفصل توضيح لتحليل التباين في حالة متغير مستقل واحد ، وكذلك طرق المقارنات المتعددة بين المتوسطات .

وتحليل التباين يعني تقسيم تباين المتغير التابع الى قسمين ( في حالة متغير مستقل واحد ) ، أو عدة أقسام ( في حالة أكثر من متغير مستقل ) . وأحد هذه الأقسام يرجع إلى المتغير المستقل ( أو المتغيرات المستقلة ) . ويسمى بالأثر الرئيسي في تباين المتغير التابع ، وهو تباين منتظم أي معلوم مصدره . أما القسم الثاني ( في حالة متغير مستقل واحد ) فيرجع الى تباين غير منتظم ومصدره درجات الافراد ويسمى تباين الخطأ . والتباين الرئيسي Main effect Var. وتباين الخطأ Error Var. ، هما متوسط مربعات حيث أن التباين ينتج من قسمة مجموع المربعات على درجات الحرية ويسمى الناتج بمتوسط المربعات Mean Square ويطلق على التباين الرئيسي اسم تباين بين المجموعات Between groups vari- ance ، أما تباين الخطأ فيسمى التباين داخل المجموعات Within groups vari- ance .

وينتج من قسمة تباين بين المجموعات على تباين الخطأ النسبة الفائية إشارة إلى العالم الانجليزي سير رونالد فيشر Sir Ronald Fisher الذي توصل الى أسلوب تحليل التباين عام ١٩٢٠ ( Kjess, 1989: 370 ) .

حيث :

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات المجموعات (MSA)}}{\text{متوسط مربعات الخطأ (MSE)}}$$

أو

$$F = \frac{\text{تباين بين المجموعات}}{\text{تباين للخطأ}}$$



فإذا لم يكن للمتغير المستقل تأثير على المتغير التابع ، فإن تباين بين المجموعات يعود الى أخطاء المعاينة ، ومن ثم تكون النسبة الفائية تساوى الوحدة تقريبا . أما إذا كان للمتغير المستقل تأثير على المتغير التابع فإن تباين بين المجموعات يزداد أكثر مما هو متوقع من أخطاء المعاينة ، ومن ثم يكون تباين بين المجموعات أكبر من تباين الخطأ وتزداد قيمة النسبة الفائية عن الوحدة . وعليه فإن قيمة ف تزداد بزيادة تأثير المتغير المستقل . ( Kiess, 1989 : 261 )

#### إفترضات تحليل التباين :

يتشابه تحليل التباين مع اختبار ( ت ) في حالة المقارنة بين متوسطى عينتين ، ويختلف عنه في حالة المقارنة بين عدة متوسطات . ومعنى هذا أن أساس الاختبارين متقارب ، ومن ثم فإن إفترضات تحليل التباين هي نفسها افترضات اختبار (ت) وهي :

١ - العشوائية في اختيار المجموعات

٢ - الاستقلالية في اختيار المجموعات بمعنى أن اختيار مجموعة لا يعتمد على على اختيار مجموعة أخرى من مجموعات المتغير المستقل .

٣ - التوزيع الاعتنالى لدرجات المتغير التابع .

٤ - تجانس تباين المجموعات (  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2$  )

والافتراض الاول يستطيع الباحث تحديد إذا ما كانت طريقة اختيار العينات عشوائية أم لا . كما أن الاستقلالية في اختيار المجموعات تتضح أيضا أثناء المعاينة ، والاختيار العشوائى للمجموعات يؤكد الاستقلالية فإذا إختيرت كل مجموعة عشوائيا من مجتمع فإنها تكون مستقلة عن اختيار المجموعات الأخرى .

ومخالفة افترض العشوائية في المعاينة ( أو توزيع الافراد على المجموعات التجريبية عشوائيا ) قد يؤدى الى هدم مصداقية الدراسة ، فالعشوائية تقدم الدليل الأكيد بأن الاخطاء تتوزع بين المجموعات وداخلها توزيعا مستقلا ، كما أنها العملية التى تزيل التحيز التجريبى .

أما افتراض التوزيع الاعتنالى للدرجات فقد سبق توضيح أنه يمكن مخالفة هذا الافتراض إذا كان الالتواء متوسطا ، أما فى حالة الالتواء الشديد ( وفى حالة الدرجات المتطرفة ) فيجب اللجوء الى تعديل التوزيع عن طريق استخدام التحويل Transformation المناسب للدرجات ، وإلا فإن النتائج تكون مخالفة للحقيقة

والاستنتاج منها يكون خاطئاً . كما أن المخالفة البسيطة لافتراض التجانس لا تؤثر على النتائج ، أما إذا كانت تباينات المجموعة مختلفة اختلافاً دالاً فإن ذلك يؤثر على النتائج . ويجب على الباحث التأكد من تحقيق فرض التجانس خاصة إذا كانت المجموعات غير متساوية ( Freund & Wilson, 1997 : 230 ) .

ولاختبار فرض التجانس اقترح هارتلي Hartley عام ١٩٤٠ طريقة لاختبار التجانس وهي حساب قيمة ف من قسمة أكبر تباين على أصغر تباين من تباينات المجموعات ف =  $\frac{\text{أكبر تباين}}{\text{أصغر تباين}}$  ثم مقارنة الناتج بتوزيع خاص يسمى

F-Max بدرجات حرية ( ك ، ( ن - ١ ) حيث ك هذه عدد المجموعات ، ن حجم المجموعة ، وهذا الاختبار كافٍ للتعرف على مدى التجانس ( Freund & Wilson, 1997:232) وإذا كان عدد أفراد المجموعات غير متساوي ومتقارب ، فيمكن استخدام أكبر مجموعة في حساب درجات الحرية . وقد تؤدي هذه الطريقة إلى تحيز في الاختبار ، بمعنى أنها كثيراً ما ترفض الفرض الصفري أي ترفض فرض تجانس المجموعات (Winer et al., 1991) . وقد توصل كوكران Cochran عام ١٩٤١ إلى اختبار آخر بسيط لفرض التجانس وهو حساب قيمة ف من المعادلة

$$F = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{مجموع تباينات المجموعات}} \text{ بدرجات حرية ( ك ، ن - ١ )}$$

حيث ك عدد المجموعات ، ن عدد أفراد أكبر مجموعة ثم نرجع إلى جداول خاصة باختبار كوكران عند مستوى دلالة ٠,٠٥ ودرجات الحرية المبينة .

وقد أوضحت الدراسات تشابه طريقتي هارتلي وكوكران ، إلا أن اختبار كوكران أكثر حساسية لأنه يستخدم معلومات أكثر عن المجموعات ، وفي حالة عدم تساوي المجموعات (مقارنة في الحجم) فنستخدم المجموعة الأكبر حجماً لتحديد درجات الحرية (Winer et al , 1991 : 105) .

وقدم بارتلت Bartlett طريقة أخرى لاختبار فرض التجانس لا تشترط تساوي المجموعات ولكنها طريقة معقدة (رياضياً) وتعتمد على توزيع كاي<sup>٢</sup> (مربع كاي) . وقد توصل كل من كوكس COX عام ١٩٥٣ ، وشفيه Scheffee عام ١٩٥٩ إلى طرقاً أخرى أقل تعقيداً من طريقة بارتلت لاختبار فرض التجانس ، لأنها ليست سهلة الاستخدام .

وقد اقترح بوكس Box عام ١٩٥٤ أنه في حالة عدم التجانس فالتأثير تجري تحليل التباين ولكن قيمة ( ف ) الناتجة تتبع توزيع ( ف ) بدرجات حرية مختلفة هي ( ١ ، ن - ١ ) حيث ن هي عدد أفراد المجموعة الفرعية (Winer et al., 1991:109)

ومن الممكن في حالة عدم التجانس إجراء تحويل للدرجات باستخدام الجذر التربيعي إذا كان التواء الدرجات متوسطا ، أو التحويل اللوغاريتمي إذا كان الالتواء أكبر من المتوسط ، أو تحويل مقلوب الدرجات إذا كان توزيع الدرجات شديد الالتواء ( أحمد عبادة سرحان ، ١٩٦٨ ) .

### F- Distribution : توزيع ف

نقدم في الجزء التالي توضيح لتوزيع ف وعلاقته بالتوزيعات الأخرى المختلفة ، وهذا الجزء لمن يرغب في معرفة تلك العلاقات بين التوزيعات .

ذكر واينر وآخرون ( Winer et al ., 1991 : 32 - 34 ) أن توزيع ( ف ) هو حالة خاصة من توزيع بيتا ، وقد يطلق عليه اسم توزيع ف سديكور ، حيث قام سديكور sendecor بتحويل توزيع فيشر Fisher وأطلق عليه اسم توزيع ف - F Distribution

ويمكن تعريف توزيع ف رياضيا من تحويل توزيع بيتا ، كما أن توزيع ف يمثل نسبة توزيعين مستقلين لمربع كاي مقسوم كل منهما على درجات حريته .

$$F = \frac{\text{كا}_1 \div (1 - \alpha_1)}{\text{كا}_2 \div (1 - \alpha_2)}$$

كما أن النسبة  $\left[ \frac{\sigma^2 \div \epsilon_1 (1 - \alpha_1)}{\sigma^2 \div \epsilon_2 (1 - \alpha_2)} \right]$  تتوزع مثل كا<sup>2</sup> بدرجات حرية  $(1 - \alpha_1)$

$$\sigma^2 \div \epsilon_1 (1 - \alpha_1) = (1 - \alpha_1) \text{كا}^2$$

$$\sigma^2 \div \epsilon_2 (1 - \alpha_2) = (1 - \alpha_2) \text{كا}^2$$

$$\text{وبذلك فإن } F = \frac{\text{كا}^2 (1 - \alpha_1) \div (1 - \alpha_2)}{\text{كا}^2 (1 - \alpha_2) \div (1 - \alpha_1)}$$

$$= \frac{(1 - \alpha_1) \div \left[ \sigma^2 \div \epsilon_1 (1 - \alpha_1) \right]}{(1 - \alpha_2) \div \left[ \sigma^2 \div \epsilon_2 (1 - \alpha_2) \right]}$$

$$\therefore F = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \text{ بدرجات حرية } \left[ (1 - \alpha_2), (1 - \alpha_1) \right]$$

ومعنى ذلك أن نسبة تباين مجموعتين يتوزع مثل توزيع ف إذا كان كلا منهما تقدير غير متحيز لتباين مجتمعيهما .

وتوجد علاقات منتظمة بين التوزيعات المختلفة : الاعتدالى ، ومربع كاي ، وتوزيع ت ، وتوزيع ف وهى :

$$ذ^2_{(\alpha-1)} = كا^2_{(\alpha-1)} = ف^2_{(\alpha-1)} = ت^2_{(\alpha-1)} (\infty)$$

$$\text{وينتج من هذا أن : } ت^2_{\alpha-1} = (1-n) ف^2_{(\alpha-1)} = (1-n) كا^2_{(\alpha-1)}$$

$$\text{حيث } ت^2 = \frac{(\text{توزيع اعتدالى})}{(1-ك)}$$

$$كا^2 \div (1-ك)$$

$$= \frac{كا^2 \div (1)}{(1-ك)}$$

$$كا^2 \div (1-ك)$$

$$= ف^2_{(1-ك)}$$

كما أن توزيع ت فى حالة العينات الكبيرة = التوزيع الاعتدالى

$$ت = (\infty) ذ$$

$$\text{وكذلك } \frac{1}{(1-ك)} كا^2_{(\alpha-1)} = ف^2_{(\alpha-1)} (\infty, 1-ك)$$

$$كا^2_{(\alpha-1)} = (1-ك) \times ف^2_{(\alpha-1)} (\infty, 1-ك)$$

### تحليل التباين الاحادى : One - Way Anova

وهو تحليل تباين متغير تابع لعدة مجموعات مستقلة ، بمعنى أنه يهتم بتحليل بيانات متغير تابع فى ضوء متغير مستقل ( تصنيفى ) يتضمن عدة مستويات هى المجموعات . وبذلك يكون فى تحليل التباين الاحادى متغير مستقل واحد ( ولهذا يسمى أحادى ) ومتغير تابع واحد .

والتصميم المناسب الذى يستخدم أسلوب تحليل التباين يتضمن اختيار عدة مجموعات مستقلة عشوائيا ( تحدد المتغير المستقل ) ثم قياس درجات المتغير التابع لهذه المجموعات المستقلة . وهذا يحقق شرطى العشوائية والاستقلالية فى

اختيار المجموعات . وإذا كان توزيع درجات المتغير التابع اعتدالياً أو غير ملتو  
إنتواء شديداً فهذا يحقق شرط الاعتدالية .

أما الشرط الأخير وهو تجانس المجموعات ( عدم اختلاف تباينات  
المجموعات اختلاف دالا ) فيتطلب قيام الباحث بإجراء اختبار للتجانس بأحدى  
الطرق المبينة من قبل ( هارتلى ، كوكران ، بوكس ) ويفضل استخدام الطريقة  
السهلة التي قدمها بوكس لأنها تستخدم توزيع ( ف ) ولا تتطلب توزيعاً  
خاصاً حيث :

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات المجموعات}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

ثم نقارنها بقيمة ( ف ) الجدولية بدرجات حرية ( ١ ، ن - ١ ) لاختبار  
فرض التجانس .

وبعد التحقق من افتراضات تحليل التباين نقوم بإجراء التحليل ذاته وذلك  
بحساب التباين الكلي للمتغير التابع ثم نقسمه إلى قسمين : الأول تباين بين  
المجموعات ، والثاني تباين الخطأ . ويمكن تلخيص خطوات تحليل التباين  
الاحادي بالخطوات التالية :

١ - حساب مجموع درجات كل مجموعة والمجموع الكلي

٢ - حساب مجموع مربعات الدرجات الكلي  $\sum x^2$

الخطوتان الأولى والثانية هما تجهيز البيانات لإجراء حسابات تحليل التباين .

$$3 - \text{حساب مجموع المربعات الكلي} \left[ \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right]$$

بدرجات حرية ( ن - ١ )

٤ - حساب مجموع مربعات بين المجموعات

$$\left[ \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \dots + \frac{(\sum x_k)^2}{n_k} - \frac{(\sum x)^2}{n} \right]$$

بدرجات حرية ( ك - ١ ) حيث ك هي عدد المجموعات

٥ - حساب مجموع مربعات الخطأ بطرح ناتج الخطوة (٤) من ناتج (٣) بدرجات حرية (ن - ك)

٦ - وضع مجموع المربعات ودرجات الحرية في جدول يسمى جدول تحليل التباين الاحادى .

٧ - حساب متوسط مربعات المجموعات بقسمة مجموع مربعات المجموعات على درجات الحرية الخاصة بها .

٨ - حساب متوسط مربعات الخطأ بقسمة مجموع مربعات الخطأ على درجات الحرية الخاصة بها .

٩ - حساب قيمة (ف) من قسمة ناتج الخطوتين (٧) على (٨) .

١٠ - نقارن قيمة (ف) المحسوبة بقيمة ف المستخرجة من جدول توزيع (ف) بدرجات حرية (ن - ١) ، (ن - ك) ومستوى الدلالة المطلوب ٠,٠٥ أو ٠,٠١ فإذا كانت القيمة المحسوبة أقل من القيمة الجدولية نقبل الفرض الصفري (تساوى متوسطات المجموعات) أما إذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية فأننا نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل (عدم تساوى متوسطات المجموعات) .

مثال (١) : أجرى باحث دراسة لمقارنة أربع مجموعات مختلفة الدخل الشهرى فى الاتجاه نحو العلاج النفسى وكانت درجات المجموعات كما يلى :

جدول (٩ - ١) .

درجات الإتجاه نحو العلاج النفسى لمجموعات الدخل

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة	المجموعة الرابعة
٨	٦	٥	٤
٩	٧	٤	٥
٧	٨	٦	٣
٦	٥	٥	٤
١٠	٨	٤	٦
٥	٥		

لاحظ أن عدد أفراد المجموعات مختلف حيث تحتوي المجموعة الأولى على ستة أفراد وكذلك الثانية أما المجموعتين الثالثة والرابعة ففي كل منهما خمسة أفراد. ويكون الفرض الصفرى هنا : تساوى متوسطات المجموعات (  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$  )

أما الفرض البديل فهو : عدم تساوى متوسطات المجموعات .  
وباتباع الخطوات السابقة :

١ - مجموع درجات كل مجموعة هي : ٤٥ ، ٣٩ ، ٢٤ ، ٢٢ والمجموع الكلى (مجم = ١٣٠)

٢ - مجموع مربعات درجات المجموعات =  $٨ + ٩ + ٧ + \dots + ٤ + ٦ = ٨٣٨$

٣ - مجموع المربعات الكلى =  $\text{مجم}^2 / \text{ن}$  لاحظ أنها تساوى مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن المتوسط المستخدم فى حساب الانحراف المعياري ، كما أن  $\frac{(\text{مجم})^2}{\text{ن}}$  تسمى باسم معامل التصحيح ، أى تصحيح الدرجات الخام بطرح المتوسط فينتج انحرافاتها عن المتوسط .

ويكون مجموع المربعات الكلى =  $\frac{(١٣٠)^2}{٢٢} - ٨٣٨$

$$٦٩,٨٢ = ٧٦٨,١٨ - ٨٣٨ =$$

درجات الحرية الكلية =  $\text{ن} - ١ = ٢٢ - ١ = ٢١$

٤ - مجموع المربعات بين المجموعات

$$\frac{(\text{مجم}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مجم}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مجم}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مجم}_4)^2}{\text{ن}_4} + \frac{(\text{مجم}_5)^2}{\text{ن}_5} =$$

$$\frac{(٤٥)^2}{٦} + \frac{(٣٩)^2}{٦} + \frac{(٢٤)^2}{٥} + \frac{(٢٢)^2}{٥} + \frac{(١٣٠)^2}{٢٢} =$$



لاحظ أننا نقسم مربع مجموع درجات كل مجموعة على عددها ، كما  
نلاحظ أيضا أن  $\text{مج س}_1 + \text{مج س}_2 + \text{مج س}_3 + \text{مج س}_4 = \text{مج س} ، \text{ن}_1 + \text{ن}_2 + \text{ن}_3 + \text{ن}_4 = \text{ن}$

مجموع المربعات بين المجموعات

$$= 337,5 + 252,5 + 110,2 + 96,8 - 768,18$$

$$= 803,0 - 768,18$$

$$= 34,82$$

و درجات الحرية = عدد المجموعات - 1 = 4 - 1 = 3

٥ - نحسب مجموع مربعات الخطأ ( وكذلك درجات الحرية ) بطرح ناتج الخطوة  
الرابعة من الخطوة الثالثة  
مجموع مربعات الخطأ

= مجموع المربعات الكلى - مجموع المربعات بين المجموعات .

$$= 69,82 - 34,82 = 35$$

درجات حرية الخطأ = درجات الحرية الكلية - درجات الحرية للمجموعات

$$= 21 - 3 = 18$$

٦ - نضع البيانات في جدول كما يلي ثم نجرى الخطوات ٧ ، ٨ ، ٩ المذكورة  
سابقا .

جدول ( ٩ - ٢ ) تحليل التباين الاحادى لمجموعات الدخل

في درجات الاتجاه نحو العلاج النفسى

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف
بين المجموعات	34,82	3 = 4 - 1	$11,61 = 34,82 \div 3$	$\frac{11,61}{1,94}$
الخطأ	35,00	18	$1,94 = 35 \div 18$	0,98 =
الكلى	69,82	21 = 1 - 22		

تم اجراء الخطوات ٧ ، ٨ ، ٩ داخل الجدول وهى :

٧ - متوسط مربعات المجموعات

= مجموع مربعات المجموعات ÷ درجات الحرية

$$= 34.82 \div 3 = 11.61$$

٨ - متوسط مربعات الخطأ

= مجموع مربعات الخطأ ÷ درجات الحرية

$$= 35 \div 18 = 1.94$$

٩ - قيمة ف = متوسط مربعات المجموعات ÷ متوسط مربعات الخطأ

$$= 11.61 \div 1.94 = 5.98 \text{ بدرجات حرية } (3, 18)$$

وتنفيد الخطوة الأخيرة ( ١٠ ) يتم باستخدام جدول توزيع ( ف ) لاستخراج قيمة ف الجدولية بدرجات حرية ( ٣ ، ١٨ ) وعند مستوى الدلالة ٠.٠٥ أو ٠.٠١ وهما مستويي الدلالة الموجودين فى جدول توزيع ( ف ) ويتم دخول الجدول بدرجات الحرية الاولى ( ٣ ) وتسمى درجة حرية البسيط وهى مسجلة فى السطر الأول فى الجدول . ثم نبحث عن درجة حرية المقام فى أول عمود بالجدول ( وهى ١٨ ) ، ومن ثم تكون قيمة ( ف ) الجدولية هى نقطة التقاء عمود الدرجة ( ٣ ) مع سطر الدرجة ( ١٨ ) . وسوف نجد قيمتين الأولى عند مستوى ٠.٠٥ والثانية عند مستوى ٠.٠١

$$\text{وهما ف } (3, 18) = 3.16$$

$$\text{ف } (3, 18) = 5.98$$

وحيث أن قيمة ف المحسوبة ( ٥.٩٨ ) اكبر من القيمتين الجدوليتين فإن القيمة المحسوبة تقع فى منطقة الرفض ، وعليه فأننا نرفض الفرض الصفرى ( تساوى متوسطات المجموعات ) ونقبل الفرض البديل وهو عدم تساوى متوسطات المجموعات عند مستوى دلالة ٠.٠١ ومعنى هذا أنه يوجد اختلاف بين متوسطات المجموعات ، وعلى الأقل بين متوسطين منها وليس شرطاً أن تكون جميع المتوسطات مختلفة عن بعضها البعض .

ولمعرفة أى المجموعات تختلف عن الاخرى نجرى المقارنات المتعددة للمتوسطات والتي سنوضحها بعد ذلك .

أما اختبار فرض التجانس الذى لم نوضحه فى المثال فيكون كالتالى :

(١) باستخدام طريقة هارتلي :

$$F = \frac{\text{أكبر تباين}}{\text{أصغر تباين}}$$

وبحساب تباينات المجموعات الأربع نجد أنها .

$$1,3, 0,71, 1,9, 3,50$$

وبقسمة أكبر تباين على أصغر تباين فإن :

$$F = \frac{3,50}{0,71} = 4,93$$

ثم نقارنها بقيمة F من جدول خاصة max - بدرجات حرية ( ك ، ن - ١ ) حيث ك هي عدد المجموعات ، ( ن - ١ ) هي درجات حرية أكبر مجموعة ، وعليه تكون درجات الحرية هنا هي ( ٤ ، ٥ ) ثم نستخدم الجداول الخاصة ، وتسمى F - Max ( ٤ ، ٥ ، ٠,٠٥ ) = ١٣,٧

وتكون القيمة المحسوبة ( ٤,٩٣ ) أصغر من القيمة الجدولية ، ومن ثم نقبل الفرض الصفري وهو تساوي تباينات المجموعات أو تجانس المجموعات .

(٢) باستخدام طريقة كوكران وهي :

$$F = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{أصغر تباين}} = \frac{3,50}{0,71} = 4,93$$

ثم نقارن هذه القيمة المحسوبة ( ٤,٩٣ ) بقيمة كوكران الجدولية بدرجات حرية ( ك ، ن - ١ ) ومستوى دلالة ٠,٠٥

حيث ك هي عدد المجموعات ، ( ن - ١ ) هي درجات حرية أكبر مجموعة ( ٦ - ١ ) = ٥

وتكون قيمة كوكران الجدولية بدرجات حرية ( ٤ ، ٥ ) = ٠,٥٨٩ وعليه فأننا نقبل الفرض الصفري وهو تساوي تباينات المجموعات ( تجانس

المجموعات) .

ويكون القرار من الطريقتين السابقتين هو تجنب المجموعات وعدم اختلاف تنبئاتها اختلافا دالا ، ويعنى هذا تحقق شرط التجانس . ويفضل استخدام طريقة هارتلي لسهولة استخدامها كما أن طريقة كوكران تؤدي الى نفس النتيجة .

حجم التأثير : Effect Size

عند استخدام أسلوب تحليل التباين الاحادى يكون الاهتمام بمعرفة الفروق بين متوسطات درجات المجموعات فى المتغير التابع ، ويعنى آخر الاهتمام بدراسة علاقة المتغير المستقل بالمتغير التابع .

فاذا كانت قيمة ( ف ) دالة إحصائيا ، فاننا نرفض الفرض الصفرى ونقبل البديل بوجود فروق دالة بين متوسطات درجات المجموعات ، وقد يكون مستوى الدلالة ٠,٠٥ أو ٠,٠١ أو ٠,٠٠١ وربما اكثر من ذلك .

ولكن مستوى الدلالة مهما كان كبيرا لا يوضح حجم هذه الفروق أو التأثير للمتغير التابع . ويمكن قياس حجم تأثير المتغير المستقل بطريقة أخرى والتي تسمى بالدلالة العملية للنتائج . وقياس حجم التأثير كميا يكون منسوبا الى أخطاء البيانات . وبصفة عامة يمكن توضيح حجم التأثير فى ضوء قوة العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة والتي تفسر مثل تفسير معامل الارتباط ( Winer : 124 - 126 : et al., 1991 )

١ - أحد هذه الطرق تقوم على حساب نسبة تباين مجموعات المتغير المستقل الى التباين الكلى . ويكون الناتج مقياسا لنسبة من التباين الكلى ترجع الى المتغير المستقل والتي يمكن تفسيرها مثل مربع معامل الارتباط .

وهذه الطريقة تشبه طريقة حساب مربع الارتباط المتعدد للتنبؤ بالمتغير التابع من المتغير التصنيفى ، حيث يكون :

$$\text{مربع معامل الارتباط} = \frac{\text{مجموع مربعات المجموعات}}{\text{مجموع المربعات الكلى}}$$

وهو يسمى أحيانا باسم نسبة الارتباط والتي قد تدل على ارتباط غير خطى . ومربع معامل الارتباط هو نسبة التباين فى المتغير التابع التى يمكن التنبؤ بها باستخدام المتغير المستقل .

والمقياس المناسب هنا ( والمشار إليه من قبل ) يسمى مربع إيتا ،

$$\text{مربع إيتا} = \frac{\text{تباين المجموعات في المجتمع}}{(\text{تباين المجموعات} + \text{تباين الخطأ}) \text{ في المجتمع}}$$

وهي نسبة لا نستطيع حسابها لعدم معرفة تباين المجموعات أو تباين الخطأ في المجتمع

ويُفسر مربع إيتا مثل مربع معامل الارتباط (أو نسبة الارتباط) وهي نسبة تباين المتغير التابع والتي تُرجع إلى المتغير المستقل، وبعد مربع معامل الارتباط تقديراً متحيزاً لمربع إيتا، وشايف يمكن استخدام تقدير غير متحيز (اعتماداً على فكرة تقدير مربع الارتباط المتعدد في المجتمع) هو:

$$\text{مربع } E = \frac{\text{مجموع مربعات المجموعات} - (K - 1) \text{ متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلي}}$$

وإذا طبقنا هذه الطريقة على نتائج مثال (١) (جدول ٩ - ٢)

$$\text{مربع الارتباط } E = \frac{34.82}{69.82} = 0.499$$

وتفسر هذه القيمة (٠,٤٩٩) كنسبة من التباين الكلي، فهي تعني أن ٥٠٪ تقريباً من تباين المتغير التابع يمكن تفسيره بمعرفة المتغير المستقل، وهي نسبة مرتفعة وتدل على تأثير قوي للمتغير المستقل على المتغير التابع أما مربع إيتا (وهي تقدير غير متحيز لمربع الارتباط في المجتمع)

$$0.415 = \frac{34.82 - 1.94 \times 3}{69.82}$$

وهي تعني أن ٤١.٥٪ من تباين المتغير التابع يرجع إلى المتغير المستقل وهي تدل على حجم تأثير مرتفع

٢ - ذكر هاييز (Hays, 1981) أنه يمكن حساب معامل آخر يسمى مربع أوميغا ويحسب من المعادلة:

$$\Omega^2 = \frac{\text{مجموع مربعات المجموعات} - (K - 1) \text{ متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلي} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$w^2 = \frac{(1-f)(1-k)}{(1-f)(1-k) + n}$$

حيث ك عدد المجموعات ، ف النسبة الفئوية المحسوبة ، ن العدد الكلي للدرجات . ويتطبيق هذه الطريقة على نتائج المثال ( ١ ) فان:

$$\text{مربع أوميغا} = \frac{1,94 \times 3 - 24,82}{1,94 + 29,82} = \frac{29}{71,76} = 0,404$$

$$\text{أو مربع أوميغا} = \frac{(1-f)(1-k)}{(1-f)(1-k) + n} = \frac{(1-0,98)(1-4)}{(1-0,98)(1-4) + 22} = 0,404$$

وهو حجم تأثير مرتفع ، وهى تعنى أن ٤٠,٤ ٪ من تباين المتغير التابع يرجع إلى أثر المتغير المستقل.

وقد اقترح كوهن (Cohen 1988) أنه إذا كان مربع إيتا = ٠,٠١ فان حجم التأثير يكون ضعيفا ، أما إذا كان مربع إيتا = ٠,٠٦ فانه يدل على حجم تأثير متوسط ، بينما إذا كان مربع إيتا = ٠,١٦ فيدل على حجم تأثير مرتفع.

#### المقارنات المتعددة للمتوسطات: Multiple Comparison of Means

يعد موضوع المقارنات المتعددة من القضايا الإحصائية المشتقة للاذهان كما أنه موضوع شائك ولا توجد إجابة واحدة صحيحة له وذلك لتنوع الطرق ومشكلاتها . وهناك العديد من التوصيات من علماء الإحصاء النفسى والتربوى باستخدام طريقة دون الأخرى ، وأحيانا نجد تضاريا بين تلك التوصيات . وقد قرر بترينوميتش وهارديك (Petrinovich & Hardyck , 1969) بعدم وجود اتفاق تام بين الإحصائيين على طريقة دون الأخرى . فيسرى البعض (Ferguson, 1971, Keppel, 1973; Games, 1971) أن المقارنات المتعددة يتم استخدامها بعد إجراء تحليل التباين والحصول على نسبة فائدية دالة إحصائيا ، بمعنى التوصل الى قرار بوجود اختلافات ( فروق ) بين المتوسطات . ولكن

إدواردز (Edwards, 1968) يرى بأنه يمكن إجراء المقارنات المتعددة بين المتوسطات حتى لو لم تكن النسبة الفائية دالة إحصائياً ، ويقصد إدواردز من رأيه أنه يمكن استخدام مستوى دلالة ٠.١٠ في حالة الفرض البديل الموجه وهي تعادل ٠.٠٥ في اختبار الطرف الواحد ، وعليه فإنه قد اختلف عن الآخرين في مستوى دلالة القيمة الفائية بمعنى أنها لا تكون دالة إحصائياً عند ٠.٠٥ باختبار الطرفين ولكنها دالة عند مستوى ٠.٠٥ لطرف واحد ، هو مستوى مرتبط بالفرض البديل الموجه . وقد ذكرنا سابقاً أن وضع فروض الدراسة في مثل هذه الحالة يجب أن يتم اعتماداً على الدراسات السابقة وقبل تحليل البيانات وليس بعد أن يرى الباحث نتائج التحليل الإحصائي . وفي هذه الحالة فقط يمكن استخدام الفروض الموجهة والاستفادة من مستوى الدلالة ٠.١٠ كما يرى إدواردز . أما خلاف ذلك فيتم استخدام الفرض البديل غير الموجه ( اختبار الطرفين ) .

وفي كثير من الحالات يتم استخدام اختبار ( ت ) لمقارنة متوسطات عدة مجموعات . فإذا وجدت دراسة تشتمل على ثلاث مجموعات مستقلة وتم اختيارها عشوائياً ، وبفرض عدم مخالفة شرطى الاعتدالية والتجانس ، فيتم مقارنة متوسطى المجموعتين الأولى والثانية ، ثم مقارنة متوسطى المجموعتين الثانية والثالثة ، وأخيراً مقارنة متوسطى المجموعتين الأولى والثالثة (وهي مقارنة يمكن استنتاجها من المقارنتين السابقتين) وفي هذه الحالة يتم استخدام مستوى دلالة (٠.٠٥ مثلاً) في كل مقارنة ، ولكون هذه المقارنات الثلاث في دراسة واحدة ، ومن ثم فإن خطأ النوع الأول في هذه الدراسة =  $1 - (1 - 0.05)^3$

$$= 1 - 0.857$$

$$= 0.143$$

وفي حالة وجود ست مجموعات فإن خطأ النوع الأول يزداد ويصبح مساوياً

$$[1 - (1 - 0.05)^6] = [1 - 0.735] = 0.265$$

وهذا الخطأ المتسراكم من

المقارنات المتعددة باستخدام اختبار (ت) كبير جداً، كما أن الباحث يقرر بأن الفروق بين المتوسطات دالة عند مستوى ٠.٠٥ ، ولا يذكر ٠.١٤٣ ( في حالة ثلاث مجموعات ) أو ٠.٢٦٥ ( في حالة ست مجموعات ) .

ومن ذلك فإن قضية المقارنات المتعددة هي كيفية ضبط خطأ النوع الأول ، وهذا هو محور الخلاف الاساسى بين طرق المقارنات المتعددة المختلفة وهي :

طريقة (Lsd) Least Square Difference طريقة توكي Tukey، طريقة بونفرونى Bonferroni أو طريقة صن Dunn، وطريقة شففيه Scheffe، وطريقة صنت Dunnett، وطريقة نيومان كولز Newman - Keuls. وتتراوح هذه الطرق بين التشدد فى ضبط خطأ النوع الاول مثل طريقة شففيه وبين التساهل مثل طريقة دنكان أو Lsd.

**المفروق بين طرق المقارنات المتعددة فى ضبط خطأ النوع الأول :**

تختلف طرق المقارنات المتعددة باختلاف أسلوبها فى ضبط خطأ النوع الأول للمقارنة الواحدة وللدراسة كلها وسوف نعرض لبعض الاختلافات بينها .

١ - هناك إتجاه يرى بأننا نستخدم قيمة الفا ( $\alpha$ ) ثابتة فى كل مقارنة من المقارنات الممكنة بين أزواج المتوسطات ، ولا يهتم ( هذا الاتجاه ) بخطأ الدراسة . وهذا الاتجاه يمثله استخدام اختبار ( ت ) لمقارنة الأزواج الممكنة من المتوسطات . ويكون عدد المقارنات الممكنة بين أزواج المتوسطات

$$= \frac{K(K-1)}{2} \text{ حيث } K \text{ هي عدد المجموعات .}$$

وإذا استخدمنا هذه الطريقة بعد إجراء تحليل التباين فإنها تستخدم متوسط مربعات الخطأ فى المقارنات حيث يكون الخطأ المعيارى .

$$= \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times \frac{2}{n}}{n}} \text{ (فى حالة تساوى المجموعات)}$$

وطريقة اختبار ( ت ) بهذا الأسلوب تسمى بطريقة Lsd

Least Square Differences وهي الطريقة التى توصل إليها فيشر عام

١٩٤٨ .

مثال ( ٢ ) : إذا كانت لدينا دراسة تحتوى أربع مجموعات حجم كل منها ٢٠ فرداً ، وكانت متوسطات المجموعات الأربع هي : ١٠، ١٠،٥٤، ١٢،٨٦ ، و١٧، ٧، ونتائج تحليل التباين كما بالجدول ( ٩ - ٣ ) .



جدول ( ٩ - ٣ ) تحليل التباين الاحادى لدرجات أربع مجموعات

مصدر التباين	مجموع المربعات	د. ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
بين المجموعات	٣٢٧,٩٨	٣	١٠٩,٣٣	٨,١٩	دالة عند مستوى ٠,٠٠١
الخطأ	١٠١٤,٦٥	٧٦	١٣,٣٥		
الكلى	١٣٤٢,٦٣	٧٩			

فاذا ما استخدمنا طريقة Lsd (أو اختبارات ) فانها تجرى المقارنات

$$\text{المتعددة بين عدة أزواج من المتوسطات عددها ( هنا ) } = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

وباستخدام مستوى الدلالة ٠,٠٥ فان خطأ النوع الاول فى المقارنة الواحدة = ٠,٠٥ وخطأ النوع الاول فى مقارنتين = ١ - ( ٠,٠٥ - ١ ) = ٠,٠٩٧٥ وخطأ النوع الأول فى حانة ثلاث مقارنات = ١ - ( ٠,٠٥ - ١ ) = ٠,١٤٣

أما خطأ النوع الأول فى الدراسة كلها = ١ - ( ٠,٠٥ - ١ ) = ٠,٢٦٥

وتستخدم هذه الطريقة متوسط مربعات الخطأ ( ١٣,٣٥ ) فى حساب الخطأ

$$\text{المعيارى للمقارنات} = \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times 2}{n}}$$

ومنطقة الثقة ( منطقة قبول الفرض الصفري ) =  $\pm$  ت الجدولية  $\times$  الخطأ المعيارى وذلك لتساوى المجموعات .

أما فى حالة اختلاف عدد أفراد كل مجموعة فانها تحسب خطأ معيارى

لكل مقارنة حيث تستخدم  $\left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)$  بدلا من  $\left( \frac{2}{n} \right)$  فى القانون السابق

(Kramer, 1956). كما أقترح كرامر ايضا إمكانية استخدام الوسط التوافقى إذا كانت المجموعات مختلفة الاحجام وهو :

$$n' = k \div \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots + \frac{1}{n_k} \right)$$

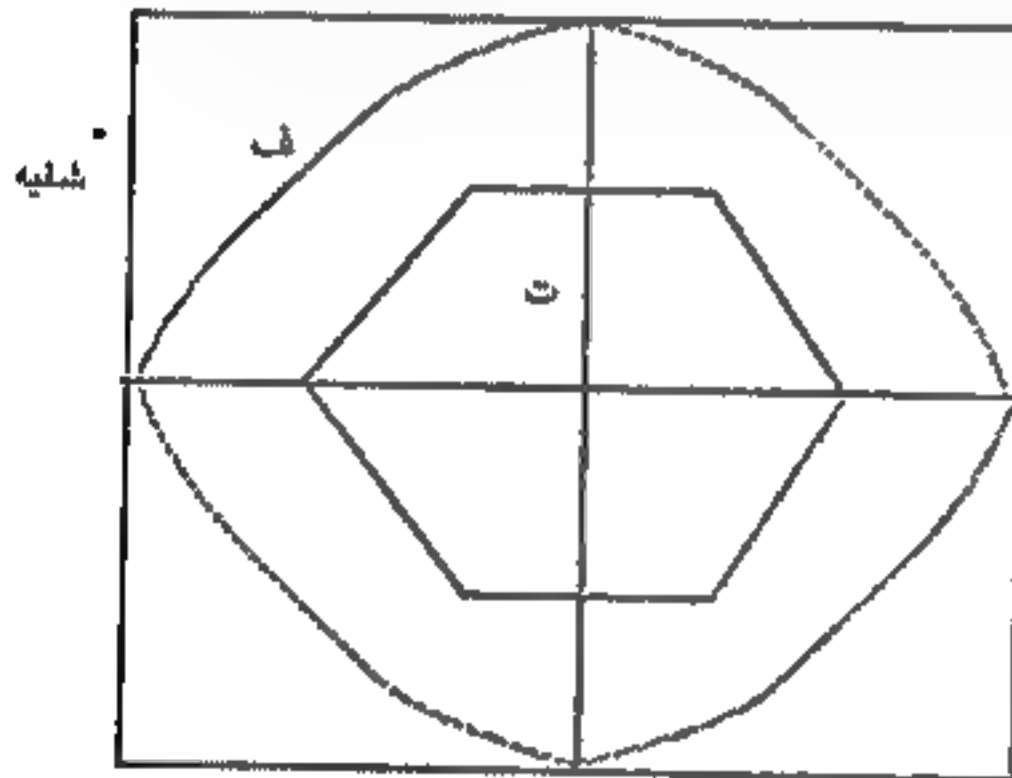
$$\sqrt{1,235} = \frac{2}{20} \times 12,35 = 1,235 \quad (\text{المثال ٢})$$

$$1,100 =$$

وتحدد منطقة قبول الفرض الصفري بالحدود  $\pm$  ت (٧٦، ٠،٥٥)  $\times$  الخطأ المعياري

$$1,100 \times 1,993 \pm = 2,2 \pm \text{ عند مستوى } 0,05$$

ويمكن تمثيل هذه المنطقة بالشكل السداسي الموضح ، وهي تعادل ٠,٧٣٥ من المساحة الكلية للتوزيع المشترك للمقارنات الست . ويحتوي الشكل السداسي على جميع القيم المحتملة لقبول الفرض الصفري ( عدم اختلاف المتوسطات )



والمساحة المتبقية هي  $1 - 0,735 = 0,265$  وهي منطقة الخطأ في قبول الفرض الصفري وهي تسمى خطأ النوع الأول . ولكي نقلل من خطأ النوع الأول ( ٠,٢٦٥ ) فيجب أن نزيد مساحة الشكل السداسي حتى تشمل جزءا كبيرا من التوزيع المشترك.

شكل (٩-١) العلاقة بين اختبارات ، ف ، شفيه في منطقة قبول الفرض الصفري

وهذا ما نقوم به طرق

المقارنات المتعددة المختلفة ، وهو محاولة ضبط خطأ النوع الأول في الدراسة كلها . وأي طريقة تقرر زيادة المساحة المذكورة ( ٠,٧٣٥ ) فإنها تقلل من خطأ التحرية وخطأ المقارنة الواحدة .

يرى ( Games, 1971 ) أننا إذا طبقنا اختبار (ت) ، (ف) ، شفيه على المثال السابق (٢) فإننا نحصل على مساحات قبول فرض العدم كما هي موضحة بالشكل ( ٩ - ١ ) حيث تدل مساحة الشكل السداسي على المساحة التي يحددها

اختبار (ت) لجميع المقارنات الممكنة وهي ٠,٧٣٥ ، أما المساحة المحددة بالقطع الناقص فيه تدل على مساحة قبول الفرض الصفري باستخدام تحليل التباين (اختبار ف) وهي تمثل ٠,٩٥ من التوزيع المشترك للمجموعات الأربع ، وأي نقطة داخل القطع الناقص تمثل عدم اختلاف متوسطات المجموعات . ومن ثم فإن تحليل التباين لضبط خطأ النوع الأول ( عند المستوى المطلوب ) . ومن الواضح أن مساحة القطع الناقص أكبر من مساحة الشكل السداسي ، ومعنى هذا أنه يمكن التوصل الى فروق بين المتوسطات باستخدام اختبارات بينما تكون غير مختلفة باستخدام اختبار (ف) ، ويتمثل هذا في المساحة المحصورة بين القطع الناقص والشكل السداسي . إلا أن اختبار (ف) لا يستطيع أن يخبرنا عن مقارنات الثنائية .

٢ - الاتجاه الثاني يرى بان نحدد خطأ التجربة كلها ( لجميع المقارنات الممكنة لأزواج المتوسطات ) بالقيمة الفا  $\alpha$  . ويؤدي هذا إلى تقليل خطأ المقارنة الواحدة كلما زاد عدد المقارنات ، وهذا ما تقوم به طريقة توكي Tukey والتي أطلق عليها اسم طريقة المقارنات الصادقة Honestly Significant Difference ( Petinovich & Hardck, 1969 )

وتستخدم طريقة توكي جدول خاص بها مستنتج من جدول (ت) . وفي مثالنا السابق فإن قيمة توكي الجدولية في حالة عدد المتوسطات = ٤ ، درجات الحرية = ٧٦ هي ٣,٧٢٤ عند مستوى ٠,٠٥ وتسمى هذه الجداول باسم Studenti Zed Range.

$$\begin{aligned} & \text{وتحدد منطقة قبول الفرض الصفري بالحدود } q \pm (0.05, 76, 4) \times \text{الخطأ} \\ & \text{المعياري} \\ & \frac{13.35}{20} \times 3.724 \pm = \\ & 0.817 \times 3.724 \pm = \\ & 3.043 \pm = \end{aligned}$$

ومن الواضح أنها تحدد منطقة أكبر من منطقة اختبار (ت) ، وهي تمثل مساحة ٠,٩٥ من التوزيع المشترك للمجموعات الأربع . وهذه الطريقة تضبط خطأ الدراسة كلها عند ٠,٠٥ وبالتالي تقلل خطأ المقارنة مما يؤدي الى زيادة مساحة منطقة قبول الفرض الصفري ( ٣,٠٤٣ بدلا من ٢,٣٠ ) ولذلك فهي

منخفضة Conservative أكثر من اختبار (ت) . وإذا مثلنا هذه المنطقة بيانياً فإنها تكون على شكل سداسي أكبر من الشكل المبين في حالة اختبار (ت) ولكنه أقل من حدود طريقة شفيه

٣ - الاتجاه الثالث يرى بتحديد خطأ التجربة كلها لجميع المقارنات الممكنة لأزواج المتوسطات ولأي مقارنات أخرى محتملة بين المتوسطات . ومثال ذلك مقارنة متوسط المجموعة الأولى (م<sub>١</sub>) مع متوسطي المجموعتين الثانية والثالثة ، ومع متوسطي المجموعتين الثانية والرابعة ، وهكذا . وكذلك مقارنة م<sub>١</sub> مع ١/٣ (م<sub>١</sub> + م<sub>٢</sub> + م<sub>٣</sub>) ، وهكذا وقد تصل عدد هذه المقارنات إلى عدد كبير جداً وربما غير محدود . ولهذا السبب تسمى طريقة شفيه الطريقة الأكثر تحفظاً More Conservative عن الطرق الأخرى ، فهي تضع حداً أعلى لخطأ النوع الأول هو ألفا (α) ، وقد لا تصل الدراسة كلها إلى هذا المستوى المحدد، وبالتالي فإن خطأ النوع الأول للمقارنة الواحدة يقل كثيراً عن طريقة توكي مما يزيد من قوة اختبار شفيه عن الطرق الأخرى .

وتحدد منطقة قبول الفرض الصفري عند شفيه من المعادلة

$$\begin{aligned} \text{المدى} &= \pm \sqrt{(1 - \alpha) \times F \text{ الجدولية} \times \text{الخطأ المعياري}} \\ &= \pm \sqrt{(1 - \alpha) \times F \text{ الجدولية} \times \frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times 2}{n}} \end{aligned}$$

حيث ك هي عدد المجموعات ، ف تستخرج من جداول ف بدرجات حرية المجموعات والخطأ ( ١ - ك ) ، ( ن - ك ) . وينطبق طريقة شفيه على المثال السابق ( مثال ٢ ) فإن حدود منطقة قبول الفرض الصفري ( مدى شفيه )

$$\begin{aligned} \pm &= \sqrt{(1 - 0.05) \times F(0.05, 76, 3) \times \frac{2 \times 13.35}{20}} \\ &= \sqrt{(1 - 0.05) \times 2.73 \times 3 \times \frac{2 \times 13.35}{20}} \\ &= \pm 10.9, 24 \end{aligned}$$

مدى شفيه  $\pm 3.31$  عند مستوى ٠.٠٥

ومن الواضح أن طريقة شفيه تحدد مساحة أكبر من المساحة التي تحددها

طريقة توكي لقبول الفرض الصفري ، وهذا هو السبب في كونها أكثر تحفظا . ويتصح تمثيل منطقة شفيه بيانيا بالمستطيل الخارجى المبين بالشكل ( ٩ - ١ ) . ويدل الشكل على أن طريقة شفيه أكثر تحفظا من جميع طرق المقارنات المتعددة ، كما أنه يدل على إمكانية وجود فروق دالة باستخدام اختبار (ف) بينما لا تتوصل طريقة شفيه الى أية فروق دالة ، ويرجع السبب في ذلك إلى المساحة الأكثر لمنطقة قبول الفرض الصفري عند شفيه عنها في اختبار (ف) .

وطريقة شفيه هي الطريقة الوحيدة التي تسمح بمقارنة متوسط مجموعة مع دالة خطية من المجموعات الأخرى ( كما ذكرنا سابقا ) ، إلا أن كثير من تلك المقارنات قد لا يكون لها معنى مثل المقارنة :

مع ( ٣<sup>٢</sup>/٤ + ٣<sup>١</sup>/٤ ) ليس لعل معنى ، وبالتالي فإن تحفظ طريقة شفيه يزيد عن الحد المطلوب .

٤ - الاتجاه الرابع مرتبط بطريقة بونفرونى Bonferroni والتي تسمى أحيانا طريقة صن ( Dunn, 1961 ) ، وهي تحدد حدا أعلى لخطأ النوع الأول ألفا في الدراسة كليا لكل المقارنات التي يرغب فيها الباحث . بمعنى أن الباحث يحدد أولا عدد المقارنات التي يرغب فيها ثم يوزع خطأ الدراسة ( ٠.٠٥ مثلا ) على تلك المقارنات . وتعتمد هذه الطريقة على أنه في أى دراسة فإن احتمال خطأ النوع الأول يجب أن يساوى ( أو يقل عن ) مجموع أخطاء المقارنات كليا .

ويتطابق هذه الطريقة على مثالنا السابق ( ٢ ) في حالة ( أربع مجموعات ) لكننا نرغب في إجراء ثلاث مقارنات فقط ( ٣ مع ٣ ، ٣ مع ٣ ، ٣ مع ٣ ) ،

فإن قيمة خطأ النوع الأول لكل مقارنة  $\alpha = \frac{0.05}{3} = 0.0166$  ثم نستخرج قيمة

ت الجدولية عند مستوى دلالة ٠.٠١٦٦ ولأنه لا يوجد في جدول (ت) مثل هذا المستوى للدلالة ، فقد وضع صن Dunn جداول خاصة لتوزيع (ت) تستخدم لهذا الغرض من المقارنات وتسمى جداول بونفرونى . ت (٠.٠١٦٦، ٣) = ٢.٤٤٨٤ .

ونكون حدود منطقة قبول الفرض الصفري بطريقة بونفرونى في حالة إجراء ثلاث مقارنات كما هي محددة

$$= \pm t_{(0.0166, 3)} \times \sqrt{\frac{2}{n} \times \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$\frac{2}{20} \times 13.35 \sqrt{2.4484 \pm} =$$

$$2.83 \pm = 1.100 \times 2.4484 \pm =$$

أما في حالة ست مقارنات  $3.13 \pm = 1.100 \times 2.71 \pm =$

ومن الواضح أن هذا المدى يحدد منطقة أقل من طريقتي توكي وشفيه ، ولكنها اكبر من طريقة Lsd ، والسبب في ذلك هو اختلاف مستوى الدلالة لكل مقارنة ، إلا أن هذه المساحة تمثل ٠.٩٥ من التوزيع المشترك للمجموعات . ومعنى هذا أن طريقة بونفروني متحفظة بعض الشيء ، وأكثر قوة من اختبار (ت) وشفيه وإذا إقترب عدد المقارنات من عدد المجموعات فإن طريقة بونفروني أكثر قوة من طريقة شفيه ، أما إذا كان عدد المقارنات أكبر من عدد المجموعات فإن طريقة شفيه تكون أكثر قوة من طريقة بونفروني (Games, 1971; Keppel, 1973).

٥ - الاتجاه الخامس يمثل طريقتي المقارنات المتتابعة Sequential وهما طريقتي نيومان - كولز Newman-Keuls ، ودنكان Duncan وتستخدم الطريقتان على تقسيم المقارنات الى خطوات متتابعة .

(أ) طريقة نيومان - كولز وهي تحدد خطأ الدراسة وخطأ المقارنة في كل خطوة من خطوات المقارنات ، وتعتمد الخطوات على عدد المجموعات .. فإذا كان في الدراسة خمس مجموعات وكان الترتيب التصاعدي للمتوسطات الخمس  $م_٢ ، م_٣ ، م_٤ ، م_٥ ، م_٦$  بمعنى أن  $م_٢$  أقل المتوسطات  $م_٦$  أعلى المتوسطات ، فإن الخطوة الاولى تهتم بمقارنة  $م_٢$  مع المتوسطات الاربعة الأخرى . والخطوة الثانية لمقارنة  $م_٣$  مع المتوسطات  $م_٤ ، م_٥ ، م_٦$  ، والخطوة الثالثة لمقارنة  $م_٤$  مع  $م_٥ ، م_٦$  ، والخطوة الرابعة والاخيرة لمقارنة  $م_٥$  مع  $م_٦$  فقط ويكون عدد المقارنات الكلي

$$ك (ك - ١) = \frac{٤ \times ٥}{٢} = ١٠$$

وتستخدم في كل خطوة من الخطوات الأربع مستوى دلالة  $\alpha$  . ولكن إذا تم قبول الفرض الصفرى في أحد الخطوات فلانقوم باجراء الخطوة التالية لها ومن ثم تقل عدده المقارنات .

وينطبق هذه الطريقة على المثال السابق ( مثال ٢ ) فإن الخطوة الاولى هي حساب حدود منطقة قبول الفرض الصفري ( تساوي متوسطات المجموعات الاربعة ) وهي :

المدى  $Q \pm = (0.05, 76, 4) \times \text{الخطأ المعياري}$  (وهي مشابهة لمدى توكي ونستخدم نفس الجداول).

$$\begin{aligned} & \frac{13.35}{20} \sqrt{20} \times 3.724 \pm = \\ & 0.817 \times 3.724 \pm = \\ & 3.043 \pm = \end{aligned}$$

وهي نفس القيمة في حالة استخدام طريقة توكي ومقارنة هذه الحدود مع فروق متوسطات المجموعات الأربعة

( ١٠ ، ١٠.٥٤ ، ١٢.٨٦ ، ٧.١٧ ) حيث يكون الترتيب التصاعدي هو  $\mu_1$  ،  $\mu_2$  ،  $\mu_3$  ،  $\mu_4$  نجد أن فروق المتوسطات عن  $\mu_1$  ( اكبر متوسط ) هي : ٢.٨٦ ، ٥.٦٩ ، ٢.٣٢ مما يدل على رفض الفرض الصفري ( لوجود فرق هو ٥.٦٩ اكبر من الحدين  $3.043 \pm$  ) . وعليه فأننا نجرى الخطوة التالية حيث تكون حدود الخطوة الثانية

$$Q \pm = (0.05, 76, 3) \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$2.77 \pm = 0.817 \times 3.39 \pm =$$

ثم نقارن هذه القيمة مع فروق المتوسطات الثلاثة = ( ١٠ ، ١٠.٥٤ ، ١٢.٨٦ ) وهي ( ٢.٨٦ ، ٥.٥٤ ) وينضح وجود فرق اكبر من حدى منطقة قبول الفرض الصفري . وبالتالي نجرى الخطوة الثالثة

حدود منطقة قبول الفرض الصفري ( مدى نيومان كولز )

$$Q \pm = (0.05, 76, 2) \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$0.817 \times 2.822 \pm =$$

$$2.31 \pm =$$

وهي نفس القيمة في حالة اختبار LSD أو اختبارات .وبمقارنة هذه القيمة مع الفرق بين متوسطي  $\bar{m}$  ،  $\bar{m}$  وهو ٢,٣٢ نستنتج وجود فرق دال بين متوسطي المجموعتين الثانية والثالثة .

(ب) أما طريقة دنكان Duncan وهي مشابهة لطريقة نيومان كولز في اجراء المقارنات على خطوات متتابعة أيضا ، حيث تحدد مستوى الدلالة في كل مقارنة = الفا  $\alpha$  ولا تتوقف عند أى خطوة بل تستمر الى نهاية الخطوات ، كما أنها لا تهتم بخطأ النوع الأول في الدراسة كلها . وعليه فان خطأ النوع الأول في طريقة دنكان اكبر منه في أى طريقة أخرى وهي مشابهة لطريقة LSD. وتستخدم طريقة دنكان جدول خاص بها يسمى Duncan Multiple Range وتكون حدود قبول الفرض الصفري في الخطوة الاولى.

$$D \pm = (ك، د، ح، ٠,٠٥، ٠) \times \text{الخطأ المعياري.}$$

ويتطبيق طريقة دنكان على مثالنا السابق ( مثال ٢ ) فان :

$$\text{مدي دنكان ( للخطوة الأولى ) } D \pm = (٠,٠٥، ٧٦، ٤) \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$٢,٤٥٥ \pm = ٠,٨١٧ \times ٣,٠٥ \pm =$$

ومن الواضح أنها أصغر من مدي نيومان كولز في الخطوة الاولى

$$\text{مدي دنكان ( للخطوة الثانية ) } D \pm = (٠,٠٥، ٧٦، ٣) \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$٠,٨١٧ \times ٢,٩٦٨ \pm =$$

$$٢,٤٢٥ \pm =$$

$$\text{مدي دنكان ( للخطوة الثالثة ) } D \pm = (٠,٠٥، ٧٦، ٢) \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$٠,٨١٧ \times ٢,٨١٨ \pm =$$

$$٢,٣٠ \pm =$$

٦ - الاتجاه السادس يحدد خطأ الدراسة كلها بمستوى الفا عند مقارنة مجموعة ضابطة مع عدة مجموعات تجريبية وهي تعرف باسم طريقة صننت Dunnett ويكون عدد المقارنات ( ك - ١ ) فقط ، وتستخدم هذه الطريقة جدول خاص بها . وتكون منطقة قبول الفرض الصفري عند مقارنة أى من المجموعات التجريبية مع المجموعة الضابطة هي :



$$qD \pm = \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times 2}{n}} \times (\alpha, \text{د}, (1-\alpha))$$

وبالتطبيق على المثال (٢) بافتراض أن المجموعة الرابعة هي مجموعة ضابطة ومتوسطها هو ٧,١٧ فتكون حدود منطقة قبول الفرض الصفري بطريقة صنت

$$qD \pm = (\alpha, \text{د}, (1-\alpha)) \times \sqrt{2} \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$1,100 \times 2,422 \pm =$$

$$2,80 \pm =$$

ثم نقارن هذه القيمة مع الفروق بين متوسط المجموعة الضابطة ومتوسطات المجموعات التجريبية . ومن الواضح أن هناك اختلافات جوهرية بين طرق المقارنات المتعددة السابقة . بشأن تحديد خطأ النوع الأول في الدراسة والذي يؤدي إلى نتائج مختلفة باختلاف الطرق المذكورة .

#### مقارنة الطرق المختلفة :

ومن مقارنة نتائج استخدام هذه الطرق مع مثالنا الموضح نجد أن حدى منطقة قبول الفرض الصفري في كل منها تختلف عن الأخرى ، مما يؤدي إلى قرار مختلف عن النتائج ( نتائج مختلفة ) . وبمقارنة المدى في كل طريقة عند استخدام عدد مختلف من المجموعات ( ٢ ، ٣ ، ٤ ) مع فروق المتوسطات ( جدول ٩ - ٤ ) فإن النتائج يوضحها الجدول ( ٩ - ٥ ) .

جدول ( ٩ - ٤ ) فروق المتوسطات

	٢	٣	٤	
٢	٥,٦٩	٢,٣٧	٢,٨٣	٤
٣	٢,٨٦	٠,٥٤	-	١
٤	٢,٣٢	-	-	٢

جدول ( ٩ - ٥ )

نتائج استخدام عدة طرق للمقارنات المتعددة للمتوسطات

الطريقة	المدى في حالة المجموعات			قرار النتائج
	٢	٣	٤	
- اختبار (ت) LSD أو	٢,٢٠	٢,٢٠	٢,٢٠	فروق بين جميع المتوسطات ماعدا م١ ، م٢
- دنكان	٢,٢٠	٢,٤٢٥	٢,٤٥٥	فروق بين جميع المتوسطات ماعدا م١ ، م٢
- نيومان كولز	٢,٣١	٢,٧٧	٣,٠٤٢	فروق بين جميع المتوسطات ماعدا م١ ، م٢ وكذلك م١ ، م٤
- توكي	٣,٠٤٢	٣,٠٤٢	٣,٠٤٢	فروق بين م١ ، م٤ وكذلك م١ ، م٤ فقط
- شفیه	٢,٣١	٢,٣١	٢,٣١	فروق بين م١ ، م٤ وكذلك م١ ، م٤ فقط
- بونفروني	٢,٣١	٢,٨٣	٣,١٢	فروق بين م١ ، م٤ وكذلك م١ ، م٤ فقط (عند إجراء ٦ مقارنات)
- ضنت	٢,٨٠	٢,٨٠	٢,٨٠	فروق بين م١ ، م٤ ، وكل من م١ ، م٢ ، م٣ بافتراض أن المجموعة الرابعة ضابطة

وقد ناقش هارتر (Harter, 1957) وكذلك كل من واينر (Winer, 1972) وإدواردز (Edwards, 1968) وجلاس وستانلي (Glass & Stanley, 1970) مقارنة الطرق المختلفة. حيث حاول هارتر مقارنة تلك الطرق بحساب مستوى الخطأ من النوع الثاني (B) وتوصل إلى وجود فروق في قوة الطرق المختلفة باختلاف تحقيق الافتراضات الأساسية (الاعتدالية والتجانس) وخاصة الطرق التي تعتمد على توزيع (ت) وهي: دنكان ونيومان كولز، وتوكي، وضنت، أما طريقة شفیه والتي تعتمد على توزيع (ف) فإنها لا تتأثر بالحيد عن الافتراضات الأساسية حيث أثبتت عدة دراسات (Edwards, 1968; Winer, 1972; Keppel, 1973) أن اختبار (ف) لديه القدرة على الحفاظ على مستوى الخطأ من النوعين الأول والثاني عند ما تخالف البيانات الافتراضات الأساسية، وهذا ما يعرف باسم Robustness. أما اختبار (ت) فإنه يعطي قيما خاطئة إذا ما اختلفت أحجام

العيبات ( بدرجة كبيرة ) ، أو كان توزيع الدرجات غير معتدل ، أو كانت المجموعات غير متجانسة .

وقد استخدم بترينوفيتش وهارديك ( Petrinovch & Hardyck, 19690 ) ثلاث مجموعات أحجامها تتراوح بين ١٠ ، ٣٠ مختارة من مجتمع يتوزع توزيعاً معتدلاً ، ومتجانسة . ووجد أن مستوى الخطأ في الدراسة كلها متقارب بين الطرق المختلفة ما عدا اختبار (ت) ، ففي حالة اختبار (ت) وجد أن خطأ النوع الأول = ٠,١٢٨ ، في حين أنه يساوي ٠,٠٩٨ وفي طريقة دنكان . أما طريقتي نيومان كولز ونوكي فقد وجد أن خطأ النوع الأول = ٠,٠٥٤ بينما لم تصل في طريقة شفیه الى ٠,٠٥ واستنتج بترينوفيتش وهارديك أن حجم العينة لا يؤثر على النتائج طالما أن الافتراضات الأساسية ( الاعتدالية ، والتجانس ) متوافرة .

ففي حالة التوزيع المعتدل وتجانس المجموعات الثلاث ، كان مستوى خطأ النوع الأول لكل الطرق أقل من ٠,٠٥ ما عدا اختبار (ت) وصل الى ٠,١١٩ وفي حالة اختلاف تباين المجموعات ( عدم التجانس ) كانت طريقة شفیه أفضل الطرق المستخدمة . وزيادة عدد المجموعات من ٣ الى ١٠ وجد أن الاختلاف في طريقتي (ت) ودنكان ، حيث وصل خطأ النوع الأول باستخدام اختبار (ت) الى ٠,٧٣١ ( في حالة ١٠ مجموعات ) كما بلغ ٠,٣٥٣ باستخدام طريقة دنكان ، في حين أن الطرق الأخرى لم تتعدى المستوى المحدد ( ٠,٠٥ ) .

وعند حساب خطأ النوع الثاني (  $\beta$  ) ، باستخدام مجموعات أحجامها في حدود ٣٠ فرداً ، وجد أن الفرق بين الطرق يعتمد على حجم الفرق بين المتوسطات وقد وجد أن طرق (ت) ، ونيومان كولز ، ودنكان تؤدي الى خطأ أقل من الطرق الأخرى إذا كان الفرق بين المتوسطات كبيراً .

ويوصي بترينوفيتش وهارديك بعدم استخدام طرق المقارنات المتعددة إذا كان حجم المجموعة في حدود ١٠ أفراد إذا كان الباحث مهتماً بمستوى خطأ النوع الثاني أو قوة الاختبار . كما يقل خطأ النوع الثاني إذا كان كانت المجموعات غير متساوية في الحجم ، ولكنه يزداد في حالة التجانس أو صغر حجم المجموعات ، وكل هذا يؤدي الى ضعف قوة الاختبار .

وفي حالة عدم التجانس وعدم تساوي المجموعات فقد وجد زيادة في خطأ النوع الأول وخطأ النوع الثاني ، وكانت طريقة شفیه هي أفضل الطرق . أما طرق (ت) ، ودنكان ، ونيومان كولز فقد كان الخطأ فيها أعلى مما هو متوقع .

### أختيار الطريقة المناسبة من طرق المقارنات المتعددة :

من الملاحظ أن مستخدمى طرق المقارنات المتعددة يقعون فى حيرة كبيرة عند اختيارهم لطريقة دون الأخرى . ولكننا سوف نقدم مقترحات قد تفيد فى هذا الشأن وهى :

١ - تعطى بعض الطرق مستوى عال من النتائج الخاطئة أو مستوى عال من خطأ النوع الأول اكثر من المطلوب مثل طريقتى (ت) ، ودنكان .

كما أن طريقة نيومان كولز تميل للاقتراب من طريقة دنكان . فإذا كان الباحث لا يهتم بمستوى خطأ النوع الاول فيستطيع استخدام أى من هذه الطرق الثلاث ، أو بمعنى آخر إذا كان الباحث يرغب فى التوصل لأية فروق بين المجموعات فيمكنه استخدام أى من هذه الطرق ( ولتكن دنكان مثلاً ) .

٢ - إذا كان حجم المجموعة اكبر من ١٥ فيمكن الاختيار بين طريقتى توكى وشفيه وذلك لأن مسترى خطأ الثانى فيهما متقارب (petrinovich & Har dyck, 1969). وقد أوصى شفيه (Scheffe, 1959) باستخدام طريقة توكى فى حالة عدم وجود فروق دالة من طريقة شفيه . وبصفة عامة فى هذه الحالة يفضل استخدام طريقة توكى لأن طريقة شفيه متحفظة اكثر من اللازم .

٣ - لا تتأثر طريقتى توكى وشفيه كثيراً بالحيد عن الافتراضات الاساسية (الاعتدالية ، والتجانس ) أو عدم تساوى المجموعات إلا إذا كانت المجموعات غير منساوية وكان تباين المجموعة الصغيرة اكبر من تباين المجموعة الكبيرة ، عندئذ فلا توجد طريقة تصلح للمقارنات المتعددة ، كما أن تحليل التباين لا يمكن استخدامه بسبب عدم التجانس الواضح . ويكون الحل فى هذه الحالة هو تحويل الدرجات أولاً باستخدام أحد التحويلات المختلفة قبل اجراء تحليل البيانات .

٤ - إذا كان حجم المجموعة أكبر من ٢٠ وكانت عدد المقارنات بين المتوسطات أقل من عدد المقارنات الممكنة  $\left[ \frac{k(k-1)}{2} \right]$  فيفضل استخدام طريقة بونفرونى ، لأنها اكثر قوة فى هذه الحالة عن طريقتى توكى وشفيه .

٥ - إذا كانت المقارنات بين مجموعات تجريبية ومجموعة ضابطة فيفضل استخدام طريقة صننت Dunnett لأنها اكثر ملائمة لهذه الحالة .

مثال (٣) : أجرى باحث دراسة لمقارنة خمس مجموعات من ذوى  
لاحتياجات الخاصة فى مفهوم الذات وكانت البيانات كما بالجدول ( ٩ - ٦ )  
جدول ( ٩ - ٦ )

درجات خمس مجموعات من ذوى الاحتياجات الخاصة فى مفهوم الذات

مجموعة (١)	مجموعة (٢)	مجموعة (٣)	مجموعة (٤)	مجموعة (٥)
٧	٥	٧	٦	٤
٥	٧	٤	٨	٣
٤	٨	٢	٩	٥
٢	٦	٢	٧	٢
٦	٩	٣	٦	٢
٣	٤	٥	٧	٥
٥	٧		٨	٤
٦	٦			

١ - نحسب مجموع درجات المجموعات وهى ٣٩، ٥٢، ٢٤، ٥١، ٢٦ وكذلك  
المجموع الكلى = ١٩٢ .

٢ - نحسب مجموع مربعات الدرجات مج س =  $٧^2 + ٥^2 + ٢^2 + ٦^2 + ٤^2 + \dots + ٣^2 + ٥^2 + ٦^2$   
= ١١٥٦

٣ - نحسب مجموع المربعات الكلى = مج س -  $\frac{(\text{مج س})^2}{ن}$

$$= ١١٥٦ - \frac{(١٩٢)^2}{٣٦} = ١٣٢$$

٤ - نحسب مجموع مربعات المجموعات =

$$\frac{(١٩٢)^2}{٣٦} - \frac{(٢٦)^2}{٧} + \frac{(٥١)^2}{٧} + \frac{(٢٤)^2}{٦} + \frac{(٥٢)^2}{٨} + \frac{(٣٩)^2}{٨}$$

$$= ٦٨٢٧$$

$$٥ - \text{مجموع مربعات الخطأ} = ١٣٢ - ٦٨,٢٧ = ٦٣,٧٣$$

٦ - نضع البيانات في جدول تحليل التباين ونحسب متوسط المربعات ، وقيمة ف جدول ( ٩ - ٧ )

جدول تحليل التباين الأحادي بين مجموعات ذرى الاحتياجات الخاصة في مفهوم الذات

مصدر التباين	مجموع المربعات	د. ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
المجموعات	٦٨,٢٧	٤	١٧,٠٦٨	٨,٣٠	دالة عند مستوى ٠,٠٠١
الخطأ	٦٣,٧٣	٣١	٢,٠٥٦		
الكل	١٣٢	٣٥			

٧ - نوجد قيمة ف الجدولية وهي ف ( ٠,٠٠١, ٣١, ٤ ) = ٤,٧٣ وهي أقل من القيمة المحسوبة فتكون ف ( ٨,٣٠ ) دالة عند مستوى ٠,٠٠١ وهي تعلى وجود فروق دالة بين متوسطات المجموعات . وللتأكد من شرط التجانس نحسب

$$\text{نسبة هارتلي} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{٣,٢٠}{١,٢٤} = ٢,٥٨$$

بدرجات حرية ( ٧, ٤ ) وهي غير دالة ( لأن  $F\text{-max} = ٨,٤٤$  ) ومن ثم يتحقق فرض التجانس . والآن نحن بصدد اجراء المقارنات المتعددة بين متوسطات المجموعات وهي : ٤,٨٧٥ ، ٦,٥ ، ٤ ، ٧,٢٨٦ ، ٣,٧١٤

وهنا يمكن استخدام طرق دنكان ، أوتوكي ، أو شففيه ، أو بونفروني . واستخدام طريقة دنكان في حالة رغبة الباحث في التوصل إلى أيه فروق أما الطرق الثلاث الأخرى فهي مناسبة للمثال المذكور .

$$\text{وقبل إجراء المقارنات نحسب الخطأ المعياري} = \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ}}{ن}}$$

ولأن المجموعات مختلفة فنوجد الوسط التوافقي لاهجام المجموعات وهو

$$n' = k \div \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} \right)$$

$$= \left( \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) \div 5 =$$

$$7,12 = 0,702 \div 5 =$$

$$\text{والخطأ المعياري} = \sqrt{\frac{2,056}{7,12}} = 0,537$$

$$\left( \text{لاحظ أن عدد المقارنات الممكنة} = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ مقارنات} \right)$$

وإذا استخدمنا طريقة دنكان فإنها تتطلب أربع خطوات

مدى دنكان للخطوة الأولى  $D \pm (0,05, 31, 5) \times \text{الخطأ المعياري}$

$$= 1,72 \pm 0,537 \times 3,20 \pm =$$

مدى دنكان للخطوة الثانية  $D \pm (0,05, 31, 4)$

$$= 1,675 \pm 0,537 \times 3,12 \pm =$$

مدى دنكان للخطوة الثالثة  $D \pm (0,05, 31, 3)$

$$= 1,632 \pm 0,537 \times 3,04 \pm =$$

مدى دنكان للخطوة الرابعة  $D \pm (0,05, 31, 2)$

$$= 1,552 \pm 0,537 \times 2,89 \pm =$$

ثم نقارن هذه القيم مع فروق المتوسطات وسوف نوضح ذلك بعد إجراء طرق المقارنات الأخرى.

وإذا استخدمنا طريقة توكي فإن

مدى توكي  $q \pm (0,05, 31, 5) \times \text{الخطأ المعياري}$

$$= 2,198 \pm 0,537 \times 4,094 \pm =$$

**وباستخدام طريقة شففيه فان المدي =**

$$\pm \frac{(K-1) \times \text{متوسط مربعات الخطأ} \times 2}{N}$$

$$Y_{.5AA} \pm \sqrt{\frac{Y \times Y_{.07}}{Y_{.12}} \times Y_{.7A} \times (1 - 0)} \sqrt{\pm}$$

**أما طريقة بونغروني فإن المدي =**

$$\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ} \times 2}{n} \pm t(0.005, 21.5) \times$$

$$\frac{7 \times 7.07}{7.12} \sqrt{7.22 \pm -}$$

$$0.074 \times 2.0 \times 22 \pm 0.001$$

$1.44 \pm 0.04$

جدول (٩ - ٨) نتائج فروق المتوسطات وطرق المقارنات المتعددة

الطريقة				المتوسطات					
بونفرونس	شقيه	توكي	ونكان	٤٨	٢٨	١٨	٣٨	٥٨	
١,٧٤٧	٢,٤٨٨	٢,١٩٨	١,٧٢٠	٣,٥٧٢	٢,٧٨٦	١,١٦١	٠,٢٨٦	—	٥٨ ٣,٧١٤
			١,٦٧٥	٣,٢٨٦	٢,٥٠٠	٠,٨٧٥	—		٢٨ ٤,٠٠٠
			١,٦٣٢	٢,٤١١	١,٦٢٥	—			١٨ ٤,٨٧٥
			١,٥٥٢	٠,٧٨٦	—				٢٨ ٦,٠٠٠
			—	—					٤٨ ٧,٢٨٦







الفصل العاشر  
تحليل التباين  
الثنائي والثلاثي والعامل  
Two-Way and Facorial ANOVA





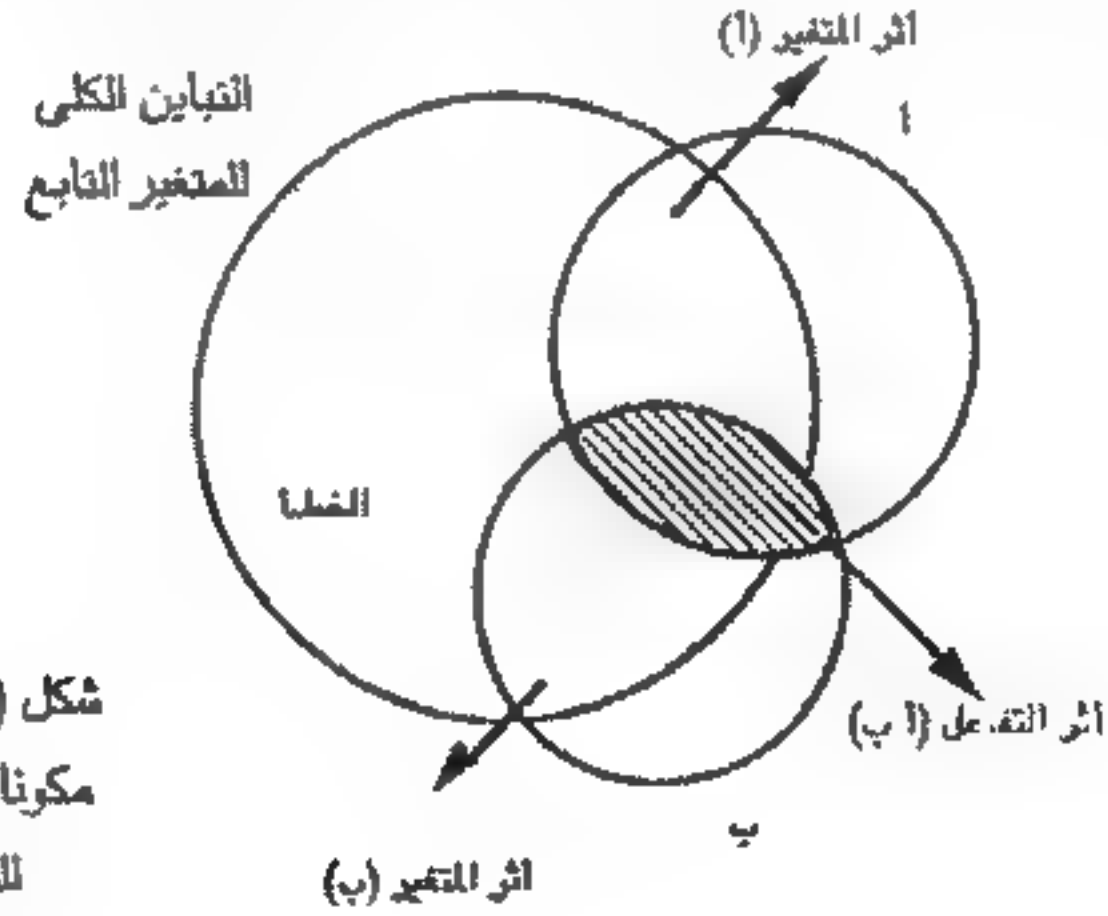
## الفصل العاشر

### تحليل التباين الثنائي

### والثلاثي والعامل

يستخدم تحليل التباين الأحادي في تحليل بيانات متغير مستقل واحد ومتغير تابع. ويكون المتغير المستقل متغيراً تصنيفياً يتضمن مستويين (مجموعتين) أو أكثر، ويتم إجراء التحليل لبحث الفروق بين متوسطات درجات المجموعات في المتغير التابع. ومعنى آخر يكون الاهتمام بدراسة العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع.

أما تحليل التباين الثنائي Two-Way Anova فيستخدم في تحليل بيانات متغيرين مستقلين (أ، ب مثلاً) بكل منهما مستويين (أو مجموعتين) على الأقل، ومتغير تابع. ويكون الاهتمام ببحث الفروق بين متوسطات درجات مجموعات كل متغير مستقل والذي يطلق عليه اسم الأثر الأساسي Main effect على المتغير التابع، بالإضافة إلى بحث أثر التفاعل بين المتغيرين المستقلين (أ، ب) على المتغير التابع. وهنا ينقسم تباين المتغير التابع إلى أربعة أقسام: وتباين يرجع للمتغير المستقل أ، وتباين يرجع للمتغير المستقل ب، وتباين يرجع للتفاعل بين المتغيرين المستقلين (أ، ب)، وأخيراً تباين الخطأ (شكل ١٠ - ١).



شكل (١٠-١) يوضح  
مكونات التباين الكلي  
للمتغير التابع

وافتراضات تحليل التباين الثنائي هي نفس افتراضات تحليل التباين الاحادي وهي : العشوائية ، والاستقلالية في اختيار المجموعات ، والتوزيع الاعتدالي لدرجات المتغير التابع ، وتجانس المجموعات .

ويوجد في تحليل التباين الاحادي فرض صفري واحد عن تساوي متوسطات المجموعات ، أما في تحليل التباين الثنائي فتوجد ثلاثة فروض صفرية : فرض صفري للمتغير المستقل ( أ ) ، وآخر للمتغير المستقل ( ب ) ، وثالث للتفاعل بين المتغيرين المستقلين .

والمفهوم الجديد في تحليل التباين الثنائي ( والثلاثي أيضا ) هو مفهوم التفاعل بين المتغيرين المستقلين وهو تفاعل ثنائي .

#### التفاعل : Interaction

يحدث التفاعل بين متغيرين مستقلين عندما يكون أثر مستويات المتغير المستقل ( أ ) غير متنسق مع مستويات المتغير المستقل ( ب ) . بمعنى أنه إذا كان لدينا برنامجين للعلاج النفسي ، وكان أحدهما فعالاً مع الذكور والثاني فعالاً مع الإناث ، فهنا يوجد تفاعل بين البرنامج وجنس المريض .

أي أن التفاعل يحدث عندما يكون تأثير أحد المتغيرين المستقلين معتمداً على مستويات المتغير المستقل الثاني .

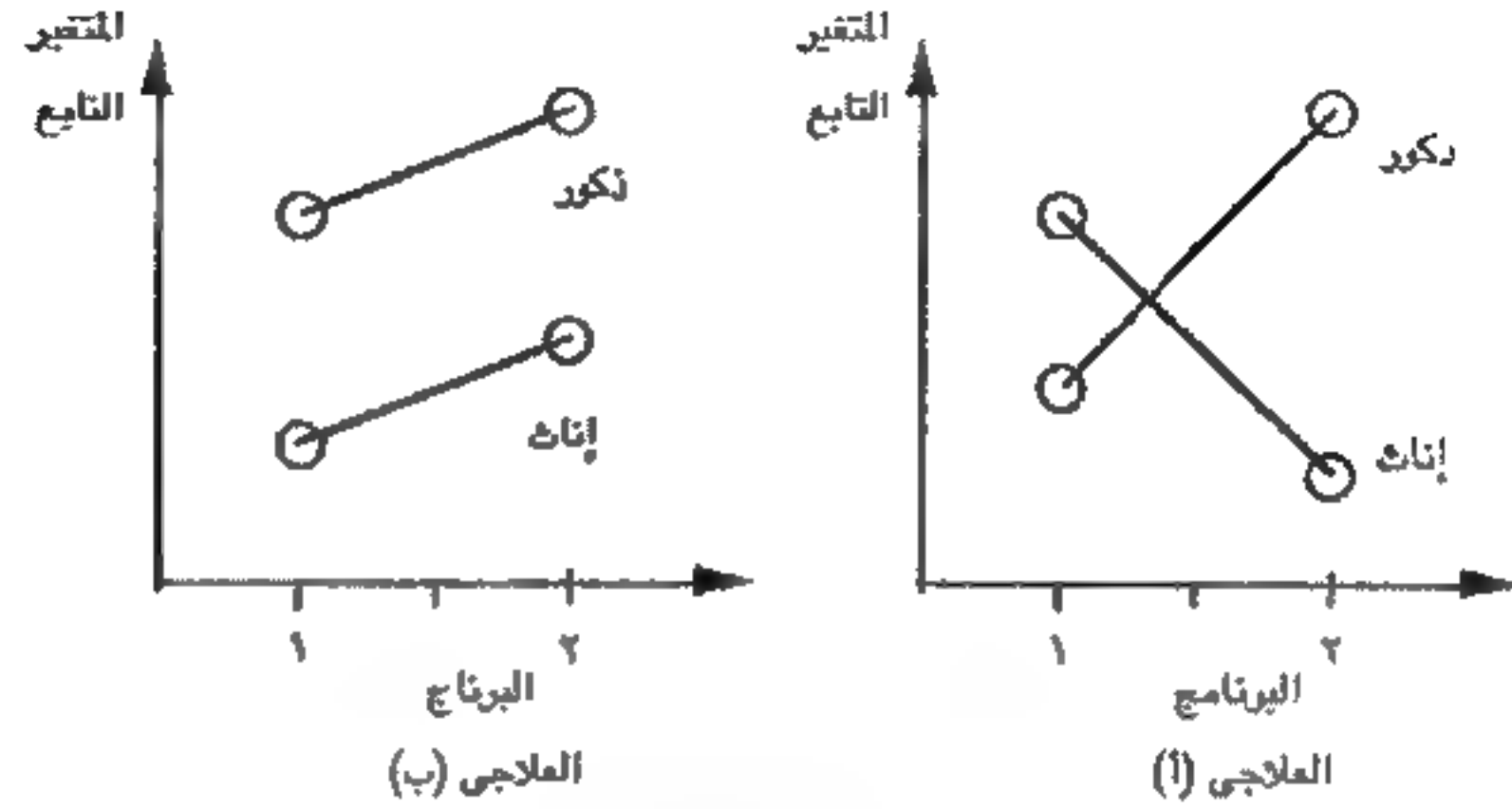
ويدل التفاعل على الأثر المشترك للمتغيرين المستقلين على المتغير التابع والذي لا يمكن معرفته من الأثر الاساسي لكل متغير مستقل بفرده . ويتطلب تحليل التفاعل مقارنة الفروق بين متوسطات الخلايا وليس الاثر الاساسي ( Kiess, 1989 : 358 )

وعند وجود تفاعل ثنائي دال فإن هذا يعني أن أثر كل متغير مستقل يختلف باختلاف مستويات المتغير المستقل الثاني ، وبالتالي يصعب تفسير الأثر الاساسي للمتغير المستقل بمعزل عن تفسير التفاعل .

ويستلزم التفسير هنا رسم بياني أو توضيحي لمتوسطات الخلايا المرتبطة بمستويات كل متغير مستقل . أما إذا كان التفاعل غير دال فيكون الأمر سهلاً ويتم تفسير أثر كل متغير مستقل على وحده ( Kiess, 1989:374 ) .

ويوضح التفاعل المدى الذي يعتمد فيه أثر متغير مستقل على مستويات

المتغير المستقل الثاني . وإذا مثلنا التفاعل بيانيا باستخدام متوسطات الخلايا للمثال المذكور عن البرامج العلاجية للمرضى ( شكل ١٠ - ٢ ) فقد يكون هناك تفاعلا بين المتغيرين المستقلين إذا تقاطع خطى مستوى متغير الجنس للبرنامجين .



شكل (١٠ - ٢) التفاعل بين البرامج العلاجية والجنس

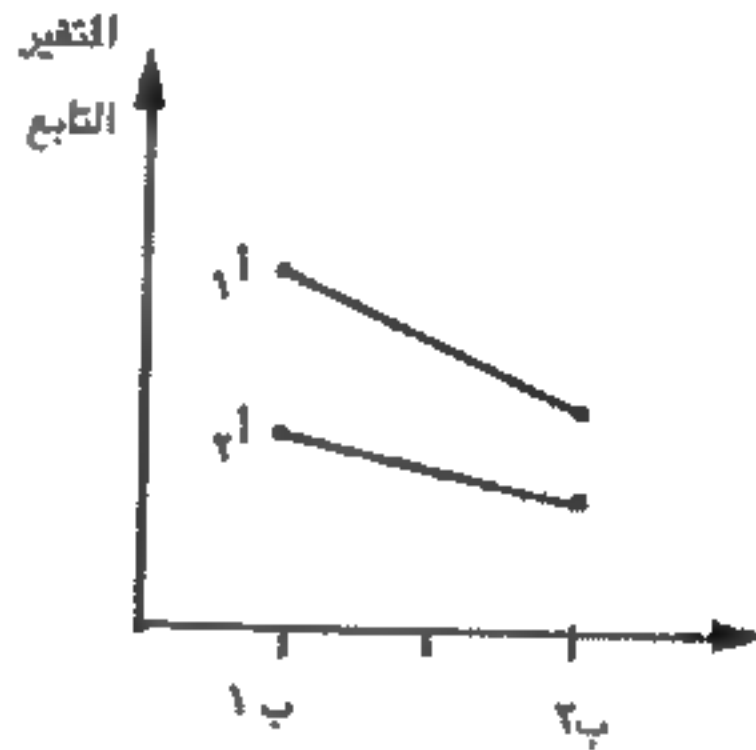
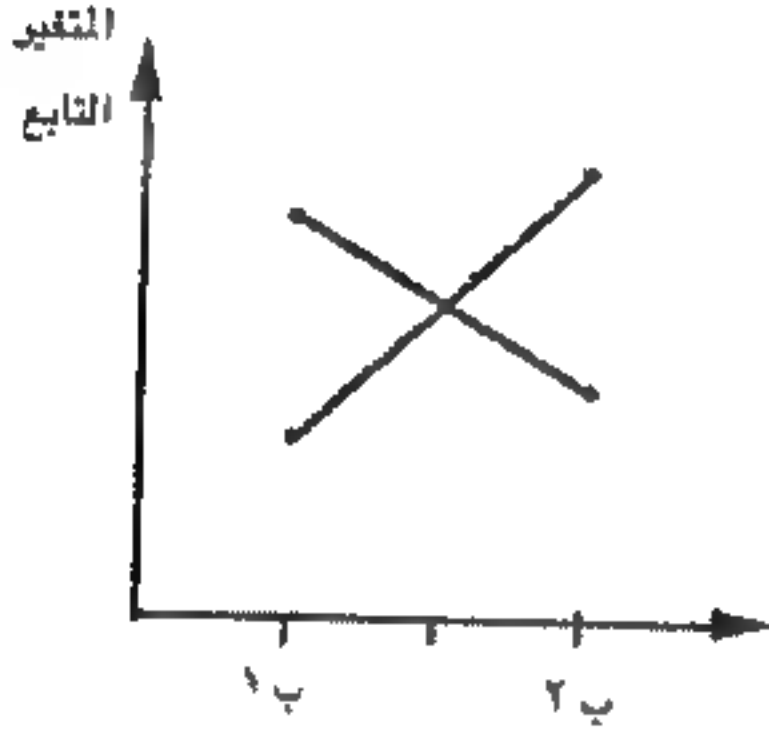
ويوضح الشكل ( ١٠ - ٢ أ ) إختلاف نتيجة برنامجى العلاج باختلاف جنس المرضى ، ويدل ذلك على وجود تفاعل بين البرامج والجنس .

أما الشكل ( ١٠ - ٢ ب ) فيوضح أن نتيجة البرنامجين متشابهة للجنسين حيث يبدو أن البرنامج الثانى أفضل من الأول للذكور والإناث ، ولذلك نجد أن مستوى الجنس ( ذكور ، إناث ) متوازيان . وعليه فإن توازى الخطوط يدل على عدم وجود تفاعل ( Ferguson & Takate, 1989: 278 )

وقد لا يكون التوازى صحيحا فى الواقع ، فقد يعتمد الخططين قليلا عن التوازى ، وهذا الحيد عن التوازى يقدر جزئيا بنسبة من أخطاء المعاينة . ودرجة الحيد عن التوازى تقاس من مجموع مربعات التفاعل ، ويكون مجموع هذه المربعات مساويا للصفر فى حالة التوازى التام ، واكبر من الصفر فى حالة عدم التوازى . فإذا قسمنا مجموع مربعات التفاعل على درجات الحرية ينتج متوسط مربعات التفاعل . ويقال هذا المتوسط بالنسبة الى خطأ المعاينة ( متوسط مربعات الخطأ ) فى حالة غياب التفاعل . أما إذا كان مرتفعا عن خطأ المعاينة فيدل على وجود تفاعل .

كما أن مجموع مربعات التفاعل هو مجموع مربعات انحرافات متوسطات الخلايا عن المتوسط العام مقارنة مع مجموع مربعات كل متغير من المتغيرين المستقلين . فإذا تساوى مجموع مربعات الخلايا مع مجموع مربعات المتغيرين المستقلين فلا يوجد تفاعل ، أما إذا كان أكبر منهما فيوجد تفاعل ( Ferguson & Takane, 1989 : 279 )

وهناك نوعان من التفاعل الترتيبي Ordinal وغير ترتيبي Disordinal (GLASS & STANLEY, 1970 : 410 - 411) والتفاعل الترتيبي هو التفاعل الذى يظل فيه ترتيب متوسط درجات مستويات أحد المتغيرين المستقلين كما هو لكل فئة من فئات المتغير الثانى ، فإذا كان لدينا متغيرين مستقلين أ ، ب وكل منهما مستويين ، فإن وضع أ ، أ<sub>1</sub> فى حالة ب<sub>1</sub> يظل كما هو فى حالة ب<sub>2</sub> ، ونفس الشيء وضع ب<sub>1</sub> ، ب<sub>1</sub> يظل كما هو فى حالة أ<sub>1</sub> أو أ<sub>2</sub> . فإذا كانت أ<sub>1</sub> أكبر من أ<sub>2</sub> عند المستوى ب<sub>1</sub> فإن أ<sub>1</sub> تكون أكبر من أ<sub>2</sub> عند المستوى ب<sub>2</sub> أيضا ( شكل ١٠ - ١٣ ) .



شكل (١٠-١٣) تفاعل ترتيبي      شكل (١٠-١٣) تفاعل غير ترتيبي

أما التفاعل غير الترتيبي فهو الذى يتغير فيه ترتيب متوسط درجات مستويات أحد المتغيرين المستقلين لكل فئة من فئات المتغير المستقل الثانى . ويتضح من الشكل ( ١٠ - ١٣ ) أن متوسط درجات أ<sub>1</sub> عند المستوى ب<sub>1</sub> يختلف عنه عند ب<sub>2</sub> ، وكذلك متوسط درجات أ<sub>2</sub> عند ب<sub>1</sub> ، ب<sub>2</sub> ، مما يؤدي الى تقاطع خطى المتوسطين .

ومعنى هذا أنه فى التفاعل غير الترتيبي تتقاطع الخطوط البيانية للمتوسطات أما فى التفاعل الترتيبي فلا يحدث تقاطع . وبالطبع فى حالة عدم



وحدود تفاعل يكون الخطان متوازيين كما ذكرنا سابقاً (Glass & Stanley, 1970 : 408)

### خطوات تحليل التباين الثنائي :

يتم اجراء تحليل التباين الثنائي باتباع خطوات مشابهة لتلك المستخدمة في تحليل التباين الاحادي باستثناء الخطوات المتعلقة بحساب التفاعل الثنائي . فاذا كان لدينا متغيرين مستقلين ( أ ، ب ) ومتغير تابع فاننا نتبع الخطوات التالية لتحليل التباين الثنائي :

- ١ - إيجاد مجموع درجات مجموعات المتغير المستقل الاول
  - ٢ - حساب مجموع درجات المتغير المستقل الثاني
  - ٣ - حساب مجموع درجات كل خلية ، والمجموع الكلي ( مج س ) .
  - ٤ - حساب مجموع مربعات الدرجات ( مج س<sup>٢</sup> )
  - ٥ - استخدام ناتج الخطوتين ٣ ، ٤ في حساب مجموع المربعات الكلي
- $$= \text{مج س}^2 - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$
- ٦ - حساب مجموع مربعات مجموعات المتغير المستقل الاول .
  - ٧ - حساب مجموع مربعات مجموعات المتغير المستقل الثاني .
  - ٨ - حساب مجموع مربعات الخلايا ( المتغير المستقل الأول × المتغير المستقل الثاني )
  - ٩ - نوجد مجموع مربعات التفاعل = مجموع مربعات الخلايا - مجموع مربعات مجموعات المتغير المستقل الاول - مجموع مربعات مجموعات المتغير المستقل الثاني
  - ١٠ - نوجد مجموع مربعات الخطأ = مجموع مربعات الكلي - مجموع مربعات الخلايا
  - ١١ - نكون جدول تحليل التباين ونحسب متوسط مربعات التباين
  - ١٢ - نحسب النسبة الفائية للمتغيرين المستقلين والتفاعل بقسمة متوسط مربعات كل منها على متوسط مربعات الخطأ .
  - ١٣ - نقارن النسب الفائية المحسوبة بما يقابلها من جدول توزيع ف بدرجات الحرية المناسبة ومستوى الدلالة المطلوب . وإذا وجدت فروق دالة لأحد المتغيرين المستقلين أو كليهما نجرى المقارنات المتعددة بين المتوسطات

مثال (١) : أجرى باحث دراسة لتوعية أربع مجموعات من العاملين والطلبة عن الحقوق السياسية للمرأة ويوضح الجدول التالي بيانات الدراسة

جدول ( ١٠ - ١ )

النوع	مج ١ (معلمون)	مج ٢ (موظفون)	مج ٣ (عمال)	مج ٤ (طلبة)
ذكور	٩	١٥	١٢	١٥
	١٢	١٠	١٢	١٤
	٨	١٤	١٥	١٧
إناث	٨	١٢	١٢	١٨
	٧	١١	٩	١٥
	١٢	٩	١٠	١٣

ويتضح من البيانات وجود متغيرين مستقلين هما : النوع ( الجنس ) ، والمجموعة ، ولإجراء التحليل نقوم بحساب مجموع الدرجات والمربعات المذكورة في الخطوات الأربع الأولى ونضعها في جدول ( ١٠ - ٢ ) التالي

جدول ( ١٠ - ٢ )

النوع	المجموعة		مج ١	مج ٢	مج ٣	مج ٤	المجموع الكلي
	ن	مج س	٦	٦	٥	٥	٢٢
ذكور	٥٦	٦٨	٦٤	٧٧	٢٢	٢٦٥	
إناث	٦٠	٦٣	٤٦	٧٦	٢٢	٢٤٥	
	١١٦	١٣١	١١٠	١٥٣	٤٤	٥١٠	
المجموع الكلي	١٢٠٤	١٥١١	١٢٧٢	٢٣٦١	٦٣٤٨		

ولا اختبار فرض تجانس الجنسين فإن :

$$F = \frac{10,14}{9,85} = 1,03 \text{ وهي غير دالة}$$

أما تجانس المجموعات فإن :

$$F = \frac{\text{أكبر تباين}}{\text{أصغر تباين}} = \frac{7,54}{2,23} = 3,38 \text{ بدرجات حرية (4, 12)}$$

$$\text{حيث } F = \text{Max} = 4,79$$

ومن ثم تم التحقق فرض التجانس للمجموعات

$$5 - \text{مجموع المربعات الكلي} = \text{مج س}^2 - \frac{(\text{مج س})^2}{N}$$

$$= \frac{(510)^2}{44} - 6348 = 436,64$$

$$\text{بدرجات حرية} = N - 1 = 44 - 1 = 43$$

$$6 - \text{مجموع مربعات النوع} = \frac{(\text{مج س}_1)^2}{N_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{N_2} - \frac{(\text{مج س})^2}{N}$$

حيث (  $N_1$  ،  $\text{مج س}_1$  ) للذكور ، (  $N_2$  ،  $\text{مج س}_2$  ) للإناث بينما  $N$  ،  $\text{مج س}$  هي للمجموع الكلي .

$$\text{مجموع مربعات النوع} = \frac{(265)^2}{22} + \frac{(245)^2}{22} - \frac{(510)^2}{44}$$

$$= 3192,045 + 2728,409 - 5911,364$$

$$= 9,09 \text{ بدرجة حرية} = 2 - 1 = 1$$

$$٧ - \text{مجموع مربعات المجموعات} = \frac{\sum (\text{مج س}_1)^2}{n_1} + \frac{\sum (\text{مج س}_2)^2}{n_2}$$

$$+ \frac{\sum (\text{مج س}_3)^2}{n_3} + \frac{\sum (\text{مج س}_4)^2}{n_4} - \frac{\sum (\text{مج س})^2}{N}$$

( لاحظ أن  $n_1, n_2, n_3, n_4$  هي أحجام المجموعات الأربع ، بينما

$\text{مج س}_1, \text{مج س}_2, \text{مج س}_3, \text{مج س}_4$  هي مجموع درجات المجموعات )

$$\text{مجموع مربعات المجموعات} = \frac{\sum (110)^2}{10} + \frac{\sum (131)^2}{12} + \frac{\sum (116)^2}{12}$$

$$+ \frac{\sum (152)^2}{10} - \frac{\sum (510)^2}{44}$$

$$= 1121.23 + 1430.08 + 1210 + 2340.9 - 5911.36 =$$

$$= 190.95 \text{ درجات حرية} = 4 - 1 = 3$$

$$٨ - \text{مجموع مربعات الخلايا} = \frac{\sum (\text{مج س}_1)^2}{n_1} + \frac{\sum (\text{مج س}_2)^2}{n_2}$$

$$+ \dots + \frac{\sum (\text{مج س}_r)^2}{n_r} - \frac{\sum (\text{مج س})^2}{N}$$

لاحظ أن  $n_1, n_2, \dots, n_r$  هي أعداد الأفراد في كل خلية كما أن

$\text{مج س}_1, \text{مج س}_2, \dots, \text{مج س}_r$  هي مجموع درجات الأفراد في كل خلية

$$\text{مجموع مربعات الخلايا} = \frac{\sum (56)^2}{6} + \frac{\sum (68)^2}{6} + \frac{\sum (74)^2}{5} + \frac{\sum (77)^2}{5}$$

$$+ \frac{\sum (60)^2}{6} + \frac{\sum (63)^2}{6} + \frac{\sum (46)^2}{5} + \frac{\sum (76)^2}{5} - \frac{\sum (510)^2}{44}$$

$$= 522.67 + 770.67 + 819.2 + 1185.8 + 600 + 661.5 + 423.2 =$$

$$+ 1155.2 - 5911.36 =$$

$$= 226.88 \approx 5911.36 - 6138.24 \text{ بدرجات حرية } = 8 - 1 = 7$$

٩ - مجموع مربعات التفاعل = مجموع مربعات الخلايا - مجموع مربعات النوع  
- مجموع مربعات المجموعات

$$= 190.95 - 9.090 - 226.88 =$$

$$= 26.84$$

بدرجات حرية = د ح للنوع  $\times$  د ح للمجموعات =  $3 \times 1 = 3$

١٠ - مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلية - مجموع مربعات الخلايا

$$= 436.64 - 226.88 =$$

$$= 209.76$$

بدرجات حرية = د ح الكلية - د ح الخلايا =  $43 - 7 = 36$

١١ - نضع مجموع المربعات لكل مصدر في جدول تحليل التباين الثنائي ثم نحسب متوسط مربعات النوع والمجموعات والتفاعل.

١٢ - نحسب قيمة ف لكل من النوع والمجموعات والتفاعل بينهما بقسمة متوسط مربعات كل منها على متوسط مربعات الخطأ ، فتكون قيم ف هي ١.٥٦ ، ١.٥٤ ، ١٠.٩٢ على الترتيب .

## جدول ( ١٠ - ٣ )

تحليل التباين الثنائي ( النوع  $\times$  المجموعات ) في درجات الاتجاه  
نحو الحقوق السياسية للمرأة .

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
النوع	٩,٠٩	١	٩,٠٩	١,٥٦	غير دال
المجموعات	١٩٠,٩٥	٣	٦٣,٦٥	١٠,٩٢	دال عند ٠,٠٠١
التفاعل (النوع $\times$ المجموعات)	٢٦,٨٤	٣	٨,٩٥	١,٥٤	غير دال
الخطأ	٢٠٩,٧٦	٣٦	٥,٨٣		
الكل	٤٣٦,٦٤	٤٣			

١٣ - نقارن قيم ف المحسوبة بالقيم الجدولية ، حيث قيم ف الجدولية هي : للنوع ف (٠,٠٥, ٣١, ١) = ٤,١٣ وهي اكبر من القيمة المحسوبة ( ١,٥٦ ) و للمجموعات ف (٠,٠٥, ٣١, ٢) = ٢,٨٨ وهي أقل من القيمة المحسوبة (١٠,٩٢) . وعليه فإننا نستخرج ف الجدولية عند مستوى ٠,٠١ وهي :

ف (٠,٠١, ٣١, ٢) = ٤,٤٠ وهي أقل من القيمة المحسوبة أيضا

فإننا توافرت جداول ف عند مستوى دلالة ٠,٠٠١ فإننا نستخرج قيمة

ف (٠,٠٠١, ٣١, ٢) وهي تساوي ٦,٧٨ وبالطبع من النادر توافر جداول ف عند مستوى ٠,٠٠١

أما قيمة ف الجدولية للتفاعل فإننا نكتفي بقيمة ف (٠,٠١, ٣١, ٢) لأنها اكبر من ف المحسوبة للتفاعل .

ونستنتج من جدول ( ١٠ - ٢ ) عدم وجود فرق دال بين الجنسين ، وجود فروق دالة بين المجموعات عند مستوى ٠.٠٠١ ، وعدم وجود تفاعل دال ، وهذا يسهل عملية التفسير . أما في حالة وجود تفاعل دال فإننا نبحث عن متوسطات الخلايا ومتوسطات كل مجموعة من المجموعات ولكل من الجنسين حتى يمكن تفسير التفاعل ويتطلب هذا أيضا رسم شكل بياني لمتوسطات الخلايا .

ولكن في هذا المثال فلا يوجد تفاعل دال فيكون أمامنا فقط تفسير الفروق الموجودة بين مجموعات المتغير المستقل الثاني ( المجموعات ) حيث لا يوجد فرق دال بين الجنسين .

ولبحث الفروق بين المجموعات نجرى اختبار للمقارنات المتعددة بين متوسطات المجموعات باستخدام إحدى طرق المقارنات المتعددة ولكن طريقة شفیه مثلا .

$$\text{مدى شفیه} = \sqrt{\frac{(1 - \alpha) \times F \times \text{متوسط مربعات الخطأ} \times 2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 5.83 \times 2.88 \times (1 - 0.05)}{10.91}}$$

حيث ١٠.٩١ هي الوسط التوافقي لأحجام المجموعات ( ١٢ ، ١٠ ، ١٠ ، ١٠ )

$$\text{مدى شفیه} = \sqrt{9.234} = 3.04$$

ثم نكون جدول الفروق بين متوسطات المجموعات الأربع ونقارنها بمدى شفیه

جدول ( ١٠ - ٤ )  
الفروق بين المتوسطات ومدى شفیه

المتوسط	١م	٢م	٣م	٤م	مدى شفیه
١م (٩.٦٧)	—	١.٢٥	١.٢٣	٥.٦٣	3.04
٢م (١٠.٩٢)	—	—	٠.٠٨	٤.٣٨	
٣م (١١)	—	—	—	٤.٣٠	
٤م (١٥.٣)	—	—	—	—	

ويتضح من جدول فروق المتوسطات ومقارنتها بمدى شفيه أنه : توجد فروق دالة عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسط المجموعة الرابعة وبين كل من متوسطات المجموعات الأولى والثانية والثالثة . أى أن البرنامج أكثر فعالية مع مجموعة الطلبة عن مجموعات المعلمين والموظفين والعمال بمستوى دلالة ٠,٠٥ وحجم التأثير ( تأثير المجموعات على التوعية بالحقوق السياسية للمرأة ) هو :

$$\text{مربع إيتا} = \frac{\text{مج. مربعات المجموعات} - (ك - ١) \text{ متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مج. المربعات الكلى}}$$

$$= \frac{١٩٠,٩٥ - ٥,٨٣ \times (١ - ٤)}{٤٣٦,٦٤} = \frac{١٧٣,٤٦}{٤٣٦,٦٤} = ٠,٣٩٧$$

وتعنى أن ٣٩,٧ % من التباين فى المتغير التابع يرجع الى المتغير المستقل (المجموعات) وهى تدل على حجم تأثير مرتفع وكذلك مربع أوميجا للمجموعات =

$$(ك - ١) (ف - ١)$$

$$ن + (ك - ١) (ف - ١) + (ك - ١) (ف - ١) + (ك - ١) (ف - ١) + (ك - ١) (ف - ١)$$

حيث ك عدد مجموعات المتغير المستقل الاول ، ف قيمة المقابلة له

ك عدد مجموعات المتغير المستقل الثانى ، ف قيمة المقابلة له .

ف هي قيمة ف للتفاعل .

أو مربع أوميجا للمجموعات =

مجموع مربعات المجموعات - (ك - ١) متوسط مربعات الخطأ

مجموع المربعات الكلى + متوسط مربعات الخطأ

$$= \frac{١٩٠,٩٥ - ٥,٨٣ (١ - ٤)}{٥,٨٣ + ٤٣٦,٦٤} = \frac{١٧٣,٤٦}{٤٤٢,٤٧} = ٠,٣٩٢$$



وتعني أن ٣٩,٢ من تباين المتغير التابع ( الاتجاه نحو الحقوق السياسية للمرأة ) يرجع الى المجموعات. وهي تدل على حجم تأثير مرتفع.

ويمكن حساب حجم التأثير لمتغير النوع والتفاعل أيضا إلا أن عدم دلالة أي منهما تحول دون حساب حجم التأثير لهما .

مثال (٢) : أجرى باحث دراسة عن الفروق بين المستويات الاقتصادية في التوافق الأسري للمتزوجين ذوي التعليم العالي والثانوي.

جدول ( ١٠ - ٥ )

درجات التوافق الأسري حسب نوع التعليم والمستوى الاقتصادي

م. اقتصادي	مرتفع	متوسط	منخفض
تعليم عالي	١٢ ١٠ ١٠	١٤ ١٠	٥ ٨
	١١ ٨	١١ ١٣	٧ ٩
	٩ ١٢	١٠	٨ ٧
تعليم ثانوي	١٢ ٨ ١٥	١٢ ٧	١٠ ٦
	١٠ ١٢ ١٠	٨ ٨	٨ ٧
	٩ ١٤	٩ ٨	٧

ولتحليل البيانات نقوم بإجراء التجميع الأولى للدرجات في كل خلية ولمجموعات المستوى الاقتصادي ، ونوع التعليم ، وكذلك المجموع الكلي للدرجات ( مج س ) ومجموع المربعات ( مج س<sup>٢</sup> ) ونضعهم في جدول ( ١٠ - ٦ ) .

جدول ( ١٠ - ٦ )

المستوى التعليمي	مرتفع	متوسط	منخفض	المجموع الكلي
تعليم عالي	٧٣	٥٨	٦	١٨
تعليم ثانوي	٩٠	٥٢	٥	١٩
المجموع الكلي	١٦٣	١١٠	١١	٢٧
مج س <sup>٢</sup>	١٨٢٣	١١٥٢	٦٣٠	٣٦١٥

ولاختبار فرض تجانس مجموعتي التعليم فان :

$$F = \frac{6,26}{5,62} = 1,11$$

أما تجانس مجموعات المستوى الاقتصادي فان :

$$F = \frac{5,20}{1,87} = 2,78$$

بدرجات حرية ( ١٥،٣ )

$$F - \text{Max} = 3,54$$

وبالتالي يتحقق فرض تجانس مجموعات المستوى الاقتصادي . وحساب مجموع المربعات الكلي وأقسامه المختلفة تكمل خطوات تحليل التباين الثنائي

$$5 - \text{مجموع المربعات الكلي} = \text{مج س}^2 - \frac{(\text{مج س})^2}{N}$$

$$= 3615 - \frac{(355)^2}{27} = 208,92$$

$$6 - \text{مجموع مربعات نوع التعليم} = \frac{(\text{مج س}_1)^2}{N_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{N_2} - \frac{(\text{مج س})^2}{N}$$

$$= \frac{(175)^2}{18} + \frac{(180)^2}{19} - \frac{(355)^2}{27}$$

$$= 1701,39 + 1705,26 - 3406,08 = 0,57$$

$$7 - \text{مجموع مربعات مجموعات المستوى الاقتصادي} =$$

$$\frac{(\text{مج س}_1)^2}{N_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{N_2} + \frac{(\text{مج س}_3)^2}{N_3} - \frac{(\text{مج س})^2}{N}$$

حيث (  $n_1, n_2, n_3$  ) هي أحجام مجموعات المستوى الاقتصادي ، (  $مج_1, مج_2, مج_3$  ) مجموع درجات كل مستوى من المستويات الاقتصادية الثلاثة .

مجموع مربعات مجموعات المستوى الاقتصادي =

$$\frac{^2(355)}{37} - \frac{^2(82)}{11} + \frac{^2(110)}{11} + \frac{^2(163)}{10}$$

$$3406,08 - 611,27 + 1100 + 1771,27 =$$

$$76,46 =$$

$$8 - \text{مجموع مربعات الخلايا} = \frac{^2(مج_1)}{n_1} + \frac{^2(مج_2)}{n_2} + \frac{^2(مج_3)}{n_3}$$

$$\frac{^2(مج_1)}{n_1} + \frac{^2(مج_2)}{n_2} + \frac{^2(مج_3)}{n_3} + \frac{^2(مج_4)}{n_4}$$

حيث (  $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots, n_k$  ) هي أعداد درجات كل خلية ،

(  $مج_1, مج_2, مج_3, \dots, مج_k$  ) هي مجموع درجات الخلايا الست

$$\text{مجموع مربعات الخلايا} = \frac{^2(44)}{6} + \frac{^2(58)}{5} + \frac{^2(73)}{7}$$

$$\frac{^2(355)}{37} - \frac{^2(38)}{5} + \frac{^2(52)}{6} + \frac{^2(90)}{8} +$$

$$1012,0 + 322,67 + 672,8 + 761,29 =$$

$$3406,08 - 288,8 + 450,67 +$$

$$102,60 = 3406,08 - 3508,73 =$$

٩ - مجموع مربعات التفاعل = مجموع مربعات الخلايا - مجموع مربعات التعليم - مجموع مربعات المستوى الاقتصادي

$$= 102,65 - 0,57 - 76,46$$

$$= 25,62$$

١٠ - مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلى - مجموع مربعات الخلايا

$$= 208,92 - 102,65$$

$$= 106,27$$

ثم نضع مجموع المربعات وأقسامه المختلفة في جدول تحليل التباين (٧-١٠) ونكمل الجدول بوضع درجات الحرية لكل قسم من أقسام مجموع المربعات ، ونحسب متوسط المربعات وقيم ف لكل مصدر من مصادر التباين .

جدول ( ٧ - ١٠ ) تحليل التباين الثنائي ( نوع التعليم × المستوى الاقتصادي ) في درجات التوافق الاسرى

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
نوع التعليم	٠,٥٧	١	٠,٥٧	٠,١٧	غير دال
المستوى الاقتصادي	٧٦,٤٦	٢	٣٨,٢٣	١١,١٥	دال عند ٠,٠٠١
التفاعل	٢٥,٦٢	٢	١٢,٨١	٣,٧٣	دال عند ٠,٠٥
الخطأ	١٠٦,٢٧	٣١	٣,٤٣		
الكلى	٢٠٨,٩٢	٣٦			

ثم نقارن قيم ف المحسوبة مع قيم ف الجدولية حيث نجد أن قيمة ف لنوع التعليم غير دالة ( حيث لا توجد ف أقل من الواحد في الجداول ) . أما قيمة ف للمستوى الاقتصادي ( ١١,١٥ ) فهي دالة عند مستوى ٠,٠٠١ لأن ف ( ٢ ، ٣١ ، ٠,٠٠١ ) = ٥,٣٧

بينما قيمة ف للتفاعل دالة عند مستوى ٠.٠٥ لأن  $F(٠.٠٥, ٣١, ٢) =$

٣.٣١

ونستنتج من جدول (١٠ - ٧) عدم وجود فرق دال بين نوعي التعليم في التوافق الأسري ، بينما توجد فروق دالة بين المستويات الاقتصادية في التوافق الأسري عند مستوى دلالة ٠.٠٠١ . ويتطلب هذا إجراء المقارنات المتعددة بين المتوسطات . أما التفاعل فيحتاج حساب . متوسطات الخلايا والمجموعات ورسم شكل بياني قبل تفسير النتائج . ولا نستطيع تفسير الفروق بين المستويات الاقتصادية بدون التفاعل . وسوف نجرى المقارنات المتعددة في هذا المثال باستخدام طريقة توكي

حيث مدى توكي  $Q(٠.٠٥, ٣١, ٢) \times$  الخطأ المعياري

$$= \frac{3.43}{\sqrt{12.07}} \times 3.485$$

حيث  $N$  هي الوسط التوافقي لأحجام المجموعات  $= \left( \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{10} \right) \div 3$

$$= 0.2485 \div 3 = 12.07$$

$$\text{ويكون مدى توكي} = \frac{3.43}{12.07} \times 3.485$$

$$= 0.933 \times 3.485 = 1.86$$

ثم نقارن هذا المدى (١.٨٦) مع الفروق بين متوسطات المستويات الاقتصادية المرتبة تصاعدياً كما بالجدول .

جدول (١٠ - ٨) فروق المتوسطات ومدى توكي

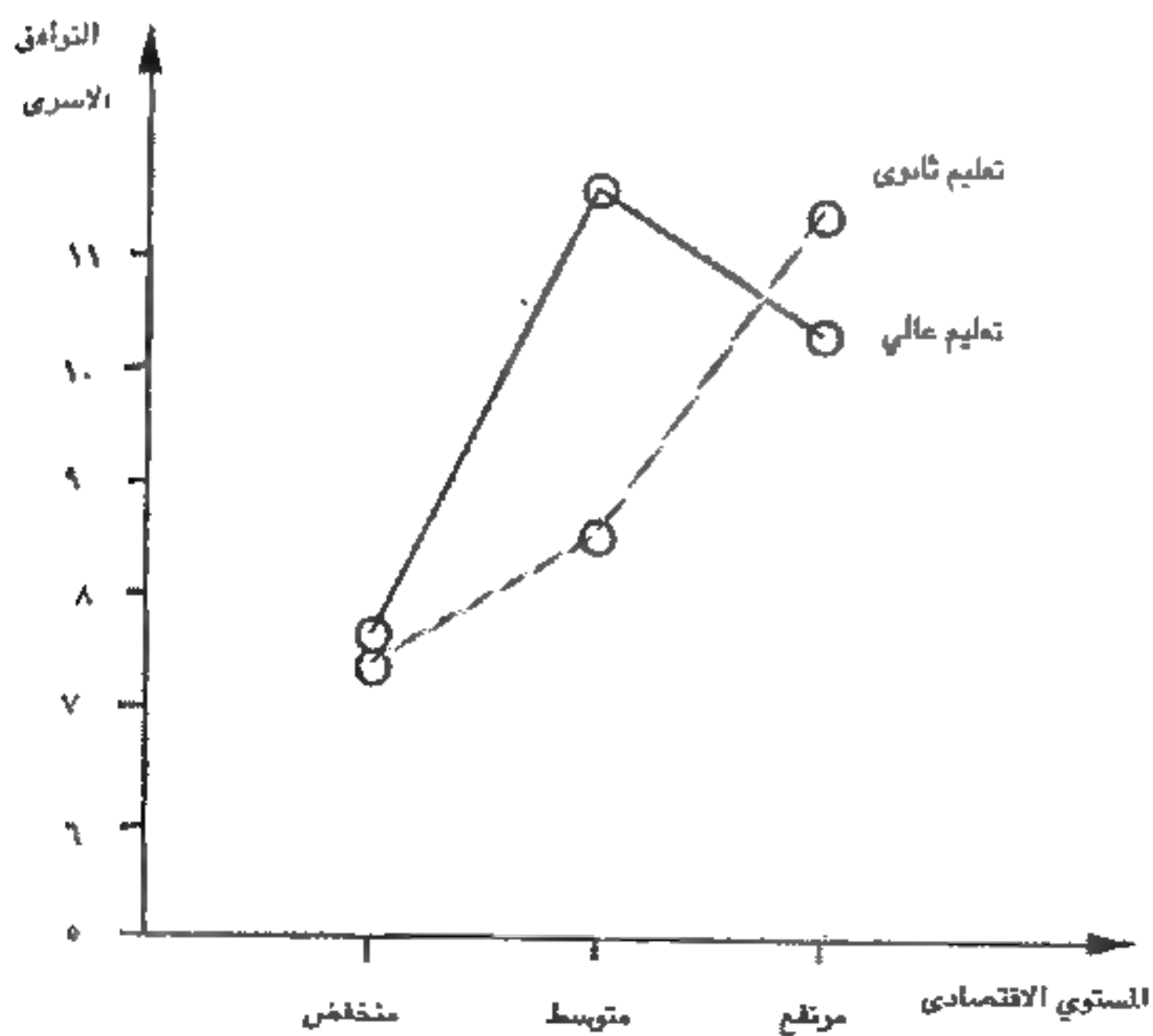
متوسط المستوى	المنخفض	المرتفع	المتوسط	مدى توكي
المنخفض (٧,٤٥)	—	٣,٤٢	٣,٥٥	١,٨٦
المرتفع (١٠,٨٧)		—	٠,١٣	
المتوسط (١١)			—	

ويتضح من الجدول ( ١٠ - ٨ ) وجود فروق دالة بين المستوى الاقتصادي المنخفض وكلا من المستويين المتوسط والمرتفع في التوافق الاسرى عند مستوى ٠,٠٥ بينما لا يوجد فرق دال بين المستويين المتوسط والمرتفع .

ثم نحسب متوسطات الخلايا وهي :  
جدول ( ١٠ - ٩ ) متوسطات الخلايا

المستوى التعليم	مرتفع	متوسط	منخفض
عالي	١٠,٤٣	١١,٦٠	٧,٣٣
ثانوى	١١,٢٥	٨,٦٧	٧,٦

وتوضيح التفاعل يتطلب رسم بياني لمتوسطات الخلايا (شكل ١٠ - ٤)



شكل ( ١٠ - ٤ ) تفاعل نوع التعليم مع المستوى الاقتصادي

ويتضح من الشكل ( ١٠ - ٤ ) أن التفاعل نتج من زيادة متوسط مجموعة المستوى الاقتصادى المتوسط من ذوى التعليم العالى عن ذوى التعليم المتوسط .  
بينما لا توجد فروق دالة بين نوعى التعليم فى حالة المستوى الاقتصادى المرتفع أو المنخفض .

ولوضع الفروق الناتجة عن المقارنات المتعددة للمتوسطات مع التفاعل،  
الموضح بالشكل ( ١٠ - ٤ ) فالتا نستنتج أن :

ذوى المستوى الاقتصادى المرتفع والمتوسط أعلى من ذوى المستوى المنخفض فى التوافق الاسرى كما أن ذوى التعليم العالى والمستوى الاقتصادى المتوسط أفضل من ذوى التعليم الثانوى والمستوى الاقتصادى المتوسط . كما نستطيع استنتاج أن : مجموعتى المستوى الاقتصادى المرتفع ( ذوى التعليم العالى والثانى ) ومجموعة المستوى الاقتصادى المتوسط والتعليم العالى أعلى من مجموعتى المستوى الاقتصادى المنخفض ( تعليم عالى وثانوى ) والمستوى الاقتصادى المتوسط ( تعليم ثانوى ) .

أما حجم التأثير لكل من المستوى الاقتصادى والتفاعل فيتم حسابه كما يلى :

مربع أوميغا للمستوى الاقتصادى =

مجم مربعات المستوى الاقتصادى - ( ك<sub>٢</sub> - ١ ) متوسط مربعات الخطأ

مجم المربعات الكلى + متوسط مربعات الخطأ

حيث ك<sub>٢</sub> هى عدد المستويات الاقتصادية

$$= \frac{76.46 - 3.43 \times (1 - 3)}{3.43 + 208.92} = \frac{69.6}{212.35} = 0.328$$

وتعنى أن ٣٢.٨ ٪ من تباين التوافق الاسرى يرجع الى المستوى الاقتصادى ، وهى تدل على حجم تأثير مرتفع .

مربع أوميغا للتفاعل =

مجم مربعات التفاعل - ( ك<sub>١</sub> - ١ ) ( ك<sub>٢</sub> - ١ ) متوسط مربعات الخطأ

مجم المربعات الكلى + متوسط مربعات الخطأ

حيث  $k$  عدد مستويات نوع التعليم ،  $k_p$  عدد المستويات الاقتصادية

$$\text{مربع أوميغا للفاعل} = \frac{3,43 \times (1-2)(1-3) - 20,62}{3,43 + 20,892}$$

$$0,088 = \frac{18,76}{212,35} =$$

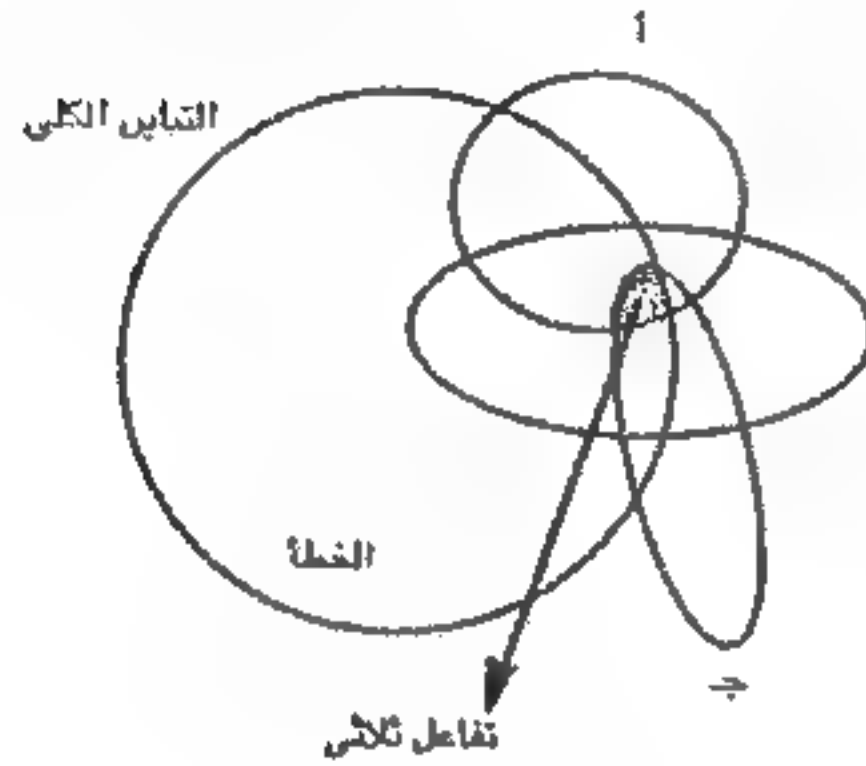
وتعني أن ٨٨ ٪ من تباين التوافق الاسرى يرجع لتفاعل المستوى الاقتصادي مع نوع التعليم ، وهي تدل على حجم تأثير متوسط .  
ويمكن جمع حجم التأثير لكل متغير مستقل والتفاعل معا لحساب حجم التأثير الكلي في الدراسة .



### تحليل التباين الثلاثي والعامل

ويستخدم تحليل التباين الثلاثي Three - Way Anova في حالة وجود ثلاثة متغيرات مستقلة بكل منها مستويين (أو مجموعتين) على الأقل، ومتغير تابع. ويكون الاهتمام بدراسة أثر كل متغير مستقل على المتغير التابع. وكذلك دراسة التفاعلات بين المتغيرات المستقلة وأثرها على المتغير التابع.

ويوجد في تحليل التباين الثلاثي نوعان من التفاعل: تفاعل ثنائي بين كل زوج من المتغيرات المستقلة وعددها ثلاثة تفاعلات، وتفاعل ثلاثي بين المتغيرات المستقلة الثلاثة.



وينقسم التباين الكلي للمتغير التابع إلى ثمانية أقسام هي:

- ١ - تباين يرجع إلى كل متغير من المتغيرات المستقلة، ب، ج.
- ٢ - تباين يرجع إلى التفاعلات الثنائية وهي ثلاثة أ ب، ب ج، أ ج.

- ٣ - تباين يرجع إلى التفاعل الثلاثي أ ب ج.
- ٤ - تباين الخطأ

شكل (١ - ٥)

ويتم إجراء تحليل التباين الثلاثي للتوصل إلى أثر كل قسم من الأقسام السبعة الأولى على المتغير التابع.

والافتراضات الأساسية في تحليل التباين الثلاثي هي نفس افتراضات تحليل التباين الأحادي والثنائي.

ومعنى التفاعل الثنائي هو نفس المعنى الموضح في تحليل التباين الثنائي، أما التفاعل الثلاثي فيقصد به اختلاف العلاقات بين مستويات المتغيرين المستقلين باختلاف مستويات المتغير المستقل الثالث. ويوضح التفاعل الثلاثي مدى تغير التفاعل الثنائي (بين متغيرين) عند مستويات المتغير المستقل الثالث.

ومن الصعب تفسير التفاعل الثلاثي اذا كان دالا ، ولذلك في حالة دلالة التفاعل الثلاثي فان تفسيره يتم من خلال التفاعلات الثنائية ، أو تفاعل متغيرين مستقلين عند كل مستوى من مستويات المتغير المستقل الثالث .

أما تحليل التباين العامل Factorial Anova فيقصد به تحليل التباين في حالة وجود أكثر من ثلاثة متغيرات مستقلة ومتغير تابع .

وقد يصنف البعض تحليل التباين الثلاثي بأنه تحليل تباين عاملي ، ولكننا نود التفرقة بينهما لسبب آخر هو أنه يمكننا إجراء تحليل تباين ثلاثي وتفسير نتائجه ، أما تحليل التباين العامل لأكثر من ثلاثة متغيرات مستقلة فمن المستحيل تفسير التفاعل الرباعي إن وجد . وعليه فإننا نوصي بعدم إجراء التحليل العامل ، ونتوقف في أي دراسة عند تحليل التباين الثلاثي . وإذا كانت الدراسة تتضمن العديد من المتغيرات المستقلة فيمكن استخدام أسلوب إحصائي آخر مثل الانحدار المتعدد أو تحليل التمايز ، حيث أن تحليل التباين العامل سوف يستبعد تفسير التفاعلات الاعلى من التفاعل الثلاثي ، وهذا يعد خطأ كبيرا . وتوجد دراسات تستخدم أربعة متغيرات مستقلة ( أو أكثر ) في تحليل تباين رباعي ( أو أكثر ) ولا تسجل التفاعلات الثلاثية والرباعية ( أو الاعلى منها ) ويعد هذا إغفالا لنتائج هامة في الدراسة . وعليه فإننا نرى بالاكتماء باستخدام ثلاثة متغيرات مستقلة كحد أقصى في البحوث التي تستخدم أسلوب تحليل التباين .

## خطوات تحليل التباين الثلاثي :

إذا كان لدينا ثلاثة متغيرات مستقلة ( أ ، ب ، ج ) ومتغير تابع فإننا نستخدم تحليل التباين الثلاثي . وخطوات إجراء هذا التحليل متشابهة مع خطوات تحليل التباين الثنائي إلا أنها أكثر تعقيدا ولذلك سوف نوجز خطوات التحليل ونجمعها بطريقة أخرى حتى يسهل فهمها . والخطوات هي :

- ١ - تجميع درجات مجموعات كل متغير مستقل ، ودرجات الخلايا الثنائية ( أ ب ، ب ج ، أ ج ) والخلايا الثلاثية أ ب ج .
- ٢ - حساب مجموع الدرجات الكلية ( مج س ) ومجموع مربعاتها ( مج س<sup>٢</sup> )
- ٣ - حساب مجموع المربعات الكلي ومجموع مربعات كل متغير مستقل على حده .
- ٤ - حساب مجموع مربعات الخلايا الثنائية أ ب ، ب ج ، أ ج لاستخدامها في التوصل إلى مجموع مربعات التفاعلات الثنائية أ ب ، ب ج ، أ ج .
- ٥ - حساب مجموع مربعات الخلايا الثلاثية أ ب ج واستخدامها في حساب مجموع مربعات التفاعل الثلاثي ومجموع مربعات الخطأ
- ٦ - تسجيل مجموع المربعات الكلي ومكوناته الثمانية في جدول تحليل التباين .
- ٧ - تحديد درجات الحرية لكل قسم من مجموع المربعات ، ثم حساب متوسط المربعات للمتغيرات المستقلة والتفاعلات ، وإيجاد قيم ف لكل منها .
- ٨ - مقارنة قيم ف المحسوبة بالقيم الجدولية .
- ٩ - إذا وجد أثر أساسي Main effect دال لأحد المتغيرات المستقلة أو جميعها فإننا نستخدم إحدى طرق المقارنات المتعددة للمتوسطات في حالة وجود أكثر من مجموعتين . أما إذا كان للمتغير المستقل مستويين ( أ و مجموعتين ) فيكون الفرق الدال لصالح المتوسط الأعلى .
- ١٠ - إذا وجد تفاعل ثلاثي دال ، فإننا نستخدم التفاعلات الثنائية في تفسير التفاعل الثلاثي ، أو تفاعل متغيرين عند كل مستوى من مستويات المتغير المتغير الثالث .

**مثال (٣) :** أجريت دراسة لبحث الرضا الوظيفي لثلاث مجموعات من الاختصاصيين الاجتماعيين من ذوي مستويات الخبرة المختلفة ( أقل من ٥ سنوات، ٥ - أقل من ١٠ ، ١٠ سنوات فأكثر ) من الجنسين بعد تعرضهم لبرنامج تدريبي ومقارنتهم مع ثلاث مجموعات مشابهة لهم ولم يتم تدريبهم .

جدول ( ١٠ - ٩ )

درجات الرضا الوظيفي لعدة مجموعات من الاختصاصيين الاجتماعيين

	خبرة قليلة		خبرة متوسطة		خبرة طويلة	
	ذكور	إناث	ذكور	إناث	ذكور	إناث
مجموعة التدريب	٥	٤	٦	٥	٧	٧
	٧	٦	٧	٧	٥	٥
	٦	٧	٧	٦	٨	٥
	٧	٥	٦	٩	٥	٧
	٦	٦	٥	٧	٧	٨
مجموعة لم تتدرب	٤	٤	٤	٥	٤	٤
	٥	٤	٦	٧	٦	٦
	٥	٣	٥	٦	٧	٤
	٣	٥	٧	٥	٦	٧
	٣	٣	٧	٦	٥	٥

ويوجد في هذه الدراسة ثلاثة متغيرات مستقلة هي : التدريب أو عدم التدريب، والنوع ( ذكور ، إناث ) ، والخبرة ( قليلة ، متوسطة ، مرتفعة ) ، والمتغير التابع هو الرضا الوظيفي ، وبذلك يكون أسلوب تحليل البيانات هو تحليل التباين الثلاثي (  $2 \times 2 \times 2$  ) حيث تدل الأعداد داخل القوس على مستويات كل متغير من المتغيرات المستقلة . ومن الواضح أن المجموعات داخل الخلايا متساوية ( وهذا ليس شرطاً فقد تكون الأعداد مختلفة ) ولإجراء تحليل التباين الثلاثي باتباع الخطوات السابق ذكرها ، فإننا نقوم بإجراء الخطوتين الأولى والثانية

بتجميع درجات الخلايا ، ودرجات كل مستوى من مستويات المتغيرات المستقلة ، والمجموع الكلي للدرجات ومجموع مربعاتها ونضع كل ذلك في الجدول ( ١٠ - ١٠ ) التالي :

جدول ( ١٠ - ١٠ ) بيانات أولية لتحليل التباين الثلاثي

المجموع الكلي للجلسين معا	المجموع		خبرة طويلة		خبرة متوسطة		خبرة قليلة			
	ت	ذ	ت	ذ	ت	ذ	ت	ذ		
٣٠ ١٨٨	١٥ ٩٤	١٥ ٩٤	٥ ٣٢	٥ ٣٢	٥ ٣٤	٥ ٣١	٥ ٢٨	٥ ٣١	ن مج س	تدريب
٣٠ ١٥١	١٥ ٧٤	١٥ ٧٧	٥ ٢٦	٥ ٢٨	٥ ٢٩	٥ ٢٩	٥ ١٩	٥ ٢٠	ن مج س	لاتدريب
٦٠ ٣٣٩	٣٠ ١٦٨	٣٠ ١٧١	١٠ ٥٨	١٠ ٦٠	١٠ ٦٣	١٠ ٦٠	١٠ ٤٧	١٠ ٥١	ن مج س	المجموع
			٢٠ ١١٨	٢٠ ١٢٣	٢٠ ١٢٣	٢٠ ٩٨	٢٠ ٩٨	٢٠ ٩٨	ن مج س	المجموع الكلي للجلسين

$$\text{مج س}^2 = 2025$$

لاحظ أن حسابات تحليل التباين الثلاثي معقدة ومطولة ويفضل استخدام الحاسوب في إجراء هذا النوع من التحليل ، ومن يرغب في الإجراء باستخدام الآلة الحاسبة فأننا نوضح فيما يلي الخطوات من ٣ وحتى ٩ :

$$3 - (أ) \text{ مجموع المربعات الكلي} = \text{مج س}^2 - \frac{(\text{مج س})^2}{ن}$$

$$= 2025 - \frac{(339)^2}{60} = 109,60$$

$$(ب) \text{ مجموع مربعات النوع} = \frac{\sum (\text{مجم س}_1)^2}{n_1} + \frac{\sum (\text{مجم س}_2)^2}{n_2} - \frac{\sum (\text{مجم س})^2}{n}$$

حيث (ن<sub>1</sub> ، مجم س<sub>1</sub>) لمجموع الذكور ، (ن<sub>2</sub> ، مجم س<sub>2</sub>) لمجموع الاناث

$$\text{مجم مربعات النوع} = \frac{\sum (171)^2}{30} + \frac{\sum (168)^2}{30} - \frac{\sum (339)^2}{60}$$

$$= 974,7 + 940,8 - 1910,35 = 0,15$$

$$(ج) \text{ مجموع مربعات التدريب} = \frac{\sum (\text{مجم س}_1)^2}{n_1} + \frac{\sum (\text{مجم س}_2)^2}{n_2} - \frac{\sum (\text{مجم س})^2}{n}$$

حيث (ن<sub>1</sub> ، مجم س<sub>1</sub>) لمجموعات التدريب ، (ن<sub>2</sub> ، مجم س<sub>2</sub>)

للمجموعات التي لم تتدرب

$$\text{مجموع مربعات التدريب} = \frac{\sum (188)^2}{30} + \frac{\sum (151)^2}{30} - \frac{\sum (339)^2}{60}$$

$$= 1178,13 + 760,03 - 1910,35 = 22,81$$

(د) مجموع مربعات الخبرة =

$$\frac{\sum (\text{مجم س}_1)^2}{n_1} + \frac{\sum (\text{مجم س}_2)^2}{n_2} + \frac{\sum (\text{مجم س}_3)^2}{n_3} - \frac{\sum (\text{مجم س})^2}{n}$$

حيث (ن<sub>1</sub> ، مجم س<sub>1</sub>) لمجموعة الخبرة القليلة ، (ن<sub>2</sub> ، مجم س<sub>2</sub>) للخبرة

المتوسطة ، (ن<sub>3</sub> ، مجم س<sub>3</sub>) للخبرة الطويلة

$$\text{مجموع مربعات الخبرة} = \frac{\sum (98)^2}{20} + \frac{\sum (123)^2}{20} + \frac{\sum (118)^2}{20} - \frac{\sum (339)^2}{60}$$

$$= 480,2 + 756,45 + 696,2 - 1910,35 =$$

$$= 17,5$$

٤- ( أ ) مجموع مربعات الخلايا ( النوع × التدريب )

$$= \frac{(\text{مج س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مج س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مج س}_4)^2}{\text{ن}_4} - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$= \frac{(\text{مج س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مج س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مج س}_4)^2}{\text{ن}_4} - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$= \frac{(\text{مج س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مج س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مج س}_4)^2}{\text{ن}_4} - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$= 1910,30 - 260,07 + 390,27 + 589,07 + 589,07 = 23,13$$

مجموع مربعات التفاعل ( النوع × التدريب )

= مجموع مربعات خلايا ( النوع × التدريب )

- مج مربعات النوع - مج مربعات التدريب

$$= 22,81 - 0,10 - 23,13 = 0,17$$

( ب ) مجموع مربعات الخلايا ( النوع × الخبرة ) =

$$= \frac{(\text{مج س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مج س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مج س}_4)^2}{\text{ن}_4} + \frac{(\text{مج س}_5)^2}{\text{ن}_5} - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$= \frac{(\text{مج س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مج س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مج س}_4)^2}{\text{ن}_4} + \frac{(\text{مج س}_5)^2}{\text{ن}_5} - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$= \frac{(\text{مج س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مج س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مج س}_4)^2}{\text{ن}_4} + \frac{(\text{مج س}_5)^2}{\text{ن}_5} - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$= \frac{(\text{مج س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مج س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مج س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مج س}_4)^2}{\text{ن}_4} + \frac{(\text{مج س}_5)^2}{\text{ن}_5} - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$1915,35 - 336,4 + 360 + 396,9 + 360 + 220,9 + 260,1 = 18,95 =$$

$$\text{مجموع مربعات التفاعل (النوع} \times \text{الخبرة)} = 17,5 - 0,15 - 18,95 = 1,3 =$$

$$(ج) \text{ مجموع مربعات الخلايا (التدريب} \times \text{الخبرة)} =$$

$$\frac{\sum (\text{مجموع س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{\sum (\text{مجموع س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{\sum (\text{مجموع س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{\sum (\text{مجموع س}_4)^2}{\text{ن}_4}$$

$$+ \frac{\sum (\text{مجموع س}_5)^2}{\text{ن}_5} + \frac{\sum (\text{مجموع س}_6)^2}{\text{ن}_6} + \frac{\sum (\text{مجموع س}_7)^2}{\text{ن}_7}$$

$$= \frac{39^2}{10} + \frac{64^2}{10} + \frac{65^2}{10} + \frac{59^2}{10} =$$

$$+ \frac{339^2}{60} + \frac{54^2}{10} + \frac{58^2}{10} =$$

$$= 152,1 + 409,6 + 422,5 + 348,1 =$$

$$44,95 = 1915,35 - 291,6 + 336,4 +$$

$$\text{مجموع مربعات تفاعل (التدريب} \times \text{الخبرة)}$$

$$= 17,5 - 22,81 - 44,95 =$$

$$= 4,64 =$$

$$(د) \text{ مجموع مربعات الخلايا الثلاثية (النوع} \times \text{التدريب} \times \text{الخبرة)}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 = 12 \text{ خلية}$$

$$= \frac{\sum (\text{مجموع س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{\sum (\text{مجموع س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \dots$$



$$\frac{\sum (م.س. ١٢)^2}{ن_{١٢}} + \dots + \frac{\sum (م.س.)^2}{ن}$$

$$\frac{(٣١)^2}{٥} + \frac{(٢٨)^2}{٥} + \frac{(٣١)^2}{٥} =$$

$$\frac{(١٣٣٩)^2}{٦٠} - \frac{(٢٦)^2}{٥} + \dots +$$

$$٤٧,٢٥ = ١٩١٥,٣٥ - ١٩٦٢,٦ =$$

مجموع مربعات التفاعل الثلاثي = مجموع مربعات الخلايا الثلاثية -  
مجموع مربعات النوع - مجموع مربعات التدريب - مجموع مربعات الخبرة -  
م.ج. مربعات التفاعلات الثنائية

$$٤٧,٢٥ - ٠,١٥ - ٢٢,٨١ - ١٧,٥ - ٠,٧١ - ١,٣ - ٤,٦٤ =$$

$$٠,٦٨ =$$

٤ - ( هـ ) مجموع مربعات الخطأ = م.ج. المربعات الكلي - م.ج. مربعات الخلايا  
الثلاثية

$$٤٧,٢٥ - ١٠٩,٦٥ =$$

$$٦٢,٤٠ =$$

وبعد ذلك نضع مجموع المربعات الكلي وأقسامه الثمانية في جدول تحليل  
التباين الثلاثي:

جدول ( ١٠ - ١١ )

تحليل التباين الثلاثي ( النوع x التدريب x الخبرة ) لدرجات الرضا الوظيفي

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
النوع	٠,١٥	١	٠,١٥	٠,١٢	غير دال
التدريب	٢٢,٨١	١	٢٢,٨١	١٧,٥٥	دال عند ٠,٠٠١
الخبرة	١٧,٥	٢	٨,٧٥	٦,٧٣	دال عند ٠,٠٠١
التفاعلات					
النوع x التدريب	٠,١٧	١	٠,١٧	٠,١٣	غير دال
النوع x الخبرة	١,٣٠	٢	٠,٦٥	٠,٥٠	غير دال
التدريب x الخبرة	٤,٦٤	٢	٢,٣٢	١,٧٨	غير دال
التفاعل الثلاثي	٠,٦٨	٢	٠,٣٤	٠,٢٦	غير دال
الخطأ	٦٢,٤٠	٤٨	١,٣٠		
الكلي	١٠٩,٦٥	٥٩			

وبمقارنة قيم ف المحسوبة بالقيم الجدولية يتضح أنه يوجد فرق دال عند مستوى ٠,٠٠١ بين مجموعتي التدريب وعدم التدريب ، كما توجد فروق دالة عند مستوى ٠,٠٠١ بين مجموعات الخبرة . ولا يوجد تفاعل دال وهذا يسهل مهمة تفسير الفروق التي توصل إليها التحليل .

ولمعرفة أي مجموعات الخبرة أفضل في الرضا الوظيفي نجرى مقارنات متعددة بين المتوسطات باستخدام إحدى الطرق السابق الإشارة إليها .  
أما حجم التأثير لنتائج الدراسة فيتم حساب مربع أوميجا .

مربع أوميغا للتدريب =

$$\frac{\text{مجم مربعات التدريب} - (K - 1) \text{ متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجم المربعات الكلي} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$0,194 = \frac{1,3 \times (1 - 2) - 22,81}{1,30 + 109,65}$$

وتعني أن ١٩,٤ ٪ من تباين الرضا الوظيفي يرجع إلى البرنامج التدريبي وكذلك مربع أوميغا للخبرة =

$$\frac{\text{مجم مربعات الخبرة} - (K - 1) \text{ متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجم المربعات الكلي} + \text{متوسط مربعات الخطأ}}$$

$$0,146 = \frac{1,3 \times (1 - 3) - 17,5}{1,30 + 109,65}$$

وتعني أن ١٤,٦ ٪ من تباين الرضا الوظيفي يرجع إلى مستوى الخبرة الوظيفية.



الفصل الحادي عشر  
تحليل تباين القياس المتكرر  
Repeated Measurement Anova





## الفصل الحادي عشر

### تحليل تباين القياس المتكرر

عند إجراء دراسات تجريبية كثيراً ما يرغب في قياس سلوك الأفراد عدة مرات متتالية تحت شروط تجريبية مختلفة . فقياس درجات مجموعة من الأفراد قبل الالتحاق ببرنامج تدريبي وبعد الانتهاء من البرنامج ثم متابعة القياس بعد فترة معينة من نهاية البرنامج يعد قياساً متكرراً ( لمتغير تابع واحد ) لمجموعة واحدة . أما القياس القبلي والبعدي فقط فلا يعد قياساً متكرراً ونستخدم في تحليل بياناته اختبار (ت) للمجموعة الواحدة السابق الإشارة إليها.

وتوجد تصميمات تجريبية للقياس المتكرر أكثر تعقيداً ، إلا أن استخدام الحاسوب يسهل تحليل بيانات هذه التصميمات المعقدة .

وتصميمات القياس المتكرر هامة جداً في الدراسات التجريبية في العلوم الانسانية عامة وفي العلوم النفسية والتربوية بصفة خاصة . فكثيراً ما يرغب الباحث في معرفة مدى التحسن باستخدام طريقة علاجية معينة خلال فترة تطبيقها وبعد الانتهاء منها ، أو معرفة فعالية برنامج في تعديل الاتجاهات ومدى ثبات هذه الاتجاهات بعد فترة معينة من انتهاء البرنامج ، أو معرفة فعالية طريقة للتدريس ومدى ثبات المعلومات بعد انتهاء التدريس . وفي مثل هذه التصميمات تكون الفروق الكبيرة بين خبرات الافراد سبباً في اختلاف استجاباتهم لنفس المعالجة التجريبية مما يؤدي إلى التشتت الكبير في الدرجات . وفي كثير من الحالات ، يرجع معظم هذا التشتت الى فروق بين الافراد قبل اجراء التجربة فاذا استطعنا عزل هذا الجزء من التباين من آثار المعالجات ومن الخطأ التجريبي فان حساسية الدراسة وفعاليتها تزداد ( Winer et al , 1991 : 221 ) .

وأحد أهداف هذه التجارب التي نلاحظ فيها الفرد تحت شروط تجريبية مختلفة هو ضبط الفروق بين الافراد ، وفي مثل هذه التجربة نقيس تأثير المعالجة على الفرد بنسبة متوسط استجابته في كل المعالجات ( قبل ، وبعد ، ومتابعة مثلاً) . ويكون كل فرد مقارناً بنفسه ( عن طريق المتوسط) وبذلك نعزل الفروق

### بين الأفراد عن الخطأ التجريبي .

ويقصد بالقياس المتكرر إعادة قياس نفس المتغير على نفس الأفراد عدة مرات متتالية . وهنا تظل خصائص كل فرد ثابتة أثناء تكرار القياس ، وتكون العلاقة بين القياسات المتكررة علاقة موجبة . وعليه فإن القياسات المتكررة ليست مستقلة عن بعضها البعض، وهذا يختلف عن المجموعات المستقلة في تحليل التباين . وقد تستخدم بعض تصميمات القياس المتكرر عدة مجموعات مستقلة ، ولكن تكرار قياس المتغير التابع لجميع أفراد المجموعات يظل مستخدماً في هذه التصميمات البحثية .

وتوجد عدة تصميمات تجريبية للقياس المتكرر ، أحدها يسمى تصميم المجموعة الواحدة وإجراء القياس عدة مرات متتالية . والتصميم الثاني يستخدم عدة مجموعات ( مجموعتين أو أكثر ) مع القياس المتكرر ، والذي يعرف عادة باسم تصميم المجموعة الضابطة ، وهو يتضمن متغير مستقل واحد ( المجموعات ) مع القياس المتكرر . أما التصميم الثالث فهو الذي يتضمن متغيرين مستقلين مع القياس المتكرر . كما توجد تصميمات أخرى أكثر تعقيداً والتي تستخدم أكثر من متغيرين مستقلين في التصميم .

ومن مميزات تصميمات القياس المتكرر، أن الارتباط بين القياسات المتتالية يقلل تباين الخطأ كما أن استخدام نفس الأفراد في التجربة لفترات متتالية يعد توفيراً للوقت والجهد عن استخدام أفراد آخرين في كل فترة (أو معالجة) . إضافة إلى أن كثير من المشكلات البحثية تتطلب استخدام تصميمات القياس المتكرر .

أما عيوب تصميمات القياس المتكرر فتبدو في أن الشروط التجريبية السابقة قد تؤثر على القياس التالي لها ، إضافة إلى عوامل التعب والخبرة والملل أو أي ظروف أخرى قد تؤثر على النتائج ، ويستطيع الباحث أن يقرر إذا كانت مثل هذه العوامل أو الظروف قد تؤثر على النتائج . والمشكلة الأخرى المتصلة بهذه التصميمات هي الافتراضات المرتبطة بتحليل البيانات ( Ferguson & Takane, 1989: 348- 349).

ولا تختلف افتراضات تحليل تباين القياس المتكرر عن افتراضات تحليل التباين السابق ذكرها سوى في تكرار قياس المتغير التابع . والافتراضات هنا هي: الاعتدالية، والتجانس، والاستقلالية في جمع بيانات الأفراد المختلفين، كما تفترض تجانس تغاير درجات القياس المتكرر (Ferguson & Takane, 1989:363).



وإذا افترضنا تساوي تباينات المجموعات وتغاير Covariance درجات القياس المتكرر فإن مصفوفة التباين / التغاير تكون متساوية ، وبالتالي تتساوى معاملات الارتباط في المصفوفة ويندل هذا على تماثل المصفوفة . فإذا كان ذلك صحيحاً فيمكن استخدام اختبار (ت) في تحليل تباين القياس المتكرر ، كما أن الحيد القليل ( غير الدال ) عن التجانس لا يعوق استخدام اختبار (ف) Ferguson & Takane, 1989 : 364

ويمكن إجراء اختبار بسيط وسريع لشرط التجانس باستخدام طريقة هارتلي

$$(F \max) = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{بدرجات حرية (ك ، ن - 1) التباين الأصغر}}$$

حيث يكون التباين الأكبر والتباين الأصغر من تباينات درجات كل مجموعة من مجموعات الأفراد ولكل فترة من فترات القياس . وتقارن قيمة F max بالقيمة الجدولية عند مستوى ٠.٠٥ من جداول : ( Winer et al., 1991 : 512 ) F- max

أما اختبار شرط التغاير فيتم بحساب قيمة F بطريقة هارتلي أيضا ، ولكن باستخدام تباينات درجات الأفراد في الفترات ولكل مجموعة من المجموعات . ثم نقسم التباين الأكبر على التباين الأصغر ، ثم نقارن الناتج بقيمة F max الجدولية بدرجات حرية (ك ، ١) ، (ك - ٢) ( ١ - ن ) ( ١ - ن ) ومستوى دلالة ٠.٠٥ ( Winer et al., 1991 : 513 ) حيث ك١ عند مستويات المتغير المستقل الأول ، ك٢ عدد فترات القياس ، ن عدد الأفراد في كل مستوى من مستويات المتغير المستقل . وقد اقترح بوكس ( Box , 1954 ) أنه في حالة الحيد عن التجانس فإن قيمة (ف) تتوزع حسب توزيع ف بدرجات حرية مختلفة عن درجات الحرية الفعلية ، وتقدر درجات الحرية باستخدام مفهوم إpsilon (E) وهو يصف مدى عدم تماثل مصفوفة التغاير ، وتتراوح قيمة E بين ١ ،  $\frac{1}{(ك - ١)}$  . وتكون درجات الحرية المعدلة هي  $[ (ك - ٢) ( ١ - ن ) . E ]$  ، فإذا كانت E في قيمتها الصغرى  $\frac{1}{(ك - ١)}$  فإن درجات الحرية تصبح ( ١ ، ن - ١ ) . وإذا كانت E = ١ فإن درجات الحرية تصبح  $[ (ك - ٢) ( ١ - ن ) ]$  ، وإذا كانت E = ١ فإن درجات الحرية تصبح  $[ (ك - ٢) ( ١ - ن ) ]$  ( Winer, 1971; Ferguson & Takane, 1989 : 364 )

ولذلك إقتراح جيسر وجرينهوس (Ferguson & Takane, 1989 ; 364) و Gisser & Greenhouse أنه يمكن مقارنة قيمة (ف) بالقيمة الجدولية باستخدام درجات حرية (١، ن - ١) فإذا كانت قيمة (ف) دالة ، فإننا نصل الى قرار محدد لأن ف الجدولية المستخدمة هنا أكثر تحفظاً ، أما إذا كانت غير دالة فإننا نقارن القيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية عند درجات حرية (ك - ١) ، (ك - ٢) ، (ك - ٣) ، (ن - ١) ، (ن - ٢) ، (ن - ٣) ، فإننا نصل الى قرار محدد لأن ف الجدولية في الحالة الثانية أكثر تحفظاً. أما إذا لم تكن دالة فإننا في حاجة الى حساب قيمة (إيسيلون)  $\epsilon$  حتى نحدد درجات الحرية المناسبة لتوزيع ف وهي (ك - ١) ،  $\epsilon$  ، (ك - ٢) ، (ن - ١) ،  $\epsilon$  .

أولاً : تحليل بيانات القياس المتكرر لمجموعة واحدة :

عند اجراء دراسة على مجموعة واحدة وقياس المتغير التابع عدة مرات ، مثل اجراء دراسة تجريبية مع القياس القبلي والبعدي وقياس متابعة بعد فترة زمنية من انتهاء التجربة ، فإن تحليل البيانات هو نوع من تحليل التباين الاحادي حيث تعد فترات القياس متغيراً مستقلاً .

ولكن النموذج المستخدم هنا مختلط حيث يتم اختيار الافراد عشوائياً بينما فترات القياس محددة .

وينقسم تباين المتغير التابع هنا الى عدة أقسام هي : تباين بين الافراد ، وتباين بين فترات القياس ، وتباين الخطأ .

مثال (١) : أجرى باحث تجربة بتطبيق طريقة جديدة للعلاج النفسي على مجموعة من المرضى ، وقام بقياس السلوك التوافقي قبل العلاج وبعد فترة العلاج ثم بعد ستة أشهر من العلاج ، ويرغب في معرفة مدى فعالية الطريقة في العلاج وكانت البيانات كما بالجدول (١ - ١) :

جدول (١١-١)

بيانات السلوك التوافقى لمجموعة من المرضى فى فترات مختلفة

الأفراد	قبل العلاج	بعد العلاج	متابعة	المجموع
١	٤	٧	٦	١٧
٢	٣	٨	٧	١٨
٣	٣	٧	٦	١٦
٤	١	٦	٥	١٢
٥	٢	٥	٥	١٢
٦	صفر	٥	٤	٩
٧	٢	٦	٦	١٤
٨	١	٦	٥	١٢
المجموع	١٦	٥٠	٤٤	١١٠

ولاجراء تحليل هذه البيانات نتبع الخطوات التالية :

- ١ - نحسب مجموع درجات كل فرد وكل فترة كما بالجدول والمجموع الكلى (مج س) ، ثم نحسب مجموع مربعات الدرجات (مج س<sup>٢</sup>)
  - ٢ - نحسب مجموع المربعات الكلى = مج س<sup>٢</sup> -  $\frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$
  - ٣ - نحسب مجموع مربعات الافراد .
  - ٤ - نحسب مجموع مربعات الفترات
  - ٥ - مجموع مربعات الخطأ
- = مجموع المربعات الكلى - مجموع الافراد - مجموع مربعات الفترات
- ٦ - نضع البيانات فى جدول تحليل تباين القياس المتكرر الاحادى . ثم ندون درجات الحرية ونحسب متوسط مربعات الفترات ومتوسط مربعات الخطأ (متوسط مربعات الافراد ليست موضع اختبار لأننا نسلم باختلاف الافراد) .

٧ - نسحب قيمة ف للفترات ثم نقارنها بقيمة ف الجدولية ، وفي حالة كونها دالة ، نجرى المقارنات المتعددة بين متوسطات الفترات بأحدى طرق المقارنات المتعددة للمتوسطات السابق توضيحها .

وتعد فترات قياس السلوك التكيفي ( قبل ، وبعد ، ومتابعة ) بمثابة المتغير المستقل ومن ثم فإن التحليل هنا يشبه تحليل التباين الاحادى .

١ - من المثال مج س الكلى = ١١٠ ،

N الكلية ( عدد الدرجات ) = عدد الافراد x عدد الفترات

N x ك = ٢٤ = ٣ x ٨ ، مج س<sup>٢</sup> لجميع الدرجات = ٦١٢

$$٢ - \text{مجموع المربعات الكلى} = \text{مج س}^٢ - \frac{(\text{مج س})^٢}{ن}$$

$$= \frac{١١٠^٢}{٢٤} - ٦١٢ =$$

$$= ١٠٧,٨٣$$

بدرجات حرية (ن-١) = ٢٣ = ١ - ٢٤

٣ - مجموع مربعات الافراد =

$$\frac{(\text{مج س}_١)^٢ + (\text{مج س}_٢)^٢ + \dots + (\text{مج س}_٨)^٢}{ن} - \frac{(\text{مج س})^٢}{ن}$$

وحيث أن جميع الافراد الثمانية لهم درجات فى القياسات الثلاثة ، فيكون المقام متساوى ( ك = ٣ ) .

$$\text{مجموع مربعات الافراد} = \frac{١٧^٢ + ١٨^٢ + \dots + ١٢^٢}{٣} - \frac{١١٠^٢}{٢٤}$$

$$= ٥٢٦ - ٥٠٤,١٧ =$$

$$= ٢١,٨٣$$

بدرجات حرية = عدد الافراد - ١ = ٨ - ١ = ٧

٤ - مجموع مربعات الفترات =

$$\frac{(\text{مج.س.}_1)^2}{N} + \frac{(\text{مج.س.}_2)^2}{N} + \frac{(\text{مج.س.}_3)^2}{N} - \frac{(\text{مج.س.})^2}{N}$$

حيث  $N$  هي عدد الأفراد ،  $N = ٨$  ك

$$\text{مجموع مربعات الفترات} = \frac{(\text{مج.س.}_1)^2}{N} + \frac{(\text{مج.س.}_2)^2}{N} + \frac{(\text{مج.س.}_3)^2}{N} - \frac{(\text{مج.س.})^2}{N}$$

$$= ٥٨٦,٥ - ٥٠٤,١٧$$

$$= ٨٢,٣٣ \text{ بدرجات حرية (ك - ١) } = ٣ - ١ = ٢$$

٥ - مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلي - مجموع مربعات الافراد - مجموع مربعات الفترات

$$= ١٠٧,٨٣ - ٢١,٨٣ - ٨٢,٣٣$$

$$= ٣,٦٧$$

ثم نضع مجموع المربعات الكلي وأقسامه الثلاثة ودرجات الحرية في جدول (١١-٢) .

جدول ( ١١ - ٢ )

تحليل تباين القياس المتكرر الاحادي لدرجات السلوك التكيفي

مصدر التباين	مجموع المربعات	د.ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
الأفراد	٢١,٨٣	٧	٣,١٢		
الفترات	٨٢,٣٣	٢	٤١,١٦٥	١٥٧,١٢	دالة عند ٠,٠٠١
الخطأ	٣,٦٧	١٤	٠,٢٦٢		
الكلي	١٠٧,٨٣	٢٣			

ومقارنة قيمة ف للفترات ( ١٥٧,١٢ ) بقيمة ف الجدولية نجد أنها دالة عند مستوى ٠,٠٠١ أو أقل ويعنى هذا وجود فروق دالة عند مستوى ٠,٠٠١ بين متوسطات درجات العينة في السلوك التكيفي في الفترات الثلاث ، ولمعرفة أي المتوسطات أعلى فأننا نجرى اختبار للمقارنات المتعددة للمتوسطات الثلاثة ( ٢ ، ٥,٥ ، ٦,٢٥ ) بطريقة توكي أو شفیه .

$$\text{مدى شفیه ( عند ٠,٠٥ )} = \sqrt{\frac{2 \times ٠,٢٦٢ \times ٣,٧٤ \times (١ - ٣)}{٨}} = ٠,٧٠$$

ومقارنة مدى شفیه ( ٠,٧٠ ) بفروق المتوسطات نجد فروقاً دالة بين المتوسطات الثلاثة بمعنى أن القياس القبلي أقل من البعدي والمتابعة والقياس البعدي أعلى من المتابعة .

وعليه نستنتج أن متوسطي القياس البعدي والمتابعة أعلى من متوسط القياس القبلي مما يدل على فاعلية طريقة العلاج في تحسين السلوك التكيفي . كما أن متوسط القياس البعدي أعلى من متوسط قياس المتابعة مما يعنى وجود نقص فعلى ( دال ) في السلوك التكيفي لكنه لا يزال أعلى من القياس القبلي .

وحجم التأثير للفترات ( مربع أوميجا ) =

$$\begin{aligned} & \text{مجم مربعات الفترات - ( ك - ١ ) متوسط مربعات الخطأ} \\ & \text{مجم المربعات الكلية + متوسط مربعات الخطأ} \\ & ٠,٧٥٧ = \frac{٨١,٨٠٦}{١٠٨,٠٩٢} - \frac{٠,٢٦٢ \times (١ - ٣) - ٨٢,٣٣}{٠,٢٦٢ + ١٠٧,٨٣} \end{aligned}$$

وهي تعنى أن ٧٥,٧ ٪ من تباين السلوك التكيفي يرجع إلى فترات القياس وبمعنى آخر فإن طريقة العلاج تؤدي إلى ٧٥ ٪ من التباين في السلوك التكيفي .

مثال ( ٢ ) : قد تكون بيانات القياس المتكرر هي درجات ثلاثة أو أكثر من المحكمين على عدد من اللاعبين ( أو عدد من البحوث ) ويكون الهدف من التحليل هو معرفة مدى إتفاق أو اختلاف المحكمين . وبعد المحكمون بمثابة فترات القياس ، فإذا وجدت فروق فأنها تعنى عدم إتفاق المحكمين وإذا كانت درجات أربعة محكمين على عشرة بنود لمقياس معين ( أو عشرة بحوث ) هي :

جدول ( ١١ - ٣ )  
درجات أربعة من المحكمين على عشرة بنود ( أو بحوث )

البنود	المحكم (أ)	المحكم (ب)	المحكم (ج)	المحكم (د)	المجموع
١	٤	٥	٢	٣	١٤
٢	٤	٥	٣	٤	١٦
٣	٢	٤	١	٢	٩
٤	٣	٤	٢	٤	١٣
٥	٢	٣	١	٢	٨
٦	٥	٥	٣	٤	١٧
٧	٤	٥	٢	٤	١٥
٨	٣	٤	١	٣	١١
٩	٤	٤	٢	٤	١٤
١٠	٢	٣	١	٢	٨
المجموع	٣٣	٤٢	١٨	٣٢	١٢٥

مجموع الكل = ١٢٥ ، مجموع الكل<sup>٢</sup> = ٤٤٩

ن الكلية = ٤٠ ، ك = ٤ ، ن = ١٠

مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلية - مجموع مربعات البنود

$$\text{مجموع المربعات الكلية} = \frac{\text{مجموع الكل}^2}{\text{ن}} - \text{مجموع مربعات البنود}$$

$$= \frac{(125)^2}{40} - 449 = 58.375$$

$$\text{مجموع مربعات البنود} = \frac{\text{مجموع الكل}^2}{\text{ك}} + \frac{\text{مجموع الكل}^2}{\text{ن}} - \text{مجموع مربعات البنود}$$

$$\frac{\sum (120)^2}{40} - \frac{\sum (14) + \dots + (16) + (18)}{4} =$$

$$24,625 = 390,625 - 410,75 =$$

مجموع مربعات المحكمين =

$$\frac{\sum (\text{مجموع س})^2}{\text{ن}} - \frac{\sum (\text{مجموع س}_1)^2 + (\text{مجموع س}_2)^2 + (\text{مجموع س}_3)^2 + (\text{مجموع س}_4)^2}{\text{ن}}$$

$$\frac{\sum (120)^2}{40} - \frac{\sum (32)^2 + (18)^2 + (42)^2 + (32)^2}{10} =$$

$$29,475 = 390,625 - 420,1 =$$

مجموع مربعات المحكمين

$$29,475 - 24,625 = 58,375 =$$

$$4,275 =$$

ثم نضع مجموع المربعات الكلي ومكوناته الثلاثة في جدول تحليل تباين القياس المتكرر لحساب متوسط المربعات وقيمة ف لكل من البنود والمحكمين .

جدول ( ١١ - ٤ ) تحليل تباين القياس المتكرر لدرجات المحكمين على بنود المقياس

مستوى الدلالة	ف	متوسط المربعات	د. ح	مجموع المربعات	مصدر التباين
دالة عند ٠,٠٠١	١٧,١٣	٢,٧٤	٩	٢٤,٦٢٥	البنود
دالة عند ٠,٠٠١	٦١,٤٤	٩,٨٣	٣	٢٩,٤٧٥	المحكمون
		٠,١٦	٢٧	٤,٢٧٥	الخطأ
			٣٩	٥٨,٣٧٥	الكلي



وتدل نتائج التحليل على وجود فروق دالة عند مستوى ٠,٠٠١ بين البنود ، وقد يكون هذا أمر طبيعي ، إلا أنه في القياس النفسى يدل على عدم إتساق البنود . كما توجد فروق دالة بين المحكمين عند مستوى ٠,٠٠١ بمعنى عدم إتفاق المحكمين ، ويتطلب هذا إجراء مقارنات متعددة بين متوسطات درجات المحكمين ( بطريقة توكى مثلا ) للتعرف على الفروق بينهم . فإذا كان الأمر مرتبط بتحكيم بنود اختبار ما فعلى الباحث القيام بحل هذه المشكلة والتوصل الى ما يؤدي للاتفاق ، وذلك بتعديل البنود ثم إعادة التحكيم مرة أخرى حتى يحدث إتفاق بين المحكمين .

أما إذا كان الأمر متعلقاً بتحكيم عدة بحوث في مجال معين ، فيمكن التعرف على المحكم المتشدد من المحكم المتساهل في أحكامه .

وكذلك الحال في حالة تحكيم أداء عدد من اللاعبين مثلا ، حيث يمكن التعرف على الفروق بين المحكمين للتوصل إلى ما إذا كان هناك تشدداً أو تساهلاً في التحكيم

كما يمكن استخدام نفس الأسلوب في تحليل بيانات بنود اختبار . فإذا طبق اختبار على عينة من الأفراد فيمكن إعتبار إجابات الأفراد على البنود هي قياس متكرر . وبالتالي فإن تحليل مثل هذه البيانات نستطيع منه حساب معامل ثبات الاختبار ، وفيما يلي مثال توضيحي لذلك .

مثال ( ٣ ) : أجرى اختبار من خمسة بنود على عشرة أفراد ولكل فرد درجة واحدة وكانت الاجابات كما بالجدول ( ١١ - ٥ ) والمطلوب تحليل البيانات وحساب معامل ثبات الاختبار .

جدول (١١ - ٥) الاجابات من خمسة بنود

الأفراد	البنود					المجموع
	١	٢	٣	٤	٥	
١	١	١	١	١	١	٥
٢	١	١	٠	١	١	٤
٣	١	١	١	١	٠	٤
٤	٠	١	١	٠	١	٣
٥	١	١	١	٠	٠	٣
٦	١	٠	١	١	٠	٣
٧	١	١	٠	٠	٠	٢
٨	٠	١	٠	١	٠	٢
٩	١	٠	١	٠	٠	٢
١٠	١	٠	٠	٠	٠	١
	٨	٧	٦	٥	٣	٢٩

مجموع الدرجات الكلى ( مج س ) = ٢٩

مجموع مربعات الدرجات ( مج س<sup>٢</sup> ) = ٢٩

$$\text{مجموع المربعات الكلى} = \text{مج س}^2 - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$١٢,١٨ = ١٦,٨٢ - ٢٩ = \frac{٢٩^2}{٥٠} - ٢٩ =$$

$$\text{مجموع المربعات بين الافراد} = \frac{٢٩^2}{٥٠} - \frac{٢(١) + \dots + ٢(٤) + ٢(٥)}{٥}$$

$$٢,٥٨ = ١٦,٨٢ - ١٩,٤ =$$

$$\text{مجموع مربعات البنود} = \frac{\sum (29)^2}{50} - \frac{\sum (3)^2 + \sum (5)^2 + \sum (6)^2 + \sum (7)^2 + \sum (8)^2}{10}$$

$$1,48 = 16,82 - 15,34$$

$$\text{مجموع مربعات الخطأ} = 1,48 - 2,58 - 12,18 = 8,12$$

جدول ( ١١ - ٦ )

تحليل بيانات اجابات الافراد على خمسة بنود

مصدر التباين	مجموع المربعات	د. ح	متوسط المربعات	ف
بين الأفراد	2,58	9	0,287	1,27
بين البنود	1,48	4	0,37	1,64
الخطأ	8,12	36	0,226	
الكلي	12,18	49		

معامل ثبات البنود =  $\frac{\text{متوسط مربعات الافراد} - \text{متوسط مربعات الخطأ}}{\text{ك} \times \text{متوسط مربعات الخطأ}}$

حيث ك هي عدد البنود ( Winer et al., 1991 : 1022 )

$$r_{\text{للبنود}} = \frac{0,287 - 0,226}{0,226 \times 5} = 0,054$$

$$\text{معامل ثبات البنود الخمسة} = \frac{r \times 5}{r \times 4 + 1} = \frac{0,054 \times 5}{0,054 \times 4 + 1} = 0,222$$

ولكن هذه الطريقة محدودة الاستخدام أولاً لصعوبة تطبيقها ، وثانياً أن استخدامها مرتبط بوجود تباين بين الافراد فاذا كانت اجابات ودرجات الافراد متساوية فلا نستطيع التوصل الى معامل الثبات ، وقد يكون معامل الثبات من هذه الطريقة سالبا .

ثانياً : تحليل تباين القياس المتكرر لمجموعتين أو أكثر :

إذا كانت البيانات التي تم جمعها عن مجموعتين أو أكثر وفي عدة قياسات متتالية ، مثل إجراء دراسة تجريبية على مجموعة واستخدام مجموعة أخرى صابطة ، فإن تحليل البيانات هنا يشبه تحليل التباين الثنائي باستثناء تقسيم الخطأ إلى جزئين . ويكون أحد المتغيرين المستقلين هو المجموعات ( تجريبية أو صابطة ) والمتغير الثاني هو فترات القياس ( أكثر من فترتين ) .

وإذا كانت فترات القياس فترتين فقط ( قبلي وبعدي ) لمجموعتين ( تجريبية وصابطة ) فإننا لا نستخدم تحليل تباين القياس المتكرر ، وإنما نجرى مقارنة بين متوسطي المجموعتين ( التجريبية والصابطة ) في درجات القياس القبلي ، فإذا كانت المجموعتان غير مختلفتين بمعنى لم نتوصل إلى فرق دال ، فإن الخطوة التالية تكون بإجراء مقارنة بين متوسطي المجموعتين في درجات القياس البعدي . أما إذا كانت المجموعتان مختلفتين في درجات القياس القبلي ، فإننا نجرى تحليل تباين ANCOVA لعزل أثر القياس القبلي من القياس البعدي .

وإذا كانت فترات القياس فترتين ( قبلي وبعدي ) لعدة مجموعات فإننا نجرى مقارنة بين المجموعات في القياس القبلي باستخدام تحليل التباين الأحادي ، فإذا كانت الفروق بين المجموعات غير دالة ، فإننا نجرى تحليل تباين أحادي بين المجموعات لدرجات القياس البعدي . أما إذا نتج من تحليل التباين الأحادي لدرجات القياس القبلي وجود فروق دالة بين المجموعات ، فيجب أن نجرى تحليل تباين لعزل أثر القياس القبلي من القياس البعدي .

ولكن في حالة تعدد فترات القياس ( أكثر من فترتين ) فإننا نستخدم تحليل تباين القياس المتكرر الموضح هنا .

وينقسم التباين الكلي في تحليل القياس المتكرر لعدة مجموعات إلى عدة أقسام هي : تباين المجموعات ، وتباين الفترات ، وتباين التفاعل ، وتباين الخطأ . وحيث أن النموذج المستخدم هو عشوائي للأفراد ، ومحدد للمجموعات ، فإن هذا يؤدي إلى تقسيم تباين الخطأ إلى قسمين : أحدهما خطأ للمجموعات والثاني خطأ للفترات وتفاعل الفترات والمجموعات .

- ويتم إتباع الخطوات التالية لإجراء تحليل تباين القياس المتكرر الثنائي :
- ١ - إيجاد مجموع درجات الافراد ( عبر فترات القياس ) ، ومجموع درجات المجموعات ، ومجموع درجات الفترات ، والمجموع الكلي للدرجات ( مج س ) ، ومجموع مربعاتها ( مج س<sup>٢</sup> ) .
  - ٢ - حساب مجموع المربعات للدرجات ، ودرجات الحرية ( ن - ١ ) .
  - ٣ - حساب مجموع المربعات بين الافراد ، ودرجات الحرية ( ن - ١ ) .
  - ٤ - حساب مجموع مربعات المجموعات ، ودرجات الحرية ( ك - ١ ) .
  - ٥ - مجموع مربعات خطأ المجموعات = مجموع مربعات بين الافراد - مجموع مربعات المجموعات .
  - ٦ - حساب مجموع مربعات الفترات ، درجات الحرية ( ك - ١ ) .
  - ٧ - حساب مجموع مربعات الخلايا ( المجموعات x الفترات ) واستخدامه في حساب مجموع مربعات التفاعل ( المجموعات x الفترات ) .
  - ٨ - حساب مجموع مربعات الخطأ الثاني = مجموع المربعات الكلي - مجموع مربعات بين الافراد - مجموع مربعات الفترات - مجموع مربعات التفاعل .
  - ٩ - نضع البيانات السابقة في جدول تحليل تباين القياس المتكرر ثم نوجد متوسط المربعات لكل قسم منها .
  - ١٠ - نحسب قيمة ( ف ) للمجموعات بقسمة متوسط مربعاتها على متوسط مربعات الخطأ الاول ، بينما قيمة ( ف ) للفترات والتفاعل فنستخدم معهما متوسط مربعات الخطأ الثاني .
  - ١١ - نقارن قيم ( ف ) المحسوبة بقيم ( ف ) الجدولية بدرجات الحرية المحددة ومستوى الدلالة المطلوب .
  - ١٢ - إذا وجدت فروق دالة بين المجموعات ، وبين الفترات ، فإننا نجرى اختبار للمقارنات المتعددة بين المتوسطات ، باحدى طرق المقارنات المتعددة السابق توضيحها .

### مثال ( ٣ ) :

طبق برنامج لتعديل سلوك مجموعتين من التلاميذ ( ذكور وإناث ) ذوى النشاط الزائد ، وتم قياس السلوك العدوانى قبل وأثناء تطبيق البرنامج وبعد إنتهائه . وكانت البيانات كما يلى :

جدول ( ١١ - ٧ )

تكرار قياس درجات السلوك العدواني لمجموعتين من التلاميذ

المجموع	بعد البرنامج	أثناء البرنامج	قبل البرنامج	
٣١	٩	١٠	١٢	ذكور
٣٦	١٠	١٢	١٤	
٤٣	١٢	١٤	١٧	
٣٩	١١	١٢	١٦	
١٨٧	٣٨	(٥٩)	(٧٤)	
٣٢	٨	١٠	١٤	إناث
٣٣	٩	١٠	١٤	
٢٩	٨	٩	١٢	
٣٢	٩	١٠	١٣	
١٦٣	٣٧	(٥١)	(٦٨)	
٣٥٠	٩٨	١١٠	١٤٢	

ولتحليل بيانات هذه الدراسة نقوم بجمع درجات كل فرد في المجموعتين ،  
و جمع الدرجات لكل خلية ، ودرجات كل فترة من فترات القياس . ثم نوجد  
المجموع الكلي ( مج س = ٣٥٠ )

ومجموع مربعات الدرجات ( مج س<sup>٢</sup> = ٤٢٥٠ )

$$\text{مجموع المربعات الكلي} = \frac{\sum (350)^2}{30} - 4250 = 166.67$$

مجموع مربعات الافراد =

$$56 = \frac{\sum (350)^2}{30} - \frac{\sum (31)^2 + \dots + \sum (36)^2 + \sum (37)^2}{2}$$

$$\text{مجموع مربعات النوع} = \frac{\sum (350)^2}{30} - \frac{\sum (163)^2}{10} + \frac{\sum (187)^2}{10} = 19,2$$

مجموع مربعات الخطأ الأول = مجموع مربعات الأفراد - مجموع مربعات النوع

$$36,8 = 19,2 - 56 =$$

$$\text{مجموع مربعات الفترات} = \frac{\sum (350)^2}{30} - \frac{\sum (98) + \sum (110) + \sum (142)^2}{10}$$

$$103,47 =$$

مجموع مربعات الخلايا ( النوع × الفترات ) =

$$123,47 = \frac{\sum (350)^2}{30} - \frac{\sum (44)^2}{5} + \dots + \frac{\sum (59)^2}{5} + \frac{\sum (74)^2}{5}$$

مجموع مربعات التفاعل ( النوع × الفترات ) = مجموع مربعات الخلايا -  
مجموع مربعات النوع - مجموع مربعات الفترات

$$103,47 - 19,2 - 123,47 =$$

$$0,8 =$$

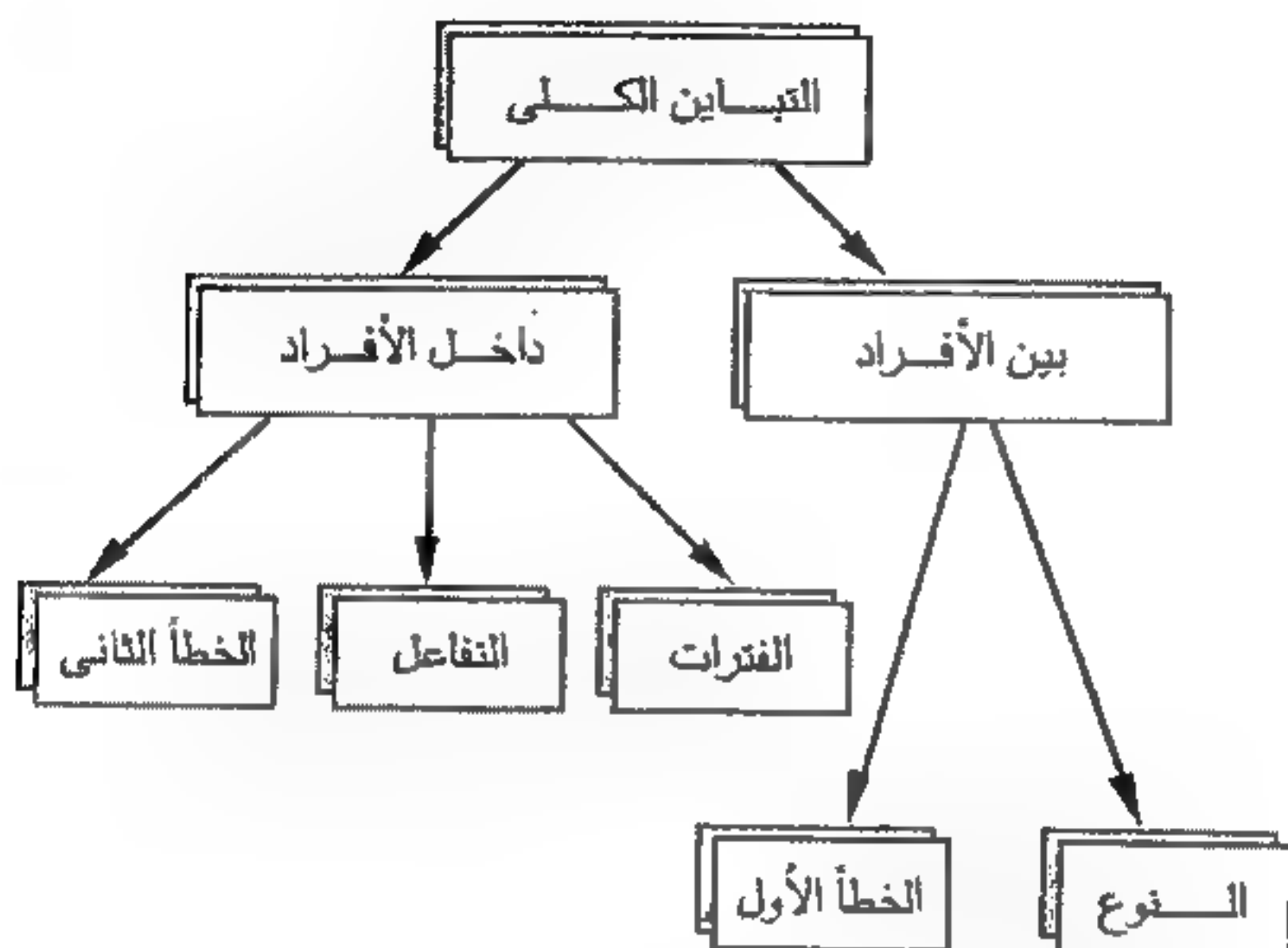
مجموع مربعات الخطأ الثاني = مجموع المربعات الكلى - مجموع مربعات  
الأفراد - مجموع مربعات الفترات - مجموع مربعات التفاعل

$$0,8 - 103,47 - 56 - 166,67 =$$

$$6,4 =$$

ويفضل استخدام التخطيط التالي لتوزيع التباين الكلى الى مكوناته، وذلك  
للاعتناء به في اجراء التحليل.

شكل (١١ - ١)



ثم نضع مجموع المربعات الكلي وأقسامه المختلفة في جدول تحليل تباين القياس المتكرر الثنائي ( جدول ١١ - ٨ ) وكذلك درجات الحرية لكل قسم . ثم نحسب متوسط مربعات الخطأ لكل منها .

جدول ( ١١ - ٨ ) تحليل تباين القياس المتكرر الثنائي ( النوع × الفترات )  
لدرجات السلوك العدواني

مستوى الدلالة	ف	متوسط المربعات	د. ح	مجموع المربعات	مصدر التباين
غير دالة	٤,١٧	١٩,٢	١	١٩,٢	النوع الخطأ الأول
		٤,٦	٨	٣٦,٨	
دالة عند	١٢٩,٣٥	٥١,٧٤	٢	١٠٣,٤٧	الفترات
غير دالة	١	٠,٤	٢	٠,٨	التفاعل
		٠,٤	١٦	٦,٤	الخطأ الثاني
			٢٩	١٦٦,٦٧	الكلي



ونحسب أيضا قيمة (ف) للنوع باستخدام الخطأ الاول ، وقيمتي (ف) للفترات والتفاعل باستخدام الخطأ الثاني . ونقارن قيم (ف) المحسوبة بالقيم الجدولية فينتج أن ف للنوع ( ٤,١٧ ) غير دالة وكذلك التفاعل غير دال ، بينما قيمة (ف) للفترات ( ١٢٩,٣٥ ) فهي دالة عند ٠,٠٠١ أو أقل .

ثم نجرى المقارنات المتعددة بين متوسطات الفترات باستخدام إحدى الطرق السابق ذكرها لمعرفة الفروق بين متوسطات الفترات حتى يمكن تفسير النتائج . وحيث أنه لا يوجد تفاعل دال فإن تفسير نتائج الفروق بين الفترات يتم على أساس نتائج الفروق بين المتوسطات .

حجم التأثير للفترات (  $\eta^2$  ) =

مجموع مربعات الفترات - ( ك - ١ ) متوسط مربعات الخطأ للفترات

مجموع المربعات الكلي + متوسط مربعات الخطأ

$$\frac{103.47 - 3(1 - 3) \times 0.4}{0.4 + 166.67} =$$

$$= 0.615$$

وبمعنى أن ٦١.٥ ٪ من تباين السلوك العدواني يرجع الى الفروق بين الفترات، أو يرجع الى فعالية البرنامج المستخدم ( وهي نسبة عالية جدا ) .

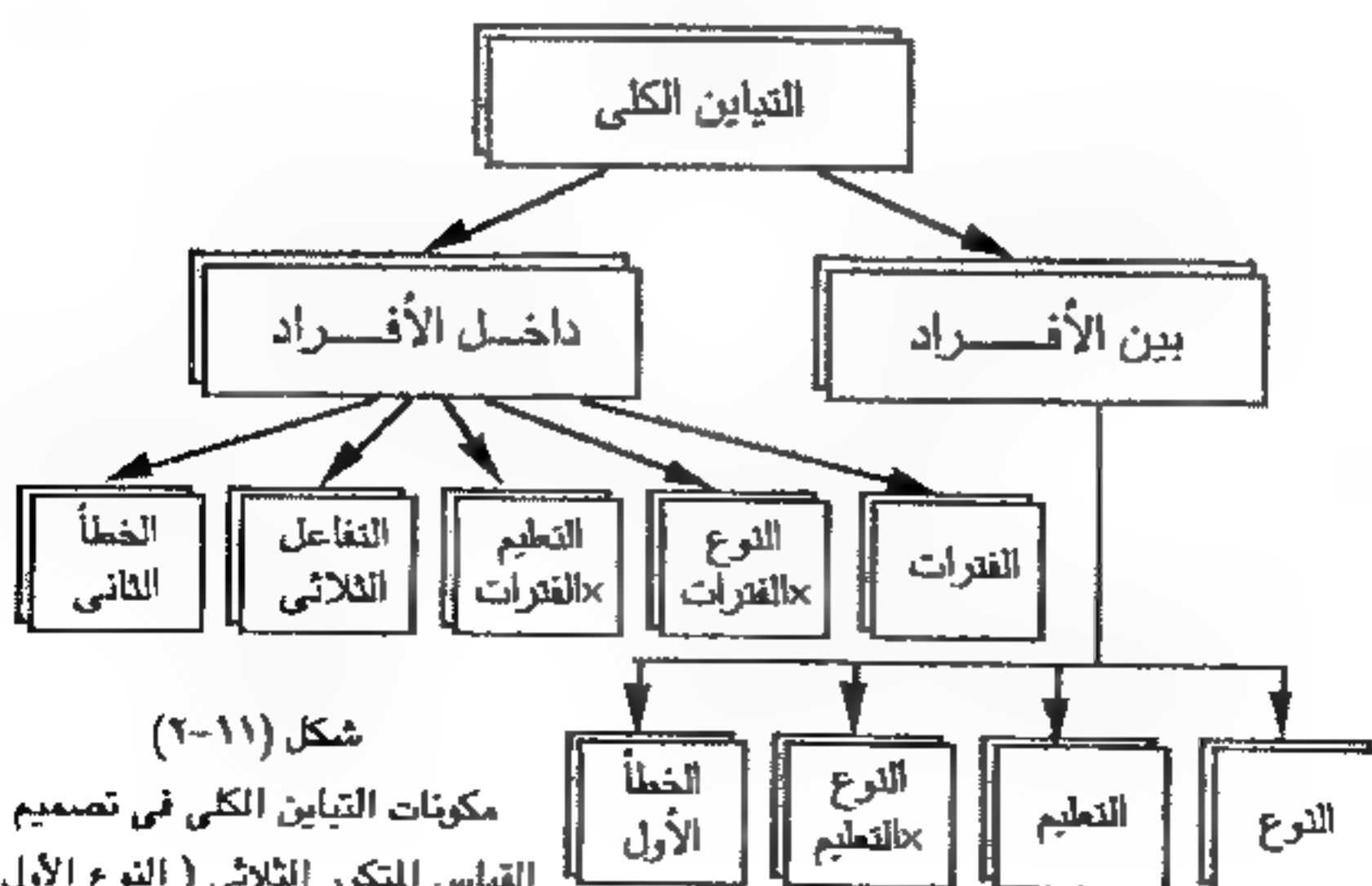
ثالثا: تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي ( الحالة الاولى )

إذا أجريت دراسة باستخدام متغيرين مستقلين بالإضافة إلى تكرار القياس فإن تحليل تباين القياس المتكرر يشبه تحليل التباين الثلاثي باستثناء تقسيم تباين الخطأ الى جزئين كما سبق التوضيح في حالة تحليل تباين القياس المتكرر الثنائي . ومن أمثلة دراسات هذا النوع إجراء دراسة على عدة مجموعات مختلفة في مستوى التعليم وتتضمن الجنسين ( ذكور وإناث ) بالإضافة الى فترات القياس وكذلك المتغير التابع . ويكون تكرار القياس هنا على المتغيرين المستقلين النوع والتعليم ( Winer et al ., 1991 ) - ويكون تصميم مثل هذه الدراسة كما يلي:

جدول ( ١١ - ٩ ) تصميم القياس المتكرر الثلاثي ( النوع الأول )

التعليم	النوع	الأفراد	فترات القياس			
			١	٢	٣	٤
تعليم ثانوي	ذكور	١				
		٢				
		٣				
		٤				
	إناث	٥				
		٦				
		٧				
		٨				
		٩				
تعليم عالي	ذكور	١٠				
		١١				
		١٢				
		١٣				
	إناث	١٤				
		١٥				
		١٦				
		١٧				
		١٨				

ويمكن تقسيم التباين الكلي الى الاقسام التالية :



ويتم اجراء تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثى لبيانات التصميم السابق بحساب مكونات التباين الكلى . ويتم ذلك بحساب مجموع المربعات الكلى ويليه حساب مجموع مربعات كل مصدر من مصادر التباين وهى :

١ - بين الافراد ، النوع ، ومستوى التعليم ، وتفاعل النوع  $\times$  التعليم ( ويحسب باستخدام مجموع مربعات خلايا النوع  $\times$  التعليم ) ، ثم الخطأ الاول وتحسب مربعاته باستخدام مجموع المربعات بين الافراد .

٢ - الفترات ، وتفاعل النوع  $\times$  الفترات ( ويحسب باستخدام مجموع مربعات خلايا النوع  $\times$  الفترات ) ، وتفاعل التعليم  $\times$  الفترات ( ويحسب باستخدام مجموع مربعات خلايا التعليم  $\times$  الفترات ) ، والتفاعل الثلاثى ( ويحسب باستخدام مجموع مربعات الخلايا الثلاثية النوع  $\times$  التعليم  $\times$  الفترات ) وأخيرا الخطأ الثانى ويحسب باستخدام مجموع المربعات السابقة ومجموع مربعات داخل الافراد .

وتوضع هذه المربعات ودرجات حريتها فى جدول تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثى ، حيث يتم حساب متوسط المربعات بقسمة مجموع مربعات كل قسم على درجات حريته . ويستخدم متوسط مربعات الخطأ الاول فى حساب قيم (ف) لكل من النوع ، ومستوى التعليم ، والتفاعل بينهما .

بينما يستخدم الخطأ الثانى لحساب قيم (ف) للفترات وتفاعلاتها الثنائية مع النوع والتعليم ، وكذلك التفاعل الثلاثى ( النوع  $\times$  التعليم  $\times$  الفترات ) .

ومن الواضح أن تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثى أكثر تعقيداً عن الثنائى ، ولذلك فإن مثل هذه التحليلات يمكن اجراؤها باستخدام الحاسوب على أن نوضح للحاسوب كيفية حساب مجموع مربعات الخطأ ، خاصة فى الحالة الثانية التى نوضحها فيما بعد .

أما فى حالة تعدد المتغيرات المستقلة ( أكثر من متغيرين مستقلين ) مع تكرار القياس فإن أسلوب التحليل يعتمد على نفس الطريقة الموضحة مع اضافة متغيرات جديدة وتفاعلاتها ، أما تباين الخطأ فيظل قسمين فقط : الأول لاختبار الفروق بين مستويات كل متغير مستقل وتفاعلات المتغيرات المستقلة مع بعضها البعض ، والثانى لاختبار الفروق بين فترات القياس وتفاعلاتها مع المتغيرات المستقلة .

رابعاً : تحليل تباين القياس المتكرر الثلاثي ( الحالة الثانية ) :

بعد هذا التصميم أكثر التصميمات تعقيداً ويحتاج إلى متخصص لتوضيح كيفية تحليل بياناته . فعند إجراء دراسة تتضمن متغيرين مستقلين مع فترات القياس ، ولكن تكرار القياس يكون على متغير مستقل واحد منهما بينما يكون المتغير المستقل الثاني ضمن الشروط التجريبية . ومثال ذلك إجراء دراسة على ثلاث مجموعات من العاملين بأحدى الهيئات ، حيث يتم عرضها لمواقف وظيفية معينة ( في الأسبوع الأول لشهر ما وفي الأسبوع الأخير مثلاً ) ويكون تكرار القياس مصاحب لكل موقف من الموقفين ، ويكون شكل التصميم كما يلي :

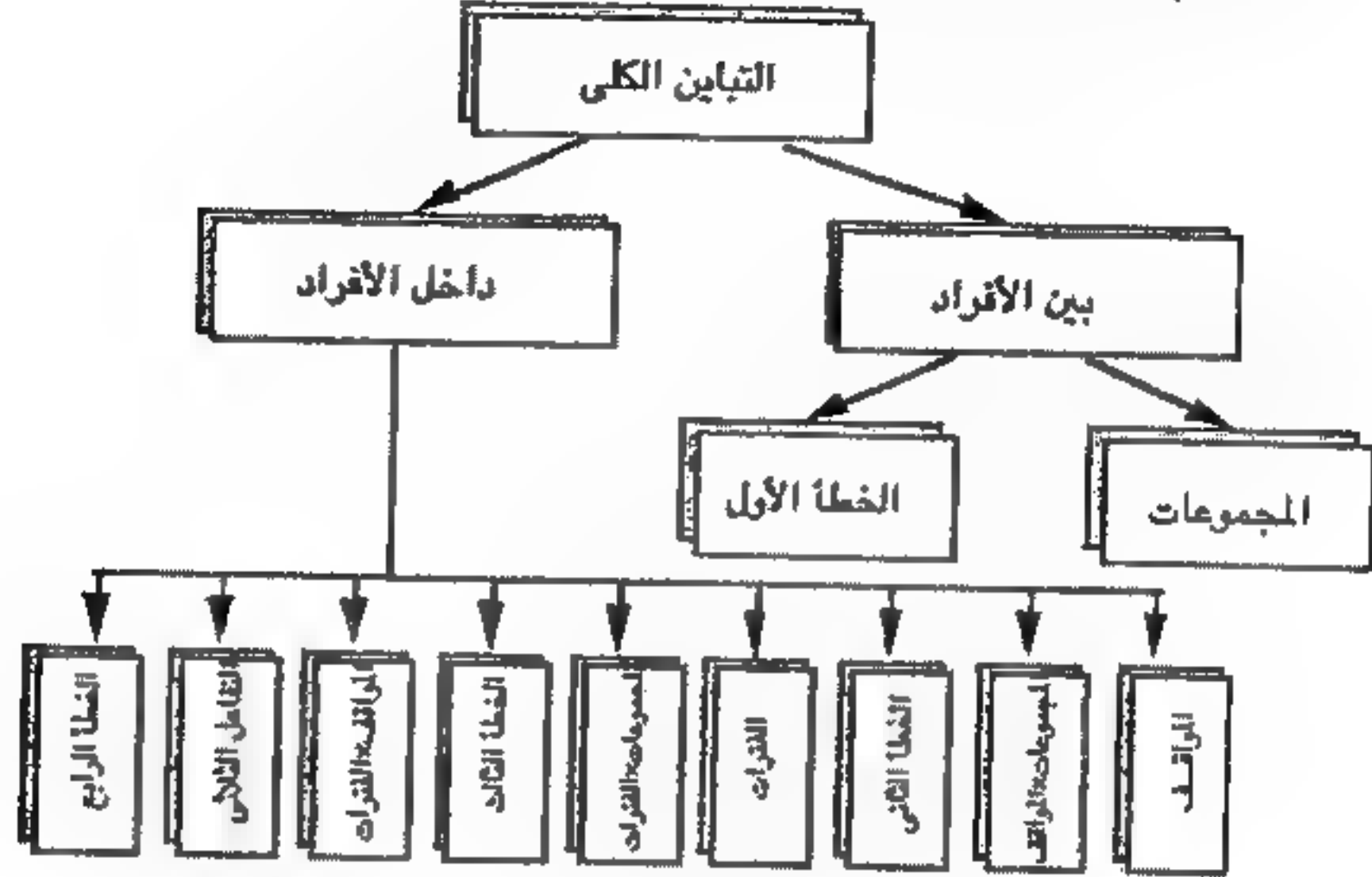
جدول ( ١١ - ١٠ ) تصميم القياس لمتكرر الثلاثي ( الحالة الثانية )

التعليم	الأفراد	الموقف الوظيفي الأول				الموقف الوظيفي الثاني			
		فترات القياس				فترات القياس			
		١	٢	٣	٤	١	٢	٣	٤
تعليم ثانوي	١								
	٢								
	٣								
	٤								
	٥								
	٦								
	٧								
تعليم ثانوي	٨								
	٩								
	١٠								
	١١								
	١٢								
	١٣								
	١٤								
تعليم عالي	١٥								
	١٦								
	١٧								
	١٨								
	١٩								
	٢٠								

وينقسم التباين الكلي في هذه الحالة إلى عدة أقسام مختلفة عن الحالة الأولى ، حيث يوجد أربعة أقسام لتباين الخطأ : الأول لاختبار الفروق بين مجموعات العاملين ، والثاني لاختبار الفروق الوظيفية وتفاعلها مع المجموعات ،

والثالث لاختبار الفروق بين فترات القياس وتفاعلها مع المجموعات ، أما الرابع فيستخدم لاختبار تفاعل الفترات مع المواقف ، والتفاعل الثلاثي ( المجموعات  $\times$  المواقف  $\times$  الفترات ) ( Winer et al ., 1991 ) . وهذه الأقسام المختلفة لتباين الخطأ تؤدي إلى زيادة تعقيد التحليل في هذه الحالة ، مما يستدعي إجراء التحليل باستخدام برامج Spss واستشارة أحد خبراء الإحصاء بشرط أن يحدد المبرمج كيفية حساب أقسام الخطأ .

وينقسم التباين الكلي في هذه الحالة إلى الأقسام التالية :



شكل ( ١١ - ٣ )

مكونات تباين تصميم القياس المتكرر الثلاثي ( الحالة الثانية )

وفي حالة استخدام أكثر من متغيرين مستقلين بالإضافة إلى المتغير المتضمن مع الفترات ( مثل المواقف الوظيفية ) فإن أسلوب تحليل البيانات يظل كما هو مع إضافة المتغيرات المستقلة إلى المصادر التي يستخدم معها الخطأ الأول بينما المتغير المتضمن ( المواقف الوظيفية ) وتفاعلاته مع المتغيرات المستقلة يضاف إلى مجموعة المصادر التي تستخدم الخطأ الثاني ، ومتغير فترات القياس وتفاعلاته مع المتغيرات المستقلة مع مجموعة الخطأ الثالث ، وأخيراً تفاعلات المتغير المتضمن مع الفترات وتفاعلات الدرجات الأعلى يستخدم معها الخطأ الرابع .

ومن الواضح أن تعقيد التحليلات الإحصائية هنا يزداد بزيادة المتغيرات المستقلة في تصميمات القياس المتكرر . ولذلك فإن هذه التحليلات يتم إجراؤها باستخدام برامج spss . ولكن نتصح بأن تكون التصميمات البحثية أكثر بساطة مما سبق ذكره ، وإلا فإن الأسلوب المناسب للتحليل يتم تحديده باستشارة أحد المتخصصين ، ويفضل استخدام أساليب التحليل متعددة المتغيرات Multivariate .

الفصل الثاني عشر  
تحليل التباين  
Analysis of Covariance







## الفصل الثاني عشر

### تحليل التغاير

عند إجراء دراسة وجمع بيانات عن متغير تابع باستخدام تصميم معين ، فإننا نجد العديد من المتغيرات الخارجية التي قد تؤثر على المتغير التابع موضع الدراسة . وبعض هذه المتغيرات الخارجية من المستحيل ضبطها ، كما أن البعض قد لا نلاحظه ، فإذا كان توزيع الافراد على مجموعات الدراسة عشوائيا ، فإننا نستطيع ضبط تباين المتغير التابع الذي يرجع الى تأثير المتغيرات الخارجية . وتحليل التغاير ( ANCOVA ) يقوم بدور مشابه لهذا حيث أنه يعزل آثار المتغيرات الخارجية من المتغير التابع ( Ferguson & Takane, 1989:391 ) .

وتوجد طرق أخرى مباشرة لضبط أثر المتغيرات الخارجية مثل : إعادة إجراء الدراسة Replication ، وتصميمات الوحدات العشوائية Randomized Block ، وتصميمات القياس المتكرر ، وغيرها . وهذه التصميمات يمكن استخدامها لضبط أثر مصادر التباين الخارجية .

أما تحليل التغاير فهو نوع من الضبط الاحصائي حيث يتم قياس متغير ( أو أكثر ) خارجي له أثر على المتغير التابع ، وذلك بهدف عزل أثر هذا المتغير الخارجي من المتغير التابع ( Winer et al, 1991 :739 ) .

فإذا كان الهدف من الدراسة تقويم فعالية عدة طرق للتدريس ، والمتغير التابع هو التحصيل الدراسي ، أما المتغير الخارجي ( المصاحب ) والذي له أثر على التحصيل هو الذكاء . فإذا أجبر المجرب على استخدام فصل كامل كوحدة تجريبية ، وهو أمر مقبول لأن الفصول تختلف في الذكاء . فإنه يستخدم تحليل التغاير لعزل أثر الذكاء من التحصيل . وقد تكون الدراسة للتعرف على فعالية المواقف الضاغطة على الثبات الانفعالي ، وفي هذه الحالة يكون المتغير الدخيل هو مستوى الثبات الانفعالي في المواقف غير الضاغطة أو قبل إجراء التجربة والذي يجب عزل أثره من القياس البعدي للثبات الانفعالي .

ويجب الحذر عند استخدام تحليل التغاير لعزل أثر القياس القبلي ، حيث

يجب قياسه قبل تطبيق المعالجات التجريبية . أما إذا تم القياس أثناء الدراسة فإنه يكون قد تأثر بالمعالجات ، وبالتالي فإن عزل أثره يؤدي إلى تقليل أثر المعالجات . كما أن محاولة عزل أكثر من متغير خارجي قد يؤدي إلى عزل الكثير من تباين المتغير التابع ولا نصل إلى نتائج تستحق الدراسة .

ويوجد نوعان من المتغيرات الخارجية التي تؤثر على المتغير التابع في العلوم الانسانية . الأول هو متغيرات تعد خصائص داخل الفرد المشترك في الدراسة . فمثلا قياس الذكاء والاتجاهات والتحصيل هي متغيرات تخص الفرد ذاته وبالتالي تتأثر بالمعالجات أثناء الدراسة ، والنوع الثاني هو متغيرات خارج الفرد مثل المستوى الاقتصادي والاجتماعي للأسرة ، أو عدد الأخوة ومثل هذه المتغيرات لا تتأثر بالمعالجات ( Ferguson & Takane , 1989 : 403 - 404 ) .

أما تعلم اللغة مثلا فيتأثر باتجاهات الطالب نحو مجموعته ، ولذلك يجب قياس مثل هذا المتغير قبل التدريس . وإذا تم قياسه أثناء التجربة فإن درجاته تتأثر بالمعالجة أو أن الاتجاه قد يتغير أثناء تعلم اللغة .

ويمكن استخدام المتغير الخارجي ( الدخيل ) كمتغير تصنيفي ، بمعنى تقسيم المتغير إلى مستويات ( الذكاء مثلا ) وإدخاله في تحليل التباين كمتغير مستقل . وبالتالي يصبح تحليل التباين الأحادي هو تحليل تباين ثنائي ، وبالطبع افتراضات تحليل التباين ليست متحفظة مثل افتراضات تحليل التباين ولكن من عيوب هذا الأسلوب إمكانية التوصل إلى مجموعات فرعية ( خلايا ) غير متساوية العدد ، مما يؤثر على تجانس هذه المجموعات .

وتحليل التباين يتضمن استخدام أسلوبين في التحليل هما الانحدار الخطي البسيط بين المتغير الخارجي والمتغير التابع لعزل أثر المتغير الخارجي ، ثم تحليل تباين الجزء المتبقى من المتغير التابع ( المتوسطات المعدلة للمجموعات ) والذي يرجع إلى تأثير المعالجات التجريبية . وهذه المتوسطات المعدلة للمجموعات توضح جزء من التباين في المتغير التابع بعد عزل أثر المتغير الخارجي . وعليه فإن تحليل التباين يستخدم كل من تحليل الانحدار وتحليل التباين ( Ferguson & Takane , 1989: 392)

وقد تم التوصل إلى تحليل التباين ونشر أول مثال عليه عام ١٩٣٢ . ويستخدم هذا الأسلوب بكثرة في البحوث التجريبية في مجالات العلوم المختلفة ومنها العلوم الانسانية ويطلق عليه أحيانا اسم تحليل التباين التلازمي نسبة إلى اسم

المتغير المصاحب ( الدخيل ) Variate . وعند استخدام تحليل التباين فاننا نهتم بتباين المتغير التابع وتباين المتغير الدخيل ، وتباين المتغيرين معا ، لكل مصادر التباين في تصميم تحليل التباين المستخدم ( أحادي أو ثنائي أو متعدد ) وعند استخدام تحليل التباين الاحادي فان مصادر التباين هي : بين المجموعات ، والخطأ ، والكلى ، أما تحليل التباين الثنائي فيشمل مصادر تباين مختلفة وهي : بين مجموعات المتغير المستقل (أ) ، وبين مجموعات المتغير المستقل (ب) ، وتفاعل المتغيرين المستقلين معا (أ ب) ، والخطأ ، والكلى . وبالطبع يتم حساب مجموع مربعات كل مصدر من هذه المصادر لكل من المتغيرين التابع والدخيل وحاصل ضربيهما .

### إفتراضات تحليل التباين :

ذكرنا أن أسلوب تحليل التباين هو دمج لأسلوبى تحليل الانحدار مع تحليل التباين ، ولذلك فإن إفتراضات تحليل التباين تتضمن افتراضات كلاهما بالإضافة الى افتراضات خاصة بتحليل التباين وهي :

تجانس معاملات انحدار المجموعات ، وعدم تأثير المتغير الخارجى (الدخيل) بالتجربة .

والافتراض الاخير سهل التأكد من اجراءات الدراسة ، أما الافتراض الأول ( تجانس معاملات الانحدار ) فيجب اختباره قبل أن نقرر صلاحية أسلوب تحليل التباين في تحليل البيانات . ويتطلب اختبار هذا الافتراض حساب مجموع مربعات المتغيرين التابع والدخيل ، وحاصل الضرب لكل مجموعة من المجموعات الفرعية . ثم حساب مجموع المربعات المعدلة لكل مجموعة بعد عزل أثر المتغير الدخيل ، وجمع هذه المربعات المعدلة ولترمز لها بالرمز (أ) . ثم نحسب مجموع المربعات داخل المجموعات بعد تعديلها ولترمز لها بالرمز (ب) . وتكون قيمة (ف) لاختبار شرط تجانس معاملات الانحدار من المعادلة :

$$F = \frac{(b - a) + (k - 1)}{a \div (n - 2 - k)} \text{ بدرجات حرية } (k - 1), (n - 2 - k)$$

حيث ن عدد الأفراد الكلى ، ك عدد مستويات المتغير المستقل (المعالجات) ويمكن إعادة صياغة المعادلة لغويا كما يلى :

$$F = \frac{[\text{مجموع المربعات داخل المجموعات بعد تعديلها} - \text{مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات}] \div (k - 1)}{\text{مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات} + (n - 2 - k)}$$

و نقارن قيمة ف الناتجة بالقيمة الجدولية بدرجات حرية ( ك-١ ) ،  
( ن-٢ ك ) . فإذا كانت ف غير دالة فإن افتراض تجانس معاملات الانحدار  
يتحقق، وإذا كانت دالة فلا يجوز استخدام تحليل التباين لتلك البيانات

( Ferguson & Takane, 1989: 401 ; winer et al , 1991 : 765)

وإذا قام الباحث بإجراء التحليل مع عدم توفر شرط تجانس معاملات  
الانحدار فإن نتائج لا معنى لها وليس لها تفسير صحيح

ويمكن الابتعاد عن هذه المشكلة بطريقة بسيطة ( ولكنها صعبة التنفيذ )  
وهي توزيع الافراد عشوائيا على المعالجات التجريبية ، مع عدم تأثير المتغير  
الدخيل بالمعالجات ( قياسه قبل اجراء التجربة ) ، وعندئذ لا داعي لاختبار  
افتراض تجانس معاملات الانحدار ( winer et al , 1991 : 768 )

#### أولاً: تحليل التباين الاحادي : One - way ANCOVA

يتضمن تحليل التباين الاحادي متغيرا مستقلا ( المعالجات ) ومتغير تابع  
ومتغير خارجي ( دخيل ) . ويتم حساب مجموع مربعات مصادر التباين ( بين  
المجموعات ، والخطأ ، والكل ) لكل من المتغير التابع والخارجي بالإضافة الى  
حواصل ضربهما . وفيما يلي خطوات تحليل التباين الاحادي :

- ١ - إيجاد مجموع درجات كل مجموعة والمجموع الكلي للمتغيرين التابع (مج  
س ) والخارجي ( مج ص ) .
- ٢ - إيجاد مجموع مربعات المتغيرين التابع ( مج س<sup>٢</sup> ) والخارجي ( مج ص<sup>٢</sup> ) ،  
وحاصل الضرب ( مج س ص ) .
- ٣ - حساب مجموع المربعات الكلي ، ومجموع مربعات المجموعات ، ومجموع  
مربعات الخطأ للمتغير التابع ( س ) .
- ٤ - حساب مجموع المربعات الكلي ، ومجموع مربعات المجموعات ، ومجموع  
مربعات الخطأ للمتغير الخارجي ( ص ) .
- ٥ - حساب مجموع حواصل الضرب ( س ص ) الكلي ، وبين المجموعات ،  
والخطأ .
- ٦ - وضع النواتج في جدول تحليل التباين ودرجات حرية كل منها .
- ٧ - حساب مجموع المربعات الكلي المعدل للمتغير التابع بطرح مربع حواصل

- الضرب الكلي مقسومة على مجموع المربعات الكلي للمتغير الخارجى .
- ٨ - حساب مجموع مربعات الخطأ المعدل للمتغير التابع بطرح مربع حواصل الضرب للخطأ مقسومة على مجموع مربعات الخطأ للمتغير الخارجى .
- ٩ - حساب مجموع مربعات بين المجموعات المعدل للمتغير التابع بطرح ناتج الخطوة (٧) من ناتج الخطوة (٨) .
- ١٠ - وضع درجات حرية المجموعات كما هي ، بينما درجات حرية الخطأ تقل درجة بسبب عزل أثر المتغير الخارجى .
- ١١ - حساب متوسط مربعات المجموعات ، ومتوسط مربعات الخطأ ، وقيمة (ف) ثم مقارنتها بالقيمة الجدولية .
- ١٢ - إذا كانت قيمة (ف) المحسوبة دالة فيتم حساب متوسطات المجموعات المعدل لأجراء المقارنات المتعددة بين هذه المتوسطات .
- وحساب المتوسطات المعدلة يتطلب حساب معامل انحدار ( س على ص ) من المعادلة

$$\text{معامل الانحدار (ب)} = \frac{\text{مجموع حواصل ضرب س ص للخطأ}}{\text{مجموع مربعات س للخطأ}}$$

ويكون المتوسط المعدل للمجموعة

- = متوسط المجموعة فى المتغير التابع - معامل الانحدار [ متوسط المجموعة فى المتغير الخارجى - المتوسط العام للمتغير الخارجى ]
- م ص المعدل = م ص هـ - ب [ م ص هـ - م ص ]
- حيث س ، ص ترمز للمتغيرين التابع والخارجى ، ك ترمز للمجموعة ( أو المعالجة ) .

مثال ( ١ ) : أجريت دراسة لبحث الفروق بين أربع طرق لتنمية المهارت الاجتماعية وتم قياس الانطواء لعزل أثره من المتغير التابع ( الدور الاجتماعى ) . وبعد تطبيق المعالجات ، كانت البيانات كما يلى :

## جدول ( ١٢ - ١ )

درجات الإنطواء والدور الإجتماعي بإستخدام طرق تنمية المهارات الإجتماعية

طريقة (١)		طريقة (٢)		طريقة (٣)		طريقة (٤)	
الانطواء	الدور	الانطواء	الدور	الانطواء	الدور	الانطواء	الدور
٧	٤	٦	٤	٩	٥	٥	٦
٥	٣	١٠	٧	١٠	٤	٨	٧
٩	٣	٧	٥	٩	٣	٧	٨
٨	٤	٨	٦	٨	٣	٩	٧
١٠	٦	٩	٦	٧	٢	١٠	٩
٦	٣					٦	٥
٤٥	٢٣	٤٠	٢٨	٤٣	١٧	٤٥	٤٢

١ - مجموع درجات الإنطواء ( مج ص ) = ١٧٣ ، مج درجات الدور ( مج س ) = ١١٠ ، مج س ص = ٨٨٦ .

٢ - مجموع مربعات درجات الإنطواء ( مج ص<sup>٢</sup> ) = ١٤١٥ ،  
مجموع مربعات درجات الدور ( مج س<sup>٢</sup> ) = ٦٢٤ .

٣ - ( أ ) مجموع المربعات الكلى ( للانطواء ) = مج ص<sup>٢</sup> =  $\frac{(\text{مج ص})^2}{ن}$

$$= \frac{(173)^2}{22} - 1415 = 54,59$$

( ب ) مجموع مربعات بين المجموعات ( للانطواء ) =

$$= \frac{(173)^2}{22} - \frac{(45)^2}{6} - \frac{(43)^2}{5} - \frac{(40)^2}{5} - \frac{(45)^2}{6} = 4,39$$

( ج ) مجموع مربعات الخطأ ( للانطواء ) = ٤,٣٩ - ٥٤,٥٩ = ٥٠,٢٠

٤ - ( أ ) مجموع المربعات الكلى ( للدور الاجتماعي ) = مج س<sup>٢</sup> =  $\frac{(\text{مج س})^2}{ن}$

$$= \frac{(110)^2}{22} - 624 = 74$$

(ب) مجموع مربعات بين المجموعات (للدور الاجتماعي) =

$$46,77 = \frac{^2(110)}{22} - \frac{^2(42)}{5} + \frac{^2(17)}{5} + \frac{^2(28)}{5} + \frac{^2(23)}{6}$$

(ج) مجموع مربعات الخطأ (للدور الاجتماعي) =  $46,77 - 74 = 27,23$

٥ - (أ) مجموع حواصل الضرب الكلي = مج س ص -  $\frac{\text{مج س} \times \text{مج ص}}{\text{ن}}$

$$21 = \frac{173 \times 110}{22} - 886 =$$

(ب) مجموع حواصل الضرب بين المجموعات

$$\frac{173 \times 110}{22} - \frac{42 \times 45}{6} + \frac{17 \times 43}{5} + \frac{28 \times 40}{5} + \frac{23 \times 45}{6} =$$

=  $7,3$  (بالطبع من الممكن أن تكون حواصل الضرب سالبة)

(ج) مجموع حواصل الضرب للخطأ =  $21 - (7,3) = 28,3$

٦ - نضع البيانات السابقة في جدول تحليل التباين الأحادي

٧ - مجموع المربعات الكلي المعدل (الدور)

= مج مربعات الكلي (للدور) -  $\frac{\text{مربع مجموع حواصل الضرب الكلي}}{\text{مج مربعات الكلي (للاخطاء)}}$

$$65,92 = \frac{^2(21)}{54,59} - 74 =$$

٨ - مجموع مربعات الخطأ المعدل (للدور الاجتماعي)

= مج مربعات الخطأ (للدور) -  $\frac{\text{مربع مج حواصل الضرب للخطأ}}{\text{مج مربعات الخطأ (للاخطاء)}}$

$$11,28 = \frac{^2(28,3)}{50,20} - 27,23 =$$

جدول ( ١٢ - ٢ ) تحليل التباين الأحادي بين المجموعات  
في الدرجات السلوك العدوانى

مصدر التباين	مجموع المربعات ومواصل المترب			د ح	مج المربعات المعدل	د ح المعدلة	متوسط المربعات	ف
	مربعات الدور	مع مواصل المترب	مربعات الانطواء					
بين المجموعات	٤٦,٧٧	٧,٣ -	٤,٣٩	٣	٦٥,٩٢ = ١١,٢	٣	١٨,٢١	٢٧,٥٩ دالة عند
الخطأ	٢٧,٢٣	٢٨,٣	٥٠,٢	١٨	٢٧,٢٣ - $\frac{^2(٢٨,٣)}{٥٠,٢}$	١٧	٠,٦٦	٠,٠٠١
الكلى	٧٤	٢١	٥٤,٥٩	٢١	٧٤ - $\frac{^2(٢١)}{٥٤,٥٩}$			

٩ - مجموع مربعات بين المجموعات المعدل ( للدور الاجتماعى )

= مجموع المربعات الكلى المعدل - مجموع مربعات الخطأ المعدل

$$= ٦٥,٩٢ - ١١,٢٨ = ٥٤,٦٤$$

١٠ - درجات حرية الخطأ المعدلة = درجات حرية الخطأ - ١ = ١٨ - ١ = ١٧

١١ - نحسب متوسط المربعات بين المجموعات بالقسمة على درجات حريتها (٣)

$$= ٥٤,٦٤ \div ٣ = ١٨,٢١$$

$$\text{متوسط مربعات الخطأ} = \frac{١١,٢٨}{١٧} = ٠,٦٦$$

$$\text{قيمة ف} = \frac{١٨,٢١}{٠,٦٦} = ٢٧,٥٩ \text{ بدرجات حرية } (٣, ١٧) \text{ وهى دالة عند } ٠,٠٠١$$



١٢ - نحسب المتوسطات المعدلة للمجموعات حتى يمكن إجراء المقارنات المتعددة بين هذه المتوسطات.

$$\text{معامل انحدار (الدور على الانطواء)} = \frac{\text{مجموع حواصل الضرب للخطأ}}{\text{مجموع مربعات الخطأ (للاخطواء)}}$$

$$0.064 = \frac{28.2}{447.2}$$

$$\text{المتوسط المعدل للمجموعة الاولى} = \frac{23}{6} - 0.064 \left( \frac{173}{22} - \frac{40}{6} \right)$$

$$= 3.83 - 0.064 (7.86 - 6.67) \\ = 3.83 - 0.0078 = 3.822$$

$$\text{المتوسط المعدل للمجموعة الثانية} = \frac{28}{5} - 0.064 \left( 7.86 - \frac{40}{5} \right)$$

$$= 5.6 - 0.14 \times 0.064 = 5.51$$

$$\text{المتوسط المعدل للمجموعة الثالثة} = \frac{17}{5} - 0.064 \left( 7.86 - \frac{43}{5} \right)$$

$$= 3.4 - 0.74 \times 0.064 = 3.48$$

$$\text{المتوسط المعدل للمجموعة الرابعة} = \frac{42}{6} - 0.064 \left( 7.86 - \frac{45}{6} \right)$$

$$= 7 - 0.36 \times 0.064 = 6.98$$

$$= 7 - 0.27 = 6.73$$

وإذا استخدمنا طريقة توكي لمقارنات بين المتوسطات عند مستوى دلالة 0.05 فإن:

$$Q = \text{مدى توكي} = \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ}}{n}} \times 3.63 = \sqrt{\frac{0.76}{5.45}} \times 3.63 = 1.26$$

حيث ٥,٤٥ هي الوسط التوافقي لأحجام المجموعات  
ثم نقارن الفروق بين المتوسطات المعدلة مع مدى توكي (جدول ١٢ - ٣)  
جدول ( ١٢ - ٣ ) فروق المتوسطات

المتوسطات	مج ٣ (٢,٩٨)	مج ١ (٤,٠٣)	مج ٢ (٥,٥٢)	مج ٤ (٦,٨٠)	مدى توكي
مج ٣	—	١,٠٥	٢,٥٤	٢,٨٢	١,٢٦
مج ١	—	—	١,٤٩	٢,٧٧	
مج ٢	—	—	—	١,٢٨	
الضابطة	—	—	—	—	

ويتضح من جدول ( ١٢ - ٣ ) وجود فروق دالة بين متوسط المجموعة الرابعة ومتوسطات المجموعات الثلاث ، كما توجد فروقاً دالة بين متوسط المجموعة لثانية ومتوسطي المجموعتين الأولى والثالثة ، أما إذا استخدمنا طريقة شفيه فإن المدى =  $\sqrt{\frac{2 \times 1,66 \times 3,2 \times 3}{5,45}}$  = ١,٥٢ وبالتالي يختلف القرار .

حجم التأثير (مربع أوميغا) =

$$= \frac{\text{مج مربعات بين المجموعات المعدل} - (\text{ك} - 1) \text{ متوسط مربعات الخطأ المعدل}}{\text{مج للمربعات الكلي المعدل} + \text{متوسط مربعات الخطأ المعدل}}$$

$$= \frac{0,66 \times (1 - 4) - 54,64}{0,66 + 65,92} = \frac{52,66}{66,58} = 0,79$$

ويعنى هذا أن ٧٩ ٪ من تباين المتغير التابع ( الدور الاجتماعي المعدل ) يرجع الى الطرق المستخدمة .

إختبار شرط تجانس معاملات الانحدار :

يتطلب إجراء اختبار شرط تجانس معاملات الانحدار حساب مجموع مربعات كل مجموعة على حدة في الانطواء والدور الاجتماعي وخواصل الضرب ، ثم تعديل مجموع مربعات المجموعات في الدور الاجتماعي بعزل أثر الانطواء من كل مجموعة على حدة أيضا . وكذلك حساب مجموع المربعات

داخل المجموعات وتعديلها بعزل أثر الانطواء والتي رمزنا إليها بالرمز (ب) -

ونطبق القانون :

$$ف = \frac{[\text{مجموع المربعات داخل المجموعات بعد تعديلها} - \text{مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات}] \div (ك - ١)}{\text{مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات} \div (ن - ٢ - ك)}$$

$$= \frac{(ب - أ) \div (ك - ١)}{(ن - ٢ - ك)}$$

حيث أ = حاصل جمع مجموع المربعات المعدلة لكل المجموعات ويوضح الجدول (١٢-٤) مجموع مربعات كل مجموعة في الانطواء والدور الاجتماعي وحاصل الضرب باستخدام بيانات جدول (١٢-١)، وكذلك مجموع المربعات المعدلة لكل مجموعة

جدول (١٢ - ٤)

المجموعة	م.ج. مربعات الدور	م.ج. حواصل الضرب	م.ج. مربعات الانطواء	م.ج. المربعات (الدور) المعدل
١	٦,٨٣	٧,٥	١٧,٥	$٣,٦٢ = \frac{٧(٧,٥)}{١٧,٥} - ٦,٨٣$
٢	٥,٢	٧	١٠	$٠,٣ = \frac{٧(٧)}{١٠} - ٥,٢$
٣	٥,٢	٣,٨	٥,٢	$٢,٤٢ = \frac{٣(٣,٨)}{٥,٢} - ٢,٥$
الظابطة	١٠	١٠	١٧,٥	$٤,٢٩ = \frac{١٠(١٠)}{١٧,٥} - ١٠$
المجموع	٢٧,٢٣	٢٨,٣	٥٠,٢	١٠,٦٣

تم حساب بيانات جدول (١٢ - ٤) على النحو التالي :

$$\text{مجموع مربعات الدور للمجموعة الأولى} = ٩٥ = \frac{٢٣(٢٣)}{٦} - ٦,٨٣$$

$$\text{ومجموع حواصل الضرب للمجموعة الأولى} = ١٨٠ = \frac{٤٥ \times ٢٣}{٦} - ٧,٥$$

$$\text{ومجموع مربعات الانطواء للمجموعة الأولى} = ٣٥٥ = \frac{٦٢(٤٥)}{٦} - ١٧,٥$$

وهكذا لبقية المجموعات في جدول (١٢ - ٤)

$$\text{مجموع مربعات داخل المجموعات المعدل} = 27,23 - \frac{(28,2)^2}{50,2} = 11,28$$

$$ف = \frac{0,22}{0,76} = \frac{(1-4) \div (10,63 - 11,28)}{(4 \times 2 - 22) \div 10,63}$$

بدرجات حرية ( 3 ، 14 ) وهي غير دالة لأن قيمة ف ( 3 ، 14 ، 0,05 ) = 3,63 وبالتالي يتحقق شرط تجانس معاملات انحدار المجموعات .

ثانيا : تحليل التباين الثنائي : Two - way ANCOVA

إذا كانت الدراسة تتضمن متغيرين مستقلين مع المتغير التابع والمتغير الخارجى ( الدخيل ) ، فإننا نستخدم أسلوب تحليل التباين الثنائي .  
وأجراء تحليل التباين الثنائي أكثر تعقيدا من الأحادى وذلك لأنه يتضمن متغير مستقل ثانى بالإضافة الى تفاعل المتغيرين المستقلين .

وسوف نجمل الخطوات فيما يلى :

- ١ - حساب مجموع درجات الخلايا للمجموعات الفرعية وللمتغيرين التابع والخارجى .
- ٢ - حساب مجموع الدرجات الكلى للمتغيرين التابع والخارجى ( مج س ، مج ص ) ومجموع المربعات وحواصل الضرب ( مج س<sup>٢</sup> ، مج ص<sup>٢</sup> ، مج س ص )
- ٣ - حساب مجموع مربعات مصادر التباين : الكلى للمتغير المستقل الاول ، والمتغير المستقل الثانى ، والتفاعل بينهما ، والخطأ لدرجات المتغير التابع .
- ٤ - حساب مجموع مربعات مصادر التباين السابقة لدرجات المتغير الخارجى .
- ٥ - حساب مجموع حواصل الضرب لمصادر التباين السابقة
- ٦ - وضع نتائج الخطوات ٣ ، ٤ ، ٥ فى جدول تحليل التباين الثنائي .
- ٧ - حساب مجموع المربعات المعدل ( بعد عزل أثر المتغير الخارجى من المتغير التابع ) لكل مصدر من مصادر التباين المبينة سابقا .
- ٨ - حساب درجات الحرية للمعدة .
- ٩ - إيجاد متوسط مربعات الخطأ لكل مصدر من مصادر التباين ثم حساب قيم ( ف ) ومقارنتها بالقيم الجدولية .
- ١٠ - إذا وجدت فروقا دالة بين مستويات أحد المتغيرين المستقلين أو كليهما ،

نحسب متوسطات الدرجات المعدلة للمستويات ، ثم نجرى المقارنات بين المتوسطات باستخدام إحدى طرق المقارنات المتعددة .

١١ - إذا وجد تفاعل دال ، نقوم برسم المتوسطات المعدلة للخلايا ونستخدمه في تفسير الفروق بين المجموعات .

مثال (٢) : أجرى باحث دراسة لمقارنة ثلاثة أساليب للإرشاد الأسري ودورها في حل المشكلات الأسرية ، وطبق الأساليب على ثلاث مجموعات من الذكور والإناث المتزوجين ، ولأن الاتجاه نحو العلاقات الأسرية له دور في المشكلات الأسرية . فقام الباحث بقياسه قبل استخدام أساليب الإرشاد حتى لا يتأثر بها .

جدول ( ١٢ - ٥ ) أساليب الإرشاد ودرجات المشكلات الأسرية والاتجاه نحو العلاقات الأسرية

الأسلوب	الأول		الثاني		الثالث		المجموع	
	م. أسرية	اتجاه	م. أسرية	اتجاه	م. أسرية	اتجاه	م. أسرية	اتجاه
النوع	م	ص	م	ص	م	ص	م	ص
ذكور	٣	٨	٢	١٤	٣	١٦		
	٥	١٦	١	١١	٢	١٠		
	١	١٠	٨	٢٠	١	١٤		
	٩	٢٤	٧	١٥	٢	١٤		
			٤	١٢	٦	٢٢		
					٢	١٦		
	(١٨)	(٥٨)	(٢٢)	(٧٢)	(١٦)	(٩٢)	٥٦	٢٢٢
إناث	٧	١٨	صفر	٨	صفر	١٠		
	صفر	٧	٤	١٦	١	١٥		
	٤	١٠	٨	٢٠	٩	٢٦		
	٦	١٥	٥	١٨	٤	١٨		
	٩	٢٣			٤	١٨		
					٧	٢٦		
	(٢٦)	(٧٣)	(١٧)	(٦٢)	(٢٣)	(١٣٧)	٧٦	٢٧٢
المجموع	٤٤	١٣١	٣٩	١٣٤	٤٩	٢٢٩	١٣٢	٤٩٤

مجموع م = ٨٢٢ ، مجموع ص = ٨٧٤٢ ، مجموع م ص = ٢٥٠٠

ولاجراء التحليل نقوم بحساب مجموع درجات الخلايا لكل من المشكلات الاسرية والاتجاه نحو العلاقات الاسرية ، وكذلك المجموع الكلى للذكور والاناث ومجموعهما معا ، ومجموع مربعات الدرجات للمتغيرين وحواصل الضرب وقد تم تدوين تلك البيانات بالجدول ( ١٢ - ٥ ) ، لاحظ أن عدد أفراد كل مجموعة صغير لتبسيط العمليات الحسابية فقط .

ثم نقوم بحساب مجموع مربعات كل مصدر من مصادر التباين لكل من المتغيرين : المشكلات الاسرية (س) ، الاتجاه نحو العلاقات الاسرية (ص) ، وحواصل الضرب .

( أ ) متغير المشكلات الاسرية :

$$١ - \text{مجموع المربعات الكلى} = ٨٢٢ - \frac{١(١٣٢)}{٣١} = ٢٥٩,٩٤$$

$$٢ - \text{مجموع مربعات النوع} = \frac{١(١٣٢)}{٣١} - \frac{١(٧٦)}{١٦} + \frac{١(٥٦)}{١٥} = ٨,٠١$$

$$٣ - \text{مجموع مربعات الأساليب} = \frac{١(١٣٢)}{٣١} - \frac{١(٤٩)}{١٣} + \frac{١(٣٩)}{٩} + \frac{١(٤٤)}{٩} = ٦,٧٤$$

$$٤ - \text{مجموع مربعات خلايا النوع} \times \text{الأساليب} =$$

$$= \frac{١(١٣٢)}{٣١} - \frac{١(٣٣)}{٧} + \dots + \frac{١(٢٦)}{٥} + \frac{١(١٨)}{٤} = ٢١,٤٣$$

$$٥ - \text{مجموع مربعات تفاعل النوع} \times \text{الأساليب} = ٢١,٤٣ - ٨,٠١ - ٦,٧٤ =$$

$$٦,٦٨ =$$

$$٦ - \text{مجموع مربعات الخطأ} = ٢٥٩,٩٤ - ٢١,٤٣ - ٦,٦٨ = ٢٣١,٨٣$$

(ب) متغير الاتجاه نحو العلاقات الاسرية :

$$1 - \text{مجموع المربعات الكلي} = 8742 - \frac{\sum (494)^2}{31} = 869,87$$

$$2 - \text{مجموع مربعات النوع} = \frac{\sum (494)^2}{31} - \frac{\sum (272)^2}{16} + \frac{\sum (222)^2}{10} = 37,47$$

3 - مجموع مربعات الاساليب =

$$63,68 = \frac{\sum (494)^2}{31} - \frac{\sum (229)^2}{13} + \frac{\sum (134)^2}{9} + \frac{\sum (131)^2}{9}$$

4 - مجموع مربعات خلايا النوع  $\times$  الاساليب =

$$\frac{\sum (494)^2}{31} - \frac{\sum (137)^2}{7} + \dots + \frac{\sum (72)^2}{5} + \frac{\sum (58)^2}{4} =$$

$$124,42 =$$

5 - مجموع مربعات تفاعل النوع  $\times$  الاساليب =  $63,68 - 37,47 - 124,42 =$ 

$$23,27 =$$

6 - مجموع مربعات الخطأ =  $869,87 - 124,42 - 23,27 = 740,44$ 

(ج) حواصل الضرب :

$$1 - \text{مجموع حواصل الضرب الكلي} = 2500 - \frac{494 \times 132}{31} = 396,52$$

$$2 - \text{مجموع حواصل الضرب للنوع} = \frac{494 \times 132}{31} - \frac{272 \times 76}{16} + \frac{222 \times 56}{10} =$$

$$17,32 =$$

3 - مجموع حواصل الضرب للاساليب

$$\frac{494 \times 132}{31} - \frac{229 \times 49}{13} + \frac{134 \times 39}{9} + \frac{131 \times 44}{9} =$$

$$19,22 =$$

٤ - مجموع حواصل الضرب للخلايا النوع  $\times$  الأساليب

$$\frac{494 \times 122}{31} + \frac{137 \times 23}{7} + \dots + \frac{73 \times 26}{5} + \frac{58 \times 18}{4} = 861$$

٥ - مجموع حواصل الضرب للتفاعل النوع  $\times$  الأساليب

$$= 17,32 - 8,61 = (19,22) - 10,51$$

٦ - مجموع حواصل الضرب للخطأ  $= 296,52 - 8,61 = 287,91$

ثم نضع البيانات في جدول تحليل التباين الثنائي

جدول (١٢ - ٦) تحليل التباين الثنائي (النوع  $\times$  الأساليب) لدرجات المشكلات الاسرية والاتجاه نحو العلاقات الاسرية (متغير خارجي)

مصدر التباين	مجموع المربعات وحاصل الضرب			د ج	مجموع المربعات المعدل	د ح المعدل	متوسط المربعات	ف
	س	س س	س س س					
النوع	٨,٠١	١٧,٣٢	٣٧,٤٧	١	٠,١٣	١	٠,١٣	٠,٠٨ غير دال
الأساليب	٦,٧٤	١٩,٢٢	٦٣,٦٨	٢	٤٠,٦	٢	٢٠,٣	١٣,٢٧ دال عند ٠,٠٠
التفاعل	٦,٦٨	١٠,٥١	٢٣,٢٧	٢	٢,٠٤	٢	١,٠٢	٠,٦٧ غير دال
الخطأ	٢٣٨,٥١	٢٨٧,٩١	٧٤٥,٤٥	٢٥	٣٦,٦٥	٢٤	١,٥٣	
الكل	٢٥٩,٩٤	٣٩٦,٥٢	٨٦٩,٨٧	٣٠	٧٩,١٩			

$$\text{مجموع المربعات الكلية المعدل} = 259,94 = \frac{(396,52)^2}{869,87} - 79,19$$

$$\text{مجموع مربعات الخطأ المعدل} = 238,51 = \frac{(287,91)^2}{745,45} - 36,65$$



مجموع مربعات النوع المعدل = مجموع مربعات النوع (س) + مج مربعات الخطأ (س)

$$\frac{(مج حواصل الضرب للنوع + مج حواصل الضرب للخطأ)^2}{(مج مربعات للنوع (ص) + مج مربعات للخطأ (ص))}$$

$$- مج مربعات الخطأ المعدل$$

$$36,60 - \frac{(287,9 + 17,22)^2}{(740,40 + 27,47)} - 238,01 + 8,01 =$$

$$0,13 = 36,60 - 209,74 - 246,02 =$$

مجموع مربعات الاساليب المعدل

= مجموع مربعات الاساليب (س) + مج مربعات الخطأ (س)

$$\frac{(مج حواصل الضرب للاساليب + مج حواصل الضرب للخطأ)^2}{(مج مربعات الاساليب (ص) + مج مربعات للخطأ (ص))}$$

$$- مج مربعات الخطأ المعدل$$

$$36,60 - \frac{(287,91 + 19,22)^2}{(740,40 + 23,68)} - 238,01 + 6,74 =$$

$$40,60 = 36,60 - 168 - 240,20 =$$

مجموع مربعات التفاعل المعدل

= مجموع مربعات التفاعل (س) + مج مربعات الخطأ (س)

$$\frac{(مج حواصل الضرب التفاعل + مج حواصل الضرب للخطأ)^2}{(مج مربعات التفاعل (ص) + مج مربعات الخطأ (ص))}$$

$$- مج مربعات الخطأ المعدل$$

$$36,60 - \frac{(287,91 + 10,01)^2}{(740,40 + 23,27)} - 238,01 + 6,68 =$$

$$2,04 = 36,60 - 206,50 - 240,19 =$$

وبوضع مجموع المربعات المعدلة بالجدول وحساب متوسط المربعات وقيم (ف) يتضح أن قيمتي ف للنوع والتفاعل غير دالة ، بينما قيمة (ف) للأساليب (١٣,٢٧) دالة عند مستوى ٠,٠٠١

ولمعرفة أي الأساليب أفضل من الأخرى نحسب المتوسطات المعدلة ثم نقارن بينها بأحدى طرق المقارنات المتعددة .

$$0,52 = \frac{387,91}{745,45} = \frac{\text{م.ج حواصل الضرب للخطأ}}{\text{م.ج مربعات الخطأ (ص)}} = \text{معامل انحدار (س على ص)}$$

$$\text{المتوسط المعدل للأسلوب الأول} = \frac{44}{9} - 0,52 \left( \frac{494}{31} - \frac{131}{9} \right)$$

$$= 4,89 - 0,52 (15,94 - 14,56)$$

$$= 4,89 - 0,52 (1,38) = 0,6$$

$$\text{المتوسط المعدل للأسلوب الثاني} = \frac{39}{9} - 0,52 \left( \frac{494}{31} - \frac{134}{9} \right)$$

$$= 4,33 - 0,52 (15,94 - 14,89)$$

$$\text{المتوسط المعدل للأسلوب الثالث} = \frac{49}{13} - 0,52 \left( \frac{494}{31} - \frac{229}{13} \right)$$

$$= 3,77 - 0,52 (15,94 - 17,62)$$

وإذا استخدمنا طريقة توكي عند مستوى ٠,٠٥ فإن :

$$\text{مدى توكي} = q \times \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الخطأ المعدل}}{n}}$$

$$= 3,02 \times \sqrt{\frac{1,03}{10,03}} = 1,38$$

ثم نقارن مدى توكي مع فروق المتوسطات المعدلة ( جدول ١٢ - ٧ )  
جدول ( ١٢ - ٧ ) فروق المتوسطات المعدلة ومدى توكي

الأسلوب	الثالث ٢,٩	الثاني ٤,٨٨	الأول ٥,٦	مدى توكي
الثالث	—	١,٩٨	٢,٧	١,٣٨
الثاني		—	٠,٧٢	
الأول			—	

ويتضح من جدول ( ١٢ - ٧ ) وجود فروق دالة بين متوسط درجات الاسلوب الثالث وكل من متوسطي الاسلوبين الاول والثاني ، ولا يوجد فرق دال بين متوسطي الاسلوبين الاول والثاني .

حجم التأثير للاساليب ( مربع أوميغا ) =

مجم مربعات الاساليب المعدل - ( ك - ١ ) متوسط مربعات الخطأ المعدل  
=  $\frac{\text{مجم المربعات الكلي المعدل} + \text{متوسط مربعات الخطأ المعدل}}{\text{مجم مربعات الاساليب المعدل} - ( \text{ك} - ١ ) \text{ متوسط مربعات الخطأ المعدل}}$

$$= \frac{٤٠,٦ - ١,٥٣ \times ( ١ - ٣ )}{١,٥٣ + ٧٩,١٩} = ٠,٤٦٥$$

وهي تعني أن ٤٦,٥ ٪ من تباين درجات المشكلات الاسرية ترجع لاساليب الارشاد الأسري المستخدمة .

### ثالثاً: تحليل التباين في حالة القياس المتكرر :

إذا أجريت دراسة تجريبية وتم قياس قبلي وبعدى للمتغير التابع فإننا نجرى اختبار بين المجموعات في درجات القياس القبلي ، فإذا لم نجد فروقاً بين متوسطات المجموعات ، فإننا نقوم باختبار الفروق بين المجموعات في درجات القياس البعدي فقط .

أما إذا وجدنا فروقاً دالة بين متوسطات المجموعات في القياس القبلي ، فإننا نستخدم أسلوب تحليل التباين لعزل أثر القياس القبلي من القياس البعدي .

أما في حالة وجود متغيرين وأجراء قياس قبلي لهما وقياس بعدي للمتغير التابع فإننا نستخدم أسلوب تحليل التباين مع القياس المتكرر .

**مثال (٣) :** أجريت دراسة تجريبية لتعديل السلوك العدواني للأطفال واستخدمت طريقتين للعلاج وتم قياس السلوك العدواني قبل وبعد التجربة ومفهوم الذات قبل التجربة وكانت البيانات كما يلي : (عدد أفراد كل خلية متساوي وصغير لتبسيط خطوات الحل فقط) .

جدول ( ١٢ - ٨ )

السلوك العدواني ومفهوم الذات لمجموعتين من الأطفال ( قياس قبلي وبعدى )

الطريقة	الأفراد	القياس القبلي		القياس البعدي		المجموع	
		مفهوم الذات (ص)	السلوك العدواني (ص)	مفهوم الذات (ص)	السلوك العدواني (ص)	مفهوم الذات	السلوك العدواني
الأولى	١	٣	١٠	٣	٨	٦	١٨
	٢	٥	١٥	٥	١٢	١٠	٢٧
	٣	٨	٢٠ (٥٧)	٨	١٤	١٦	٣٤
	٤	٢ (١٨)	١٢	٢ (١٨)	٦ (٤٠)	٤ (٣٦)	١٨ (٩٧)
الثانية	٥	١	١٥	١	١٠	٢	٢٥
	٦	٨	٢٥	٨	٢٠	١٦	٤٥
	٧	١٠	٢٠	١٠	١٥	٢٠	٣٥
	٨	٢ (٢١)	١٥ (٧٥)	٢ (٢١)	١٠ (٥٥)	٤ (٤٢)	٢٥ (١٣٠)
المجموع	المجموع	٣٩	١٣٢	٣٩	٩٥	٧٨	٢٢٧

مج ص<sup>٢</sup> لمفهوم الذات = ٥٤٢ ، مج س<sup>٢</sup> (للملوك العدوانى) = ٣٦٠٩ ،

مج س ص = ١٢٨٢

ولاجراء تحليل البيانات نقوم بجمع درجات كل خلية وكل طريقة وكل فترة وكذلك المجموع الكلى لكل متغير من المتغيرين وحاصل ضربيهما ، بالاضافة الى مربعات الدرجات وهى مدونة بالجدول وفى الهوامش .

ثم نحسب مجموع المربعات لكل متغير ولكل مصدر كما يلى :

(أ) : متغير مفهوم الذات :

$$١ - \text{مجموع المربعات الكلى} = ٥٤٢ - \frac{٧٨^2}{١٦} = ١٦١,٧٥$$

$$٢ - \text{مجموع مربعات الطرق} = \frac{٧٨^2}{١٦} - \frac{٤٢^2}{٨} + \frac{٣٦^2}{٨} = ٢,٢٥$$

$$٣ - \text{مجموع مربع الفترات} = \frac{٧٨^2}{١٦} - \frac{٣٩^2}{٨} + \frac{٣٩^2}{٨} = \text{صفر}$$

$$٤ - \text{مجموع مربع خلايا الطرق} \times \text{الفترات} =$$

$$= \frac{٧٨^2}{١٦} - \frac{٢١^2}{٤} + \frac{١٨^2}{٤} + \frac{٢١^2}{٤} + \frac{١٨^2}{٤} =$$

$$٢,٢٥ =$$

$$٥ - \text{مجموع مربعات تفاعل الطرق} \times \text{الفترات} = ٢,٢٥ - ٢,٢٥ - \text{صفر} = \text{صفر}$$

$$٦ - \text{مجموع مربعات بين الافراد} = \frac{٧٨^2}{١٦} - \frac{٤^2}{٢} + \dots + \frac{١٠^2}{٢} + \frac{٦^2}{٢} =$$

$$١٦١,٧٥ =$$

$$٧ - \text{مجموع مربعات داخل الافراد} = ١٦١,٧٥ - ١٦١,٧٥ = \text{صفر}$$

$$٨ - \text{مجموع مربعات الخطأ الأول}$$

$$= \text{مجموع مربعات الافراد} - \text{مجموع مربعات الطرق}$$

$$= ١٥٩,٥٠ = ٢,٢٥ - ١٦١,٧٥$$

$$٩ - \text{لا يوجد خطأ ثانى لأن مجموع مربعات داخل الافراد} = \text{صفر} ، \text{مج مربعات الفترات} = \text{صفر}$$

## (ب) - متغير السلوك العدواني:

$$١ - \text{مجموع المربعات الكلي} = ٣٦٠٩ = \frac{\sum (227)^2}{16} = ٣٨٨,٤٤$$

$$٢ - \text{مجموع مربعات الطرق} = \frac{\sum (227)^2}{16} - \frac{\sum (130)^2}{8} + \frac{\sum (97)^2}{8} = ٦٨,٠٦$$

$$٣ - \text{مجموع مربعات الفترات} = \frac{\sum (227)^2}{16} - \frac{\sum (95)^2}{8} + \frac{\sum (132)^2}{8} = ٨٥,٥٦$$

$$٤ - \text{مجموع مربعات خلايا الطرق} \times \text{الفترات} =$$

$$١٥٤,١٩ = \frac{\sum (227)^2}{16} - \frac{\sum (55)^2}{4} + \frac{\sum (40)^2}{4} + \frac{\sum (75)^2}{4} + \frac{\sum (57)^2}{4}$$

$$٥ - \text{مجموع مربعات تفاعل الطرق} \times \text{الفترات} = ٨٥,٥٦ - ٨,٠٦ - ١٥٤,١٩ = ٠,٥٧$$

$$٦ - \text{مجموع المربعات بين الافراد} =$$

$$٢٩٥,٩٤ = \frac{\sum (227)^2}{16} - \frac{\sum (25) + \dots + \sum (27) + \sum (18)}{2}$$

$$٧ - \text{مجموع المربعات داخل الافراد} = ٢٩٥,٩٤ - ٣٨٨,٤٤ = ٩٢,٥$$

$$٨ - \text{مجموع المربعات للخطأ الأول} = ٢٩٥,٩٤ - ٦٨,٠٦ = ٢٢٧,٨٨$$

$$٩ - \text{مجموع المربعات للخطأ الثانية} = ٩٢,٥ - ٥٨,٥٦ - ٠,٥٧ = ٦,٣٧$$

## (ج) حواصل الضرب:

$$١ - \text{مجموع حواصل الضرب الكلي} = ١٢٨٢ = \frac{227 \times 78}{16} = ١٧٥,٢٨$$

$$٢ - \text{مجموع حواصل الضرب للطرق} =$$

$$١٢,٢٨ = \frac{227 \times 78}{16} - \frac{130 \times 42}{8} + \frac{97 \times 36}{8}$$

$$٣ - \text{مجموع حواصل الضرب للفترات} =$$

$$\text{صفر} = \frac{227 \times 78}{16} - \frac{95 \times 39}{8} + \frac{132 \times 39}{8}$$

$$٤ - \text{مجموع حواصل ضرب الخلايا} =$$

$$\frac{227 \times 18}{16} - \frac{55 \times 21}{4} + \frac{40 \times 18}{4} + \frac{75 \times 21}{4} + \frac{57 \times 18}{4} =$$

$$١٢,٢٨ =$$

٥ - مجموع حواصل ضرب التفاعل ( الطرق × الفترات )

$$= 12,28 - 112,28 - \text{صفر} = \text{صفر}$$

٦ - مجموع حواصل الضرب بين الأفراد =

$$= \frac{18 \times 6 + 28 \times 10 + \dots + 25 \times 4}{2} - \frac{227 \times 78}{16}$$

$$= 175,38$$

٧ - مجموع حواصل الضرب داخل الأفراد =  $175,28 - 175,28 = \text{صفر}$

٨ - مجموع حواصل الضرب للخطأ الأول =  $175,28 - 12,28 = 163$

٩ - مجموع حواصل الضرب للخطأ الثاني = صفر

ثم نضع البيانات السابقة في جدول تحليل تباين القياس المتكرر

جدول (٩-١٢)

مصدر التباين	مجموع المربعات وحاصل الضرب			د.ح	مجموع المربعات للمعامل	د.ح	متوسط المربعات	ف.ه
	السلوك العشوائي	حواصل الضرب	مفهوم الذات					
الأفراد	295,94	175,28	161,75	7	$295,94 - \frac{(175,28)^2}{161,75} = 105,78$	7		
الطرق	68,06	12,28	2,25	1	$68,06 - 105,78 = 11,28$	1	11,28	3,62
الخطأ الأول	227,88	163,00	159,50	6	$227,88 - \frac{(163)^2}{159,50} = 61,30$	6	11,28	غير ذات
الفترات	85,56	صفر	صفر	1	85,56	1	85,56	80,72
الطرق × الفترات	9,57	صفر	صفر	1	9,57	1	9,57	عند 0,001 غير ذات
الخطأ الثاني	6,37	صفر	صفر	1	6,37	1	6,37	0,01 غير ذات
الكل	388,44	175,28	161,75	15	$388,44 - \frac{(175,28)^2}{161,75} = 198,28$	15		

ونقل درجات حرية الخطأ الأول درجة واحدة بسبب عزل أثر المتغير الخارجي ، بينما تظل درجات حرية الخطأ الثاني ، لعدم عزل أي شئ منه .  
ويتضح من الجدول عدم وجود فروق دالة بين الطرق ، أو تفاعل دال .

بينما يوجد فرق دال عند مستوى ٠,٠٠١ بين فترتي القياس القبلي والبعدي في السلوك العدواني ، لصالح القياس القبلي . ويدل هذا أيضا على أن السلوك العدواني إنخفض في القياس البعدي نتيجة لطرق العلاج المستخدمة .

حجم التأثير للفترات (مربع أوميغا) =

مجموع مربعات الفترات المعدلة - (ك - ١) متوسط مربعات الخطأ

مجموع المربعات الكلي المعدل + متوسط مربعات الخطأ

$$= \frac{٨٥,٥٦ - ١,٠٦ \times (١ - ٢)}{١,٠٦ + ١٩٨,٢٨} = ٠,٤٢٤$$

وهي تعني أن ٤٢,٤ ٪ من تباين السلوك العدواني يرجع الى فترتي القياس .

رابعاً : تحليل التباين في حالة القياس المتكرر مع قياسات مختلفة للمتغير الخارجي :

قد يجري باحث دراسة ويقوم بتطبيق عدة طرق علاجية مثل أعلى مجموعات مختلفة وقياس درجات المتغير التابع قبل وبعد استخدام هذه الطرق ، وكذلك يقيس درجات المتغير الخارجي قبل وبعد التجريب .

وفي هذه الحالة تتغير درجات المتغير الخرجي بعد التجربة عنها قبل التجربة ويعني هذا أن المتغير الخارجي يتأثر بالمعالجات التجريبية المستخدمة ، ومن ثم فإنه يتضمن جزء من أثر المعالجات والذي يجب عزله . وأجراء تحليل بيانات هذه الحالة يشبه الحالة السابقة

مثال (٤) : أجريت دراسة تجريبية لمعرفة فعالية ثلاث طرق للتدريس في تحسين درجات الطلبة في اللغة العربية ، وتم قياس التحصيل قبل وبعد التجريب . وكانت البيانات كما يلي : ( لا حظ أن عدد الافراد بكل خلية قليل ومتساوي لتبسيط حل المثال فقط ) .



## جدول ( ١٢ - ١٠ )

التحصيل والذكاء لثلاث طرق مع قياس قبلي وبعدي

الطريقة	الافراد	القبلي		البعدي		المجموع	
		الذكاء	التحصيل	الذكاء	التحصيل	الذكاء	التحصيل
الأولى	١	٣	٨	٤	١٤	٧	٢٢
	٢	٥	١١	٩	١٨	١٤	٢٩
	٣	١١ (١٩)	١٦ (٣٥)	١٤ (٢٧)	٢٢ (٥٤)	٢٥ (٤٦)	٢٨ (٨٩)
الثانية	٤	٧	١٠	٤	١٠	١١	٢٠
	٥	٨	١٤	١٠	١٨	١٨	٣٢
	٦	٩ (٢٤)	١٥ (٣٩)	١٢ (٢٦)	٢٢ (٥٠)	٢١ (٥٠)	٣٧ (٨٩)
التقليدية	٧	٢	٦	١	٨	٣	١٤
	٨	٨	١٢	٩	١٤	١٧	٢٦
	٩	١٠ (٢٠)	٩ (٢٧)	٩ (١٩)	١٠ (٣٢)	١٩ (٣٩)	١٩ (٥٩)
المجموع		٦٣	١٠١	٧٢	١٣٦	١٣٥	٢٣٧

مج ص<sup>٢</sup> ( الذكاء ) = ١٢٣٣ ، مج س<sup>٢</sup> ( التحصيل ) = ٣٤٩٥ ،

مج س ص = ٢٠٠٤

ولاجراء تحليل بيانات هذه الدراسة نقوم بجمع درجات كل خلية وكل مجموعة وكل فترة من فترات القياس ، ثم المجموع الكلي ومجموع المربعات وذلك للمتغيرين الذكاء والتحصيل وحاصل الضرب . وهذه البيانات مدونة داخل الجدول وأسفله وعلى اليسار . وتستخدم هذه البيانات في حساب مجموع المربعات لمصادر التباين المختلفة ولكل متغير وحاصل الضرب أيضا .

وفيما يلي خطوات حساب مجموع المربعات لتلك المصادر والمتغيرات .

(أ) - متغير الذكاء :

$$1 - \text{مجموع المربعات الكلية} = \frac{\sum (130)^2}{18} - 1233 = 220,5$$

$$2 - \text{مجموع مربعات الطرق} = \frac{\sum (130)^2}{18} - \frac{\sum (39)^2}{3} + \frac{\sum (50)^2}{3} + \frac{\sum (26)^2}{3} = 10,23$$

$$3 - \text{مجموع مربعات الفترات} = \frac{\sum (130)^2}{18} - \frac{\sum (72)^2}{9} + \frac{\sum (63)^2}{9} = 4,5$$

4 - مجموع مربعات خلايا الطرق  $\times$  الفترات =

$$= \frac{\sum (130)^2}{18} - \frac{\sum (26)^2}{3} + \dots + \frac{\sum (24)^2}{3} + \frac{\sum (19)^2}{3} = 21,83$$

$$5 - \text{مجموع مربعات تفاعل الطرق} \times \text{الفترات} = 21,83 - 10,23 - 4,5 = 7$$

6 - مجموع مربعات بين الأفراد

$$= \frac{\sum (130)^2}{18} - \frac{\sum (19)^2 + \dots + \sum (14)^2 + \sum (7)^2}{2} = 195$$

$$7 - \text{مجموع مربعات داخل الأفراد} = 195 - 220,5 = 25,5$$

$$8 - \text{مجموع مربعات الخطأ الأول} = 195 - 10,23 = 184,77$$

$$9 - \text{مجموع مربعات الخطأ الثاني} = 25,5 - 4,5 - 7 = 14$$

(ب) متغير التحصيل :

$$1 - \text{مجموع المربعات الكلية} = \frac{\sum (237)^2}{18} - 3495 = 374,5$$

$$2 - \text{مجموع مربعات الطرق} = \frac{\sum (237)^2}{18} - \frac{\sum (59)^2}{3} + \frac{\sum (890)^2}{3} + \frac{\sum (89)^2}{3} = 100$$

$$3 - \text{مجموع مربعات الفترات} = \frac{\sum (237)^2}{18} - \frac{\sum (136)^2}{9} + \frac{\sum (101)^2}{9} = 68,6$$

4 - مجموع مربعات خلايا الطرق  $\times$  الفترات =

$$= \frac{\sum (237)^2}{18} - \frac{\sum (32)^2}{3} + \dots + \frac{\sum (39)^2}{3} - \frac{\sum (35)^2}{3}$$

$$= 184.5$$

$$5 - \text{مجموع مربعات تفاعل الطرق} \times \text{الفترات} = 184.5 - 100 - 68.06 = 16.44$$

$$6 - \text{مجموع مربعات بين الأفراد} = \frac{\sum (22) + \dots + \sum (21) + \sum (19) + \sum (237)}{2} - \frac{\sum (237)}{18}$$

$$= 277$$

$$7 - \text{مجموع مربعات داخل الأفراد} = 277 - 274.5 = 2.5$$

$$8 - \text{مجموع مربعات الخطأ الأول} = 277 - 100 = 177$$

$$9 - \text{مجموع مربعات الخطأ الثاني} = 177 - 68.06 - 16.44 = 92.5$$

(ج) حواصل الضرب :

$$1 - \text{مجموع حواصل الضرب الكلي} = 2004 - \frac{237 \times 130}{18} = 226.5$$

2 - مجموع حواصل الضرب للطرق

$$30 = \frac{237 \times 130}{18} - \frac{59 \times 39}{6} + \frac{89 \times 50}{6} + \frac{89 \times 46}{6} =$$

$$3 - \text{مجموع حواصل الضرب للفترات} = \frac{237 \times 130}{18} - \frac{136 \times 72}{9} + \frac{101 \times 63}{9} =$$

$$= 17.5$$

4 - مجموع حواصل ضرب خلايا الطرق  $\times$  الفترات

$$58.17 = \frac{237 \times 130}{18} - \frac{32 \times 19}{3} + \dots + \frac{39 \times 24}{3} + \frac{35 \times 19}{3} =$$

5 - مجموع حواصل ضرب تفاعل الطرق  $\times$  الفترات

$$10.67 = 17.5 - 30 - 58.17 =$$

6 - مجموع حواصل الضرب بين الأفراد

$$186.5 = \frac{237 \times 130}{18} - \frac{19 \times 19}{2} + \dots + \frac{29 \times 14}{2} + \frac{22 \times 7}{2} =$$

$$7 - \text{مجموع حواصل الضرب داخل الأفراد} = 186.5 - 226.5 = 40$$

$$8 - \text{مجموع حواصل الضرب للخطأ الأول} = 186.5 - 30 = 156.5$$

$$9 - \text{مجموع حواصل الضرب للخطأ الثاني} = 156.5 - 17.5 - 10.67 = 11.82$$

ثم نضع البيانات السابقة في جدول تحليل للتأثير التثائي للقياس المتكرر.

جدول ( ١٢ - ١١ ) تحليل التباين الثنائي للقياس المتكرر

مصدر التباين	مجموع المربعات وحاصل الضرب			د.ح	مجموع المربعات المعدل	د.ح المعطاة	متوسط المربعات	ف
	للحصول	حاصل الضرب	للكاء					
الأفراد	٢٧٧	١٨٦,٥	١٩٥	٨	$98,63 = \frac{\sum (186,5)^2}{190} - 277$			
الطرق	١٠٠	٣٠	١٠,٣٣	٢	$55,26 = 26,37 - 98,63$	٢	٢٧,١٣	٣,٠٦
الخطأ الأول	١٧٧	١٥٦,٥	١٨٤,٦٧	٦	$44,37 = \frac{\sum (156,5)^2}{184,67} - 177$	٥	٨,٨٧	غير دالة
الفترات	٦٨,٠٦	١٧,٥	٤,٥	١	$21,06 = 3 - \frac{\sum (29,33)^2}{185} - 81,06$	١	٢١,٥٦	دالة عند ١٠٠,٠٠
التفاعل	١٦,٤٤	١٠,٦٧	٧	٢	$2,33 = 3 - \frac{\sum (22,5)^2}{21} - 29,44$	٢	١,١٧	١,٩٥
الخطأ الثاني	١٣	١١,٨٣	١٤	٦	$3 = \frac{\sum (11,83)^2}{14} - 13$	٥	٠,٦	غير دالة
الكلي	٣٧٤,٥	٢٢٦,٥	٢٢٠,٥	١٧				

ويتم حساب مجموع المربعات المعدل لأفراد  $= 277 - \frac{\sum (186,5)^2}{190} = 98,63$

مجموع المربعات المعدلة للخطأ الأول  $= 177 - \frac{\sum (156,5)^2}{184,67} = 44,37$

مجموع المربعات المعدلة للطرق ( بالطرح )  $= 44,37 - 98,63 = 55,26$

مجموع المربعات الخطأ الثاني المعدلة  $= 13 - \frac{\sum (11,83)^2}{14} = 3$

مجموع مربعات الفترات المعدل

$= ( \text{مجموع مربعات الفترات} + \text{مجموع مربعات الخطأ الثاني} )$  | للحصول

$\frac{\sum ( \text{مجموع حواصل الضرب للفترات} + \text{الخطأ الثاني} )^2}{\text{مجموع مربعات الفترات} + \text{الخطأ الثاني} } -$

$( \text{مجموع مربعات الفترات} + \text{الخطأ الثاني} )$  | للذكاء

- مجموع مربعات الخطأ الثاني المعدلة

$$3 - \frac{(11.83 + 17.5)^2}{(14 + 45)} - (13 + 78.06) =$$

$$31.56 = 46.5 - 78.06 =$$

مجموع مربعات التفاعل المعدلة

= [ مح مربعات التفاعل + مح مربعات الخطأ الثاني ] للحصول

$$\frac{(مح حواصل الضرب للتفاعل + الخطأ الثاني)^2}{(مح مربعات التفاعل + مح مربعات الخطأ الثاني) للذكاء} -$$

مح مربعات الخطأ الثاني المعدلة

$$3 - \frac{(11.83 + 10.67)^2}{(14 + 7)} - (13 + 16.44) =$$

$$2.33 = 24.11 - 26.44 =$$

لاحظ أن درجات حرية الخطأ الأول تقل درجة لعزل أثر المتغير الخارجى ، وكذلك درجات حرية الخطأ الثانى تقل درجة أيضا لعزل أثر المتغير الخارجى مرة أخرى بسبب تكرار قياسه .

ومن الواضح أن قيمة (ف) للطرق (3,06) وهى غير دالة ، وكذلك تفاعل الطرق × الفترات ، بينما يوجد فرق دال بين الفترات حيث أن قيمة ف (52,6) دالة عند مستوى 0,001 ولأنه لا يوجد سوى فترتين فمن السهل المقارنة بينهما ، حيث يتضح أن درجات القياس البعدى للحصول أعلى من القياس القبلى ، ومن الممكن حساب المتوسطات المعدلة كما يلى :

معامل الانحدار ( الحصول على الذكاء) للفترات

$$0.845 = \frac{11.83}{14} = \frac{\text{مح حواصل ضرب الخطأ الثاني}}{\text{مح مربعات الخطأ الثاني (للذكاء)}}$$

$$\frac{135}{18} - \frac{73}{9} = 0.845 - \frac{101}{9} = \text{المتوسط المعدل للحصول القبلى}$$

$$11.64 = (7.5 - 7) \cdot 0.845 - 11.22 =$$

$$\text{المتوسط المعدل للتحصيل البعدي} = \frac{136}{9} - 0,845 \left( \frac{135}{18} - \frac{72}{9} \right)$$

$$= 10,11 - 0,845(7,5 - 8) = 14,69$$

ويتضح أن المتوسط المعدل للتحصيل البعدي أعلى من المتوسط المعدل للتحصيل القبلي. أما إذا رغبتنا في حساب المتوسطات المعدلة للطرق فيكون معامل الانحدار مختلف.

معامل الانحدار (التحصيل على الذكاء) للطرق =  $\frac{\text{محد حواصل ضرب الخطأ الأول}}{\text{محد مربعات الخطأ الأول (للذكاء)}}$

$$0,847 = \frac{106,5}{125,67}$$

ويكون المتوسط المعدل للطرق (في التحصيل)

= متوسط الطريقة في التحصيل - معامل انحدار الطرق (متوسط الطريقة في الذكاء - المتوسط العام للذكاء)

وعلى سبيل المثال : المتوسط المعدل للطريقة الثالثة

$$= \frac{59}{6} - 0,847 \left( \frac{135}{18} - \frac{39}{6} \right)$$

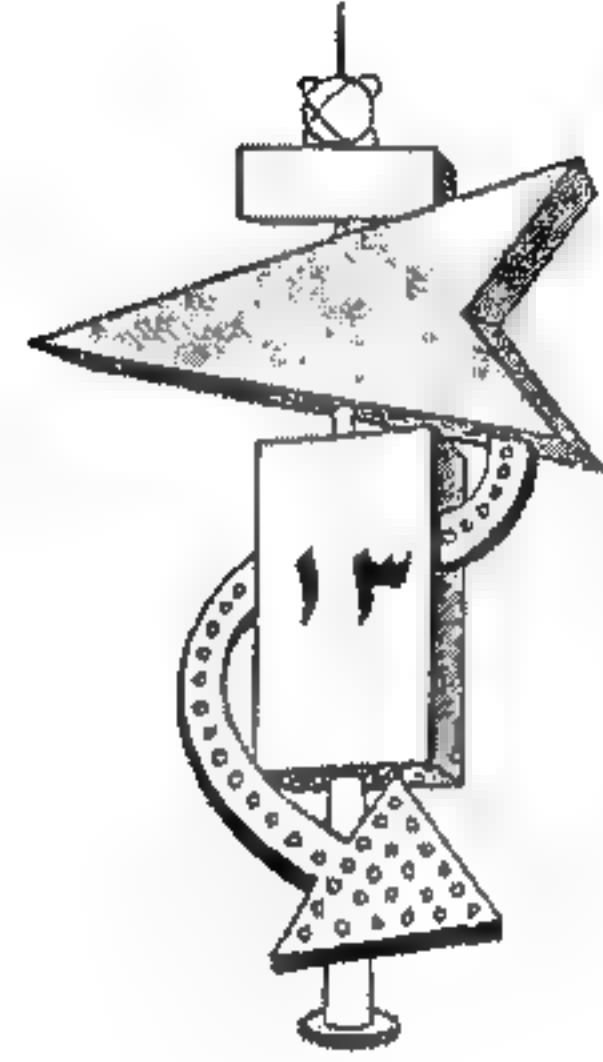
$$= 9,83 - 0,847(7,5 - 6,5)$$

$$= 10,68$$

وكذلك يمكن حساب بقية المتوسطات المعدلة للطريقتين الأولى والثانية وهما : 14,69 ، 13,14 ، على الترتيب .

وإذا كانت الفروق بين الطرق دالة فيمكن إجراء المقارنات المتعددة للمتوسطات المعدلة باستخدام إحدى طرق المقارنات المتعددة .

الفصل الثالث عشر  
تحليل الاتجاه  
**Trend Analysis**







## الفصل الثالث عشر

### تحليل الاتجاه

يهدف التحليل العلمى للمعلومات الى التعرف على طبيعة الوظائف والعلاقات بين المتغيرات المستقلة والتابعة . وعند اجراء دراسات تجريبية يمكن التوصل الى هذا الهدف إذا كانت البيانات كمية ، أما فى حالة البيانات الكيفية فيصعب التوصل الى تلك العلاقات المشار اليها .

واحدى طرق توضيح العلاقات بين المتغيرات أو بين المعالجات هى استخدام الرسوم البيانية وشكل الانتشار ، حيث توضح الرسوم البيانية طبيعة العلاقات بين المتغيرات .

وقد تكون العلاقة بين متغيرين علاقة خطية ، بمعنى أنه يمكن توفيق خط مستقيم ليوضح هذه العلاقة . ونمثل العلاقة الخطية بمعادلة من الدرجة الأولى بين متغيرين وهى :  $ص = أ + ب س$

حيث  $س$  متغير تابع ،  $س$  متغير مستقل ،  $أ$  مقدار ثابت ،  $ب$  معامل الانحدار البسيط .

أما إذا كانت العلاقة بين المتغيرين منحنية ، فإننا نمثلها بمعادلة من الدرجة الثانية ، وتكون على الصورة :

$$ص = أ + ب_١ س + ب_٢ س^٢$$

والصورة العامة هى :

$$ص = أ + ب_١ س + ب_٢ س^٢ + ب_٣ س^٣ + ..... + ب_ك س^ك$$

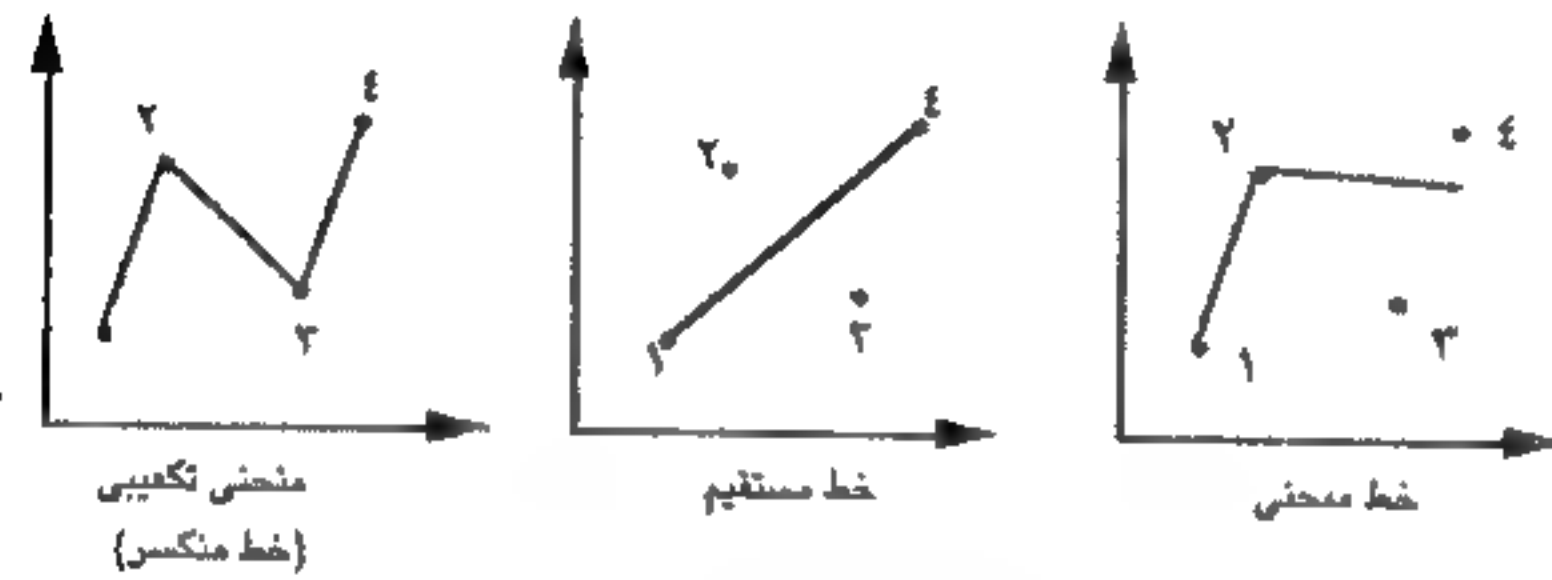
وهى تمثل علاقة من الدرجة ( ك ) .

أولا : حالة تحليل التباين :

إذا تضمنت دراسة تجريبية أربع مجموعات ، وتم اجراء تحليل للبيانات ونجح عنها رفض الفرض الصفري ، فإن هذا القرار يعنى أن المجموعات مختلفة ،

أى اختلاف تأثير المعالجات على المتغير التابع . ولا تدل النتائج أو القرار المتصل بها عن طبيعة العلاقة بين المعالجات والمتغير التابع ، فقد تكون العلاقة خطية أو منحنية أو تكعيبية أو غير ذلك .

وبالطبع فإن العلاقة المناسبة هي التى تمثلها أفضل معادلة مع أخطاء قليلة .



شكل ١٣ - ١

ويتم التوصل الى المعادلة المناسبة لبيانات متغيرين عن طريق تحليل الاتجاه واستخدام معاملات المقارنات المتعامدة Orthogonal ، ومن خصائص المعاملات المتعامدة أن مجموعها = الصفر ، ومجموع حاصل ضرب معاملات إتجاهين = صفر

ومعاملات المقارنات المتعامدة لأربع معالجات هي :

الخطى	٣ -	١ -	١ +	٣ +
المنحنى	١	١ -	١ -	١
التكعيبى	١ -	٣	٣ -	١

ونلاحظ أن مجموع معاملات كل إتجاه = الصفر ، وتوجد جداول خاصة لهذه المعاملات . ولإجراء تحليل الاتجاه Trend analysis ، نقوم بحساب مجموع المربعات الكلى للاتجاه اعتماداً على المعادلة العامة السابق الإشارة إليها:

$$ص = أ + ب١ س + ب٢ س٢ + ب٣ س٣ + ..... +$$

فيكون مجموع مربعات الاتجاه = مجموع مربعات الاتجاه الخطى + مجموع مربعات الاتجاه المنحنى + مجموع مربعات الاتجاه التكعيبى + .....

ويحسب مجموع مربعات الاتجاه الخطي من تباين المجموعات  
مجموع مربعات الاتجاه = [ مج ( معامل المقارنة x مجموع درجاتها ) ]<sup>2</sup> ÷  
[ مجموع مربعات المعاملات لكل مجموعة x

حجم المجموعة ] ( Winer et al, 1991 )

ويتم اجراء تحليل الاتجاه للتعرف على طبيعة العلاقة بين البيانات إذا كانت  
خطية أو منحنية أو تكعيبية أو رباعية ، وذلك في حالة المقارنة بين عدة  
مجموعات ، أي في حالة التباين أو تحليل تباين القياس المتكرر أو تحليل التباين.

مثال ( ١ ) : أجرى باحث دراسة لبحث العلاقة بين مستوى المشكلات  
الأسرية ومفهوم الذات لدى الأبناء . فاختار أربع مجموعات تمثل أربع مستويات  
هي : انفصال الوالدين ، والخلافات المستمرة ، والخلافات البسيطة ، والأسرة  
السعيدة ، وحجم كل مجموعة ٢٠ فرداً ، وفيما يلي ملخص للبيانات .

جدول ( ١٣ - ١ )

المجموعة	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	المجموع الكلي
حجم المجموع	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٨٠
مج الدرجات	٢٢٠	٢٤٠	٣٤٠	٣٨٥	١١٨٥
مج مربعات الدرجات	٢٣٩٠	٣٢٩٥	٦٣٦٠	٧٤١٥	١٩٤٦٠
لمتوسطات	١١	١٢	١٧	١٩,٢٥	١٤,٨١

وأسلوب التحليل للتوصل إلى الاتجاه يبدأ بتحليل التباين ، ولذلك فإننا  
نحسب مجموع المربعات الكلي ، وبين المجموعات ، والخطأ

$$١ - \text{مجموع المربعات الكلي} = \text{مج س} - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$= \frac{(1185)^2}{80} - 19460$$

$$= 17552,81 - 19460 =$$

$$= 1907,19 \quad (د ح = 79)$$

$$2 - \text{مجموع مربعات المجموعات} = \frac{\sum (340)^2}{20} + \frac{\sum (240)^2}{20} + \frac{\sum (220)^2}{20}$$

$$+ \frac{\sum (1180)^2}{80} - \frac{\sum (380)^2}{20}$$

$$= 17552,81 - 7411,20 + 5780 + 2880 + 2420 =$$

$$= 938,44 \quad (د ح = 3)$$

$$3 - \text{مجموع مربعات الخطأ} = 938,44 - 1907,19 =$$

$$= 968,75 \quad (د ح = 76)$$

$$\text{ثم نحسب قيمة ف} = \frac{\text{متوسط مربعات المجموعات} (3 \div 938,44)}{\text{متوسط مربعات الخطأ} (76 \div 968,75)}$$

$$ف = \frac{132,81}{12,75} = 24,53$$

وبمقارنتها مع قيم ف الجدولية نجد أنها دالة عند مستوى 0,001 .

وكل ما سبق هو تحليل تباين أحادي لبحث الفروق بين المجموعات في مفهوم الذات أو علاقة مستوى المشكلات مع مفهوم الذات .

ويمكن إجراء مقارنات متعددة بين متوسطات المجموعات لمعرفة المجموعات الأعلى في مفهوم الذات كما نستطيع حساب نسبة الارتباط = مجموع مربعات المجموعات ÷ مجموع المربعات الكلي

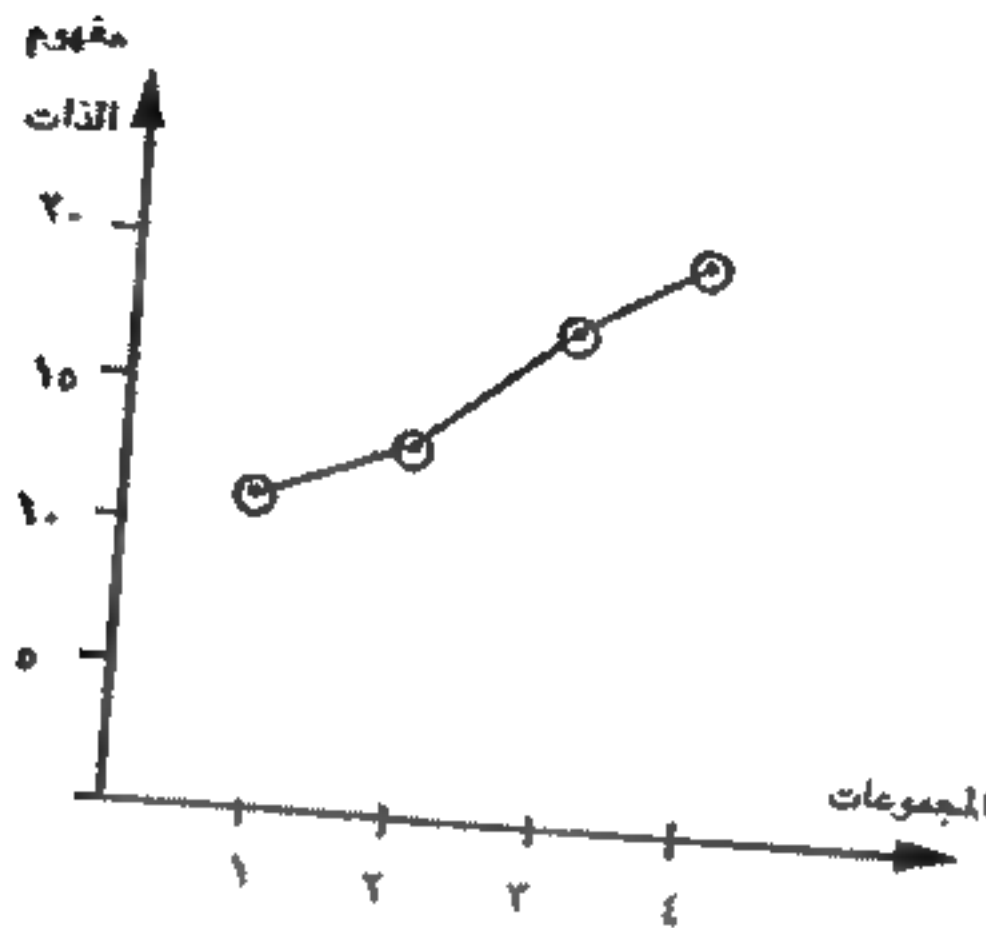
$$\text{مربع إيتا} = \frac{938,44}{1907,19} = 0,492$$

وتعني أن 49,2 % من التباين في المتغير التابع يرجع إلى الانتماء للمجموعات

وكذلك مربع أوميغا =  $\frac{\text{مجموع مربعات المجموعات} - (\text{ك} - 1) \text{ متوسط مربعات الخطأ}}{\text{مجموع المربعات الكلي} - \text{متوسط مربعات الخطأ}}$

$$0.469 = \frac{12.75 \times 3 - 938.44}{12.75 + 1907.19} = \Omega^2$$

وهي تعنى أن 46.9 % من تباين متغير مفهوم الذات يرجع الى مستوى المشكلات لأسرية ، ويفضل استخدام مربع أوميغا بدلا من مربع إيتا.



وإذا مثلنا متوسطات المجموعات في رسم بياني

كما بالشكل (١٣-٢)

حيث يتضح من الشكل (١٣-٢) أن العلاقة الخطية قوية ، وربما تكون العلاقة منحنية أو ثلاثية (تكعيبية) ، ولذلك فإننا نقسم مجموع مربعات المجموعات الى الاتجاهات الثلاثة .

(١٣-٢)

مجموع مربعات المجموعات

= مجموع المربعات الخطية + مجموع المربعات المنحنية

+ مجموع المربعات التكعيبية

ثم نجرى اختبار لكل اتجاه للتوصل الى درجة الاتجاه المناسب للبيانات .

وتستخدم معاملات المقارنات المتعامدة في حالة أربع مجموعات المذكورة

سابقا ، لحساب مجموع المربعات لكل اتجاه .

ونتم حساب مجموع مربعات كل اتجاه في ثلاث خطوات : الاولى نحسب

فيها مجموع مربعات المعاملات ، والثانية نحسب فيها مجموع درجات الاتجاه ،

أما الخطوة الثالثة فيتم فيها حساب مجموع مربعات الاتجاه وهي = ( مجموع درجات الاتجاه ) ÷ ٢ ( مجموع مربعات المعاملات لكل مجموعة × حجم

( المجموعة )

ولحساب مجموع مربعات الاتجاه الخطي فإن الخطوات الثلاث هي :

( أ ) مجموع مربعات المعاملات الخطية

$$= (3-)^2 + (1)^2 + (1-)^2 + (3-)^2 = 20$$

( ب ) مجموع درجات الاتجاه الخطي = مجموع درجات كل مجموعة  $\times$  معامل المقارنة ثم نجمع ذلك للمجموعات كلها :

$$= 220 \times 3 - 240 \times 1 + 240 \times 1 + 380 \times 3 = 590$$

( ج ) مجموع مربعات الاتجاه الخطي =  $(590)^2 \div (20 \times 20) = 885.06$

وبالمثل يتم حساب مجموع مربعات الاتجاه المنحني على النحو التالي :

( أ ) مجموع مربعات معاملات الاتجاه المنحني

$$= (1)^2 + (1-)^2 + (1-)^2 + (1)^2 = 4$$

( ب ) مجموع درجات الاتجاه المنحني = مجموع درجات كل مجموعة  $\times$

معامل المقارنة ثم نجمع ذلك للمجموعات

$$= 220 \times 1 + 240 \times (1-) + 240 \times (1-) + 380 \times 1 = 25$$

( ج ) مجموع مربعات الاتجاه التربيعي =  $(25)^2 \div (20 \times 4) = 7.81$

وفي حالة الاتجاه التكعبي فإن :

مجموع مربعات معاملات الاتجاه التكعبي =  $(1-)^2 + (3)^2 + (3)^2 + (1)^2 = 20$

مجموع درجات الاتجاه التكعبي

$$= (1-)^2 + 240 \times 3 + 240 \times (3-) + 380 \times 1 =$$

$$= 135$$

مجموع مربعات الاتجاه التكعبي =  $(135)^2 \div (20 \times 20) = 45.56$

ثم نضع البيانات السابقة في جدول لاختبار دلالة كل اتجاه ، لا حظ أن لكل اتجاه درجة حرية واحدة

ويمكن تلخيص كل ما سبق في الجدول التالي ( جدول ١٣ - ٢ )

## (جدول ١٣ - ٢) ملخص العمليات الحسابية لتحليل الاتجاه

المجموعات	١	٢	٣	٤	مجموع مربعات المعاملات	مجموع درجات الاتجاه	مجموع مربعات الاتجاه	متوسط المربعات	ف
معد الدرجات	٢٢٠	٢٤٠	٢٤٠	٢٨٥					
معاملات الخطية	٣-	١-	١+	٢+	٢٠	٥٩٥	٨٨٥,٠٦	٨٨٥,٠٦	٦٩,٤٢
معاملات المنحني	١+	١-	١-	١+	٤	٢٥	٧,٨١	٧,٨١	٠,٦١
معاملات التكعيب	١-	٢+	٢-	١+	٢٠	١٢٥-	٤٥,٥٦	٤٥,٥٦	٢,٥٧
							للخطأ	١٢,٧٥	

ونلاحظ أن مجموع مربعات الاتجاهات الثلاثة الخطية والمنحنية والتكعيبية

$$= ٨٨٥,٠٦ + ٧,٨١ + ٤٥,٥٦ = ٩٣٨,٤٣$$

ونسبة مجموع مربعات الاتجاهات الى مجموع مربعات المجموعات = ١٠٠٪ تقريباً

ومعنى هذا أن الاتجاهات الثلاثة تمثل ١٠٠٪ من التباين . ونادراً ما يحدث هذا ، فقد يوجد اتجاه أعلى درجة من التكعيبى ، وعند ذلك يكون مجموع مربعات الاتجاهات الثلاثة أقل من مجموع مربعات المجموعات . ولا اختبار الاتجاه الخطى فأننا نحسب قيمة ف وهى تساوى

متوسط مربعات الاتجاه الخطى

متوسط مربعات الخطى

$$ف (الخطى) = \frac{٨٨٥,٠٦}{١٢,٧٥} = ٦٩,٤٢$$

وبمقارنتها بقيمة ف الجدولية نجد أنها دالة عند مستوى ٠,٠٠١

والانحراف عن الخطية يمكن إختباره بحساب مجموع مربعات الانحراف عن الخطية بدرجات حرية ( ك - ٢ ) ، ثم نحسب قيمة ف

مجموع مربعات الانحراف عن الخطية

= مجموع مربعات المجموعات - مجموع مربعات الخطية

$$= 938.44 - 885.06 = 53.38$$

$$\text{متوسط مربعات الانحراف عن الخطية} = \frac{53.38}{(2-4)} = 26.69$$

$$\text{قيمة ف للانحراف عن الخطية} = \frac{26.69}{12.75} = 2.09 \text{ وهي غير دالة}$$

مما يعنى أن الانحراف عن الخطية غير دال

$$\text{أما قيمة ف للاتجاه المنحنى} = \frac{7.81}{12.75} = 0.61 \text{ وهي غير دالة}$$

$$\text{وقيمة ف للاتجاه التكعيبى} = \frac{45.56}{12.75} = 3.57 \text{ وهي غير دالة أيضا}$$

والاختبارات السابقة للاتجاهات الثلاثة هي اختبارات متعامدة ( مستقلة عن بعضها البعض ) ونستنتج من التحليل السابق أن العلاقة بين المجموعات ومفهوم الذات يمثلها الاتجاه الخطى ( علاقة خطية ) .

ولذلك فإن المعادلة التى تمثل هذه العلاقة الخطية هي :  $ص = أ + ب س$  حيث أ ، ب هما المقدار الثابت ومعامل الانحدار الخطى ، ص هي متغير مفهوم الذات ، س هي متغير المجموعات وتأخذ القيم ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ أى قيم الانتماء للمجموعة

$$\text{ومجموع مربعات س} = \frac{ن ك (ك - 1)}{12} \text{ حيث ك} = 4$$

( هذا المتوسط ليس له معنى وإنما يستخدم فى حساب قيمة المقدار الثابت أ )  
متوسط س =  $\frac{١ + ك}{٢} = ٢.٥$

$$\text{مجموع مربعات س} = \frac{(١ - ١٦) ٤ \times ٢٠}{12} = 100$$



قيمة ب =  $\sqrt{\text{مجموع مربعات الاتجاه الخطي} \div \text{مجموع مربعات س}}$

$$2,97 = \sqrt{\frac{885,06}{100}}$$

$$\text{قيمة أ} = \text{م س} - \text{ب م س} = \frac{1185}{80} - 2,97 \times 2,5 = 7,39$$

وتصبح المعادلة الخطية هي :  $\text{م س} = 2,97 + 7,39$

ومعامل الارتباط من المتغير المستقل ( المجموعات ) والمتغير التابع ( مفهوم الذات ) يدل على نسبة التباين التي ترجع للاتجاه المستخدم .

مربع معامل الارتباط للاتجاه الخطي =  $\frac{\text{مجموع مربعات الخطية}}{\text{مجموع المربعات الكلي}}$  (مربع ايتا)

$$0,464 = \frac{885,06}{1907,19}$$

مربع معامل الارتباط للاتجاه التكعيبي (مربع ايتا)

=  $\frac{\text{مجموع مربعات الاتجاهات الخطي والمنحني والتكعيبي}}{\text{مجموع المربعات الكلي}}$

$$\text{مربع ايتا} = \frac{938,43}{1907,19} = 0,492$$

ونستنتج من ذلك أن الاتجاه الخطي يفسر 46,4 % من تباين المتغير التابع

بينما الاتجاه التكعيبي يمثل 49,2 % من تباين المتغير التابع .

كما يمكن حساب مربع أوميغا =  $\frac{\text{د} \times (\text{ف} - 1)}{\text{ن} + \text{د} \times (\text{ف} - 1)}$

$$\omega^2 \text{ للاتجاه الخطي} = \frac{(1 - 79,42) \times 1}{(1 - 79,42) \times 1 + 80} = 0,461$$

وهي متقاربة مع قيمة مربع ايتا السابق الحصول عليها ( 0,464 ) .

وبالطبع يفضل استخدام مربع أوميجا وهي تدل على الارتباط داخل المجموعات (وتسمى سبيرمان رو) إذا كانت العينات عشوائية (Winer et al, 1991). أما في حالة تحليل التباين الثنائي، فإننا نتبع نفس الطريقة مع كل متغير ومع التفاعل أيضا. بمعنى أننا نقسم مجموع مربعات المتغير المستقل الأول إلى عدة أقسام: خطية، ومنحنية، وتكعيبية ونختبر دلالتها كما سبق. ثم نتبع نفس الشيء مع المتغير المستقل الثاني، ونختبر دلالة تباين هذه الأقسام، وكذلك مع تفاعل المتغيرين المستقلين نتبع نفس الخطوات السابق الإشارة (Ferguson & Takane, 1989).

وتكون المشكلة هنا كثرة العمليات الحسابية والتي تستلزم استخدام الحاسوب في اجراء تحليل الاتجاه.

#### طريقة أخرى لاختبار اتجاه العلاقة بين متغيرين:

وتوجد طريقة أخرى تستخدم لاختبار اتجاه العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع هي تعتمد على ضم مجموع مربعات المتغير المستقل ومجموع مربعات الخطأ معا، ثم يحسب منها مجموع مربعات الانحراف عن الخطية والذي يستخدم كمجموع مربعات الخطأ لاختبار اتجاه الخطية. ويتم نفس الشيء للاتجاهات المنحنية والتكعيبية وغيرها (Winer et al, 1991) ويوضح جدول (١٣ - ٢) تحليل الاتجاه بهذه الطريقة وهي أكثر استخداما من الطريقة السابقة.

جدول (١٣ - ٢) تحليل الاتجاه.

المصدر	مجموع المربعات	د ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
المجموعات الخطأ	٩٣٨,٤٤ ٩٦٨,٧٥	٣ ٧٦	٣١٢,٨١ ١٢,٧٥	٢٤,٥٣	دالة عند ٠,٠٠١
الخطية الانحراف عنها	٨٨٥,٠٦ ١٠٢٢,١٣	١ ٧٨	٨٨٥,٠٦ ١٣,١٠	٦٧,٥٦	دالة عند ٠,٠٠١
المنحنية الانحراف عنها	٧,٨١ ١٠١٤,٣٢	٢ ٧٧	٣,٩١ ١٣,١٧	٠,٣٠	غير دال
التكعيبية الانحراف عنه	٤٥,٥٦ ٩٦٨,٧٦	٣ ٧٦	١٥,١٩ ١٢,٧٥	١,١٩	غير دال

يستخدم مجموع مربعات الخطية والمنحنية والتكعيبية السابق حسابها فإن:

مجموع مربعات الانحراف عن الخطية

= مجموع المربعات الكلى - مجموع مربعات الخطية

$$= 1907,19 - 885,06$$

$$= 1022,13 \text{ (بدرجات حرية = ن - 2 = 78)}$$

مجموع مربعات الانحراف عن الاتجاه المنحنى

= مجموع مربعات الانحراف عن الخطية

- مجموع مربعات الاتجاه المنحنى

$$= 1022,13 - 7,81 = 1014,32 \text{ (بدرجات حرية = ن - 3 = 77)}$$

وكذلك مجموع مربعات الانحراف عن التكعيبية

$$= 1014,32 - 45,56 = 968,76$$

بدرجات حرية ( ن - 4 = 76 )

ويتضح أن النتيجة النهائية بالجدول ( 13 - 3 ) مشابهة لنتائج الطريقة السابقة .

**ثانياً : حالة تحليل تباين القياس المتكرر :**

اجراء تحليل الاتجاه فى حالة تحليل تباين القياس المتكرر لا تختلف كثيراً عن تحليل التباين ، حيث أننا نستخدم نفس الخطوات السابقة . أما فى حالة القياس المتكرر الثنائى فاننا نتبع نفس الخطوات مع كل مصدر من مصادر التباين ( المجموعات ، والفترات ، والتفاعل ) ونستخدم نوع الخطأ المناسب ( الأول أو الثانى ) عند حساب النسبة الفائية .

**مثال ( ٢ ) :** أجريت دراسة على مجموعة من الافراد تعرضوا لبرنامج لتعديل أسلوب العمل وأثره على الرضا الوظيفى وكانت البيانات كما يلى :

جدول ( ١٣ - ٤ )

الفترة الأفراد	قبلي	أثناء البرنامج	بعدي	متابعة ٣ شهور	متابعة ٦ شهور	المجموع
١	٥	٧	٩	٨	٨	٣٧
٢	٤	٥	٧	٦	٦	٢٨
٣	٧	٨	٩	٩	٨	٤١
٤	٣	٥	٨	٧	٧	٣٠
٥	٦	٧	٩	٨	٨	٣٨
٦	٢	٤	٦	٦	٦	٢٤
٧	٣	٦	٧	٦	٧	٢٩
٨	١	٤	٦	٥	٥	٢١
٩	٤	٥	٨	٧	٦	٣٠
١٠	٣	٦	٧	٦	٦	٢٨
المجموع	٣٨	٥٧	٧٦	٦٨	٦٧	٣٠٦

فاننا نجرى تحليل تباين القياس المتكرر أولاً ، ثم يليها تقسيم مجموع مربعات الفترات الى الاتجاهات الخطية والمنحنية والتكعيبية وربما الاعلى من ذلك في حالة دلالة الانحراف عن هذه الاتجاهات .

$$\text{مجموع المربعات الكلية} = \frac{(\sum 306)^2}{50} - 2040 =$$

$$1872.72 - 2040 =$$

$$167.28 =$$

$$\text{مجموع مربعات الفترات} = \frac{(\sum 306)^2}{50} - \frac{(\sum 67)^2}{10} - \frac{(\sum 68)^2}{10} - \frac{(\sum 57)^2}{10} - \frac{(\sum 38)^2}{10} =$$

$$1872.72 - 1958.2 =$$

$$85.48 = (\text{بدرجات حرية} = 1 - 5 = 4)$$

$$\text{مجموع مربعات الأفراد} = \frac{\sum (x_i^2)}{n} - \frac{(\sum x_i)^2}{N}$$

$$71,28 = 1872,72 - 1944 =$$

مجموع مربعات الخطأ = مجموع المربعات الكلى - مجموع مربعات الفترات  
- مجموع مربعات الأفراد

$$71,28 - 85,48 - 167,28 =$$

$$= 10,52 \text{ درجات حرية } (36 - 9 - 49)$$

وتكون قيمة F للفترات =  $\frac{\text{متوسط مربعات الفترات}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}}$

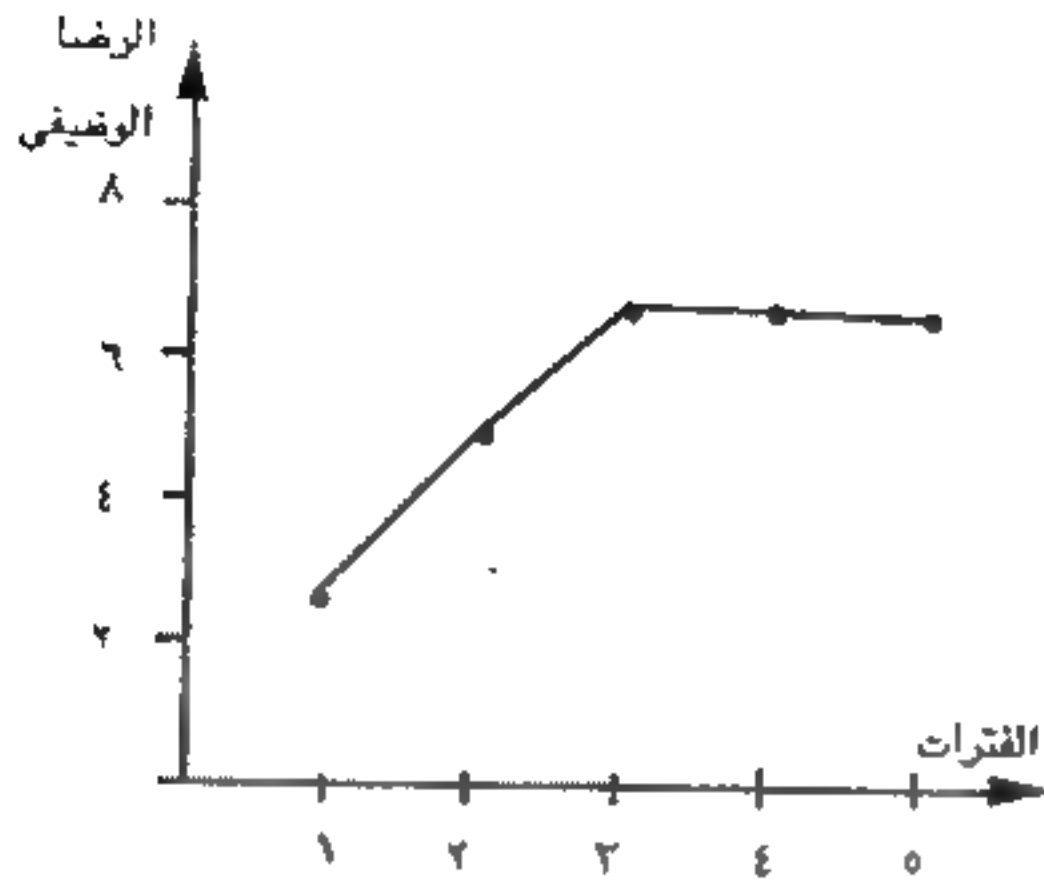
$$F = \frac{21,37}{0,29} = \frac{(4 \div 85,48)}{(36 \div 10,52)} = 73,69$$

وهي دالة عند مستوى 0,001

وتعنى وجود فروق في الرضا الوظيفي بين فترات القياس . ولمعرفة الفترات التي يختلف فيها الرضا الوظيفي ، فإننا نجرى مقارنات متعددة بين متوسطات الفترات .

أما لمعرفة طبيعة العلاقة بين الفترات ودرجات الرضا الوظيفي . فإننا نجرى اختبار للعلاقات الخطية والمنحنية والتكعيبية وغيرها . فإذا كانت العلاقة الخطية دالة والانحراف عنها غير دال فيمكن التوقف عن إجراء تحليلات أخرى . أما إذا كان الانحراف عن الخطية دال فإننا نكمل التحليل باختبار دلالة العلاقة المنحنية . وهكذا حتى نحدد أفضل علاقة ممكنة بين المتغير المستقل والمتغير التابع .

ويتمثيل متوسطات الفترات بيانياً كما بالشكل ( ١٣ - ٣ ) يتضح أن طبيعة العلاقة بين الفترات والرضا الوظيفي علاقة منحنية ، وقد تكون من درجة أعلى من ذلك .



شكل ( ١٣ - ٣ )

ولاجراء تحليل الاتجاه فأننا نستخدم معاملات المقارنات المتعامدة في حالة خمس مجموعات ، والتي نحصل عليها من جدول خاص ( Winer et al,1991 ) والجدول التالي ( ١٣ - ٥ ) يوضح معاملات المقارنات المتعامدة والعمليات الحسابية اللازمة ، وهو مشابه للجدول ( ١٣ - ٢ ) السابق .

جدول ( ١٣ - ٥ )

تحليل الاتجاه للقياس المتكرر

المجموعات	١	٢	٣	٤	٥	مجموع مربعات المعاملات	مجموع درجات الاتجاه	مجموع مربعات الاتجاه	متوسط المربعات	ف	مستوى لدلالة
مج. الدرجات	٣٨	٥٧	٧٦	٦٨	٦٧						
المعاملات الخطية	٢-	١-	صفر	١	٢	١٠	٦٩	٤٧,٦١	٤٧,٦١	١٦٤,١٧	دال عند ٠,٠٠١
المنحنية	٢	١	٢-	١-	٢	١٤	٦٧-	٣٢,٠٦	٣٢,٠٦	١١٠,٥٧	دال عند ٠,٠٠١
التكعيبية	١	٢	صفر	٢-	١	١٠	٧	٠,٤٩	٠,٤٩	١,٦٩	غير دال
الرابعة	١	٤	٦	٤-	١	٧٠	٦١	٥,٣٢	٥,٣٢	١٨,٣٣	دال عند ٠,٠٠١
متوسط مربعات الخطأ = ٠,٢٩											

ونلاحظ من الجدول ( ١٣ - ٥ ) أن معاملات المقارنات المتعامدة تتضمن أربعة اتجاهات ( خطى ، ومنحنى ، وتكعيبى ، ورباعى ) ، بينما فى جدول ( ١٣ - ٣ ) يحتوى على ثلاثة اتجاهات فقط . وبالرجوع الى الجدول الاحصائية الخاصة بالمعاملات المتعامدة ( Ferguson, 1971 ) نجد أنه فى حالة ثلاث مجموعات تكون المعاملات لإتجاهين فقط ( خطى ومنحنى ) ، وفى حالة أربع مجموعات تكون المعاملات لثلاثة اتجاهات ( خطى ، ومنحنى ، وتكعيبى ) بينما فى حالة خمس مجموعات الى ٧ مجموعات تكون للمعاملات لأربعة اتجاهات ( خطى ، ومنحنى ، وتكعيبى ، ورباعى ) ، أما فى حالة ٨ مجموعات الى ١٠ مجموعات فتوجد معاملات لخمس اتجاهات ( خطى ، ومنحنى ، وتكعيبى ، ورباعى ، وخماسى )

مجموع مربعات الاتجاه الخطى =  $(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 = 10$   
مجموع درجات الاتجاه الخطى

$$= -2 \times 2 + -1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times 1 + 2 \times 2 = 6$$

$$= \frac{6^2}{10 \times 10} = 0.36$$

مجموع مربعات الاتجاه الخطى = ٠.٣٦

ونتبع نفس الخطوات السابق استخدامها لحساب مجموع مربعات الاتجاهات

$$\text{المنحنى والتكعيبية والر } 47.61 = \frac{164.17}{0.29} \text{ ف للاتجاه الخطى وهي دالة عند } 0.001$$

ومجموع مربعات الانحراف عن الخطية =  $85.48 - 47.61 = 37.87$

$$\text{بدرجات حرية } 5 - 2 = 3 \text{ ف للانحراف عن الخطية } = \frac{(3 \div 37.87)}{0.29} = 43.52 \text{ وهي دالة عند } 0.001$$

$$\text{ف للاتجاه المنحنى } = \frac{32.06}{0.29} = 110.56 \text{ وهي دالة عند } 0.001$$

ولذلك نكمل إجراء تحليل الاتجاه

ومجموع مربعات الانحراف عن الاتجاه المنحني

$$= 85.48 - (32.06 + 47.61)$$

$$= 5.81 \text{ (بدرجات حرية ك - 3 = 2)}$$

$$\text{قيمة ف للانحراف عن الاتجاه المنحني} = \frac{(2 \div 5.81)}{0.29} = 10.02$$

وهي دالة عند 0.01

$$\text{قيمة ف للاتجاه التكعيبي} = \frac{0.49}{0.29} = 1.69 \text{ وهي غير دالة}$$

ولا يعنى هذا أن نتوقف عن اكمال التحليل وإنما نحسب الانحراف عن

الاتجاه التكعيبي

مجموع مربعات الانحراف عن الاتجاه التكعيبي

$$= 85.48 - (0.49 + 32.06 + 47.61)$$

$$= 5.32 \text{ بدرجات حرية ك - 4 = 1}$$

$$\text{قيمة ف للانحراف عن الاتجاه التكعيبي} = \frac{1 \div 5.32}{0.29} = 18.33$$

وهي نفس القيمة للاتجاه الرباعي

وبيعنى هذا أن البيانات تتضمن علاقة رباعية إضافة إلى العلاقات الخطية

والمنحنية .

طريقة أخرى :

وتوجد طريقة أخرى تستخدم مربعات الانحراف عن الاتجاه فى اختبار

الاتجاه وهي أكثر استخداماً من الطريقة السابقة (Winer et al., 1991) .

ويوضح الجدول ( ١٣ - ٦ ) هذه الطريقة والتي تتفق نتائجها النهائية مع

الطريقة السابقة .

مج. مربعات الانحراف عن الخطية

= مج. مربعات الفترات + مج. مربعات الخطأ - مجموع مربعات الخطية

$$= 85.48 + 10.52 - 47.61 = 48.39 \text{ بدرجات حرية } 29$$



وبالمثل مجموع مربعات الانحراف عن الاتجاه المنحني

$$= 48,39 - 22,06 = 26,33 \text{ بدرجات حرية } 38$$

وهكذا كما بالجدول ( ١٣ - ٦ )

جدول ( ١٣ - ٦ ) طريقة أخرى لتحليل الاتجاه .

المصدر	مجموع المربعات	د ح	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
الخطية الانحراف عنها	47,61 48,39	1 39	47,61 1,24	38,40	دالة عند 0,001
المنحنية الانحراف عنها	22,06 16,33	2 38	16,03 0,43	37,28	دالة عند 0,001
التكعيبى الانحراف عنه	0,49 15,84	3 37	0,16 0,43	0,27	غير دالة
الرباعى الانحراف عنه	0,32 10,52	4 36	1,23 0,29	4,59	دالة عند 0,01

ويتضح من الجدول أن العلاقة بين الفدرات والرضا الظيفى معقدة حيث أنها تتضمن علاقات خطية ومنحنية ورباعية .

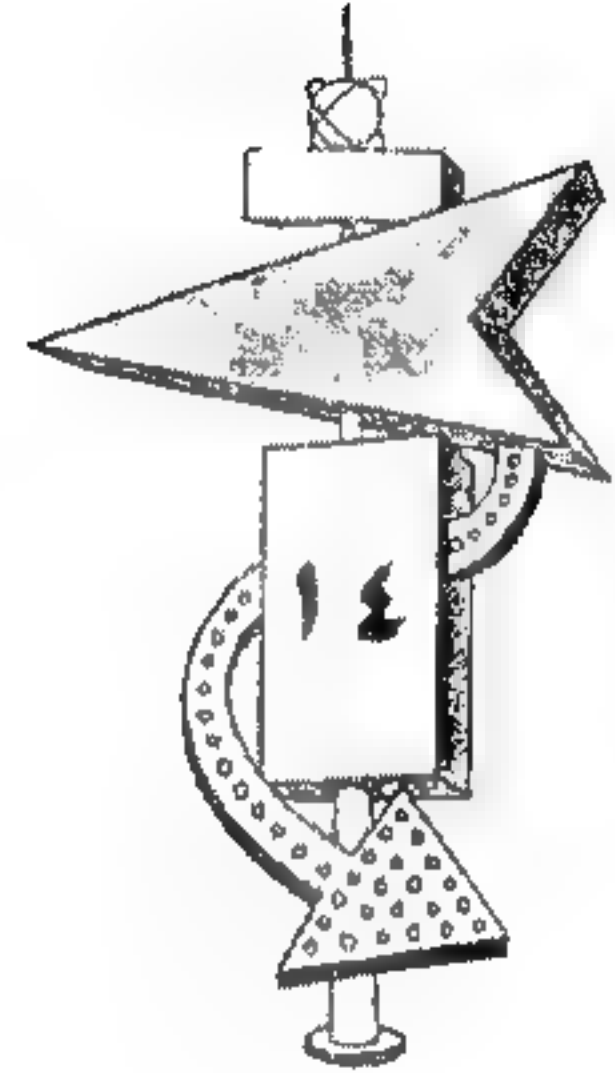


الفصل الرابع عشر

تحليل الانحدار

والارتباط المتعدد

Multiple Regression  
correlation Analysis





## الفصل الرابع عشر

### تحليل الانحدار والارتباط المتعدد

عند توضيح الانحدار والارتباط الخطي البسيط ذكرنا أن الانحدار الخطي يدل على العلاقة بين متغيرين ويستخدم للتنبؤ بأحد المتغيرين ( المتغير التابع ) بمعرفة درجات المتغير المستقل . كما أن الارتباط البسيط يوضح العلاقة بين المتغيرين ( المستقل والتابع ) وهذه العلاقة تدل على التباين المشترك بين المتغيرين .

لكننا الآن بصدد بحث العلاقة بين عدة متغيرات أحدها متغير تابع (ص) وبقية المتغيرات مستقلة (أو متنبات) . ويكون الهدف هنا هو إمكانية التنبؤ بالمتغير التابع من المتغيرات المستقلة مجتمعة معا ، ومعرفة تباين المتغير التابع الذي يسهم به كل متغير من المتغيرات المستقلة ( المتنبات ) .

وقبل البدء في عرض تحليل الانحدار والارتباط المتعدد ، نود توضيح الفروض المتطقة بالانحدار والارتباط الخطي البسيط ، وكيفية اختبار دلالة كل منهما .

#### اختبار دلالة معامل الارتباط البسيط :

يوجد عدد من الفروض عن معاملات الارتباط البسيط تتطلب الاختبار الاحصائي . ومن هذه الفروض أن معامل الارتباط في مجتمع العينة = صفر أو قيمة معينة ، أو أن معاملي الارتباط بين متغيرين من عينات مختلفة متساويان .

واختبار دلالة الارتباط تعنى اختبار ما إذا كان معامل الارتباط الناتج مهما ، أو أن له وجود مختلف عن الصفر . وقد نختبر معامل الارتباط مقابل قيمة محددة ويكون الغرض من الاختبار هو معرفة ما إذا كان معامل الارتباط المحسوب من العينة يمثل معامل الارتباط في المجتمع .

ويكون اختبار دلالة الارتباط ( بأنه مساو للصفر أو لقيمة معينة ) بناء على نظرية معينة أبحاث سابقة أو كليهما . فإذا كان المتوقع أن العلاقة بين متغيرين

متوسطة فلا يجوز أن نختبر إختلافها عن الصفر . فإذا إقترحت الأدبيات أن العلاقة بين درجات القدرات اللفظية والكمية والمكانية حوالى ٠,٣ ( فى المتوسط) . فإن الفرض المناسب للاختبار يكون إختبار معامل الارتباط  $r = 0.3$  عن إختبار مساواته للصفر . وحتى نقرر قبول أو رفض الفرض الصفري (  $r = 0$  ) ، يجب معرفة شكل التوزيع العيني لمعامل الارتباط (Shavelson 1988:588).

فإذا إختبرنا عينة عشوائية حجمها ٦٠ فردا من مجتمع والارتباط فى هذا المجتمع بين متغيرين ( س ، ص ) يساوى الصفر . وإذا وجدنا أن معامل الارتباط بين درجات العينة قريب من الصفر ، فإن هذه النتيجة ترجع الى خطأ المعاينة . ولو إختبرنا عينة أخرى حجمها ٦٠ فرداً أيضا فإن معامل الارتباط ( بين متغيرين ) الناتج قد لا يساوى الصفر ولا يساوى الارتباط السابق التوصل اليه ، ولكنه قريب من الصفر . وإذا كررنا هذا الاجراء عدد كبير من المرات وحسبنا فى كل مرة الفرق بين الارتباط فى العينة والارتباط فى المجتمع ورسمنا التوزيع التكرارى لهذه الفروق ( الفروق على المحور الأفقى والتكرار على المحور الرأسى ) فإن التوزيع الناتج يسمى التوزيع العيني لمعامل الارتباط . ويقترب هذا التوزيع من توزيع (ت) عندما يكون ارتباط المجتمع مساويا للصفر . وعليه فيمكن استخدام توزيع (ت) فى اختبار الفرض الصفري بأن الارتباط فى المجتمع = صفر ( Shavelson, 1988: 588 - 589 )

وعند ما يكون الارتباط فى المجتمع موجبا ( ٠,٣ مثلا ) يكون التوزيع العيني للارتباط سالب الالتواء ، أما إذا كان الارتباط فى المجتمع سالبا فيكون التوزيع العيني للارتباط موجب الالتواء . ولذلك فإن الحالة العامة لاختبار مثل هذه الفروض (الارتباط الموجب والسالب) تتطلب تحويل الارتباطات بسبب توريعاتها الملتوية حتى يقترب التوزيع من المنحنى الاعتدالى . وقد توصل فيشر إلى تحويل مناسب لذلك يسمى التحويل اللوغاريتمى وهو تحويل الارتباط إلى

$$r_z = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{r+1}{r-1} \right) \quad \text{وهي (ذ) :}$$

$$r_z = 1,1013 \text{ لو } r = \left( \frac{r+1}{r-1} \right) \quad \text{لو } r = \left( \frac{r+1}{r-1} \right) \dots (1)$$

والخطأ المعياري للتوزيع العيني للارتباط بعد تحويله الى درجة (ذ)

$$\frac{1}{\sqrt{n-3}} \text{ هو } \sigma_z$$

ولاختبار مدى اختلاف معامل الارتباط المحسوب من العينة عن الارتباط في المجتمع نستخدم التوزيع الاعتدالي إذا تم تحويل معامل الارتباط إلى

$$\text{الدرجة ذ حيث تكون القيمة الحرجة} = \frac{\text{ذر} - \text{ذ.ع}}{\text{ع ذ}} \dots\dots\dots (٢)$$

حيث ذ ر هي قيمة تحويل معامل ارتباط العينة ، ذ. ع قيمة تحويل معامل ارتباط المجتمع ، ع ذ الخطأ المعياري لتحويل معامل الارتباط في العينة ( Shavelson, 1988 : 589 - 560 )

ويتطلب اختبار الفرض الصفري وجود الافتراضات الأساسية لمعامل الارتباط وهي العشوائية في اختبار العينة واستقلالية درجات كل فرد من أفراد العينة عن الآخرين . بالإضافة إلى التوزيع الاعتدالي المزدوج لدرجات المتغيرين ، ويقصد به أن توزيع درجات أحد المتغيرين ( ص مثلا ) يكون توزيعا اعتداليا عند كل قيمة من قيم المتغير الثاني ( س ) ، كما أن لكل قيمة ( ص ) يكون توزيع درجات ( س ) توزيعا اعتداليا ، بالإضافة إلى العلاقة الخطية بين ( س ، ص ) . ويمكن اختبار افتراض الاعتدالية بعدة طرق ، وأسهل هذه الطرق هي فحص شكل الانتشار ، فإذا كان التوزيع ملتويا فاننا نستخدم معامل ارتباط الرتب أو نحول الدرجات ليقترّب التوزيع من الاعتدالية .

كما يشترط الاختبار أن يكون حجم العينة = ٣٠ أو أكثر (Shavelson, 1988 : 560)

والمعادلة التي نستخدم لاختبار الفرض الصفري ( ر = صفر ) هي :

$$\text{القيمة الحرجة} = \sqrt{n-3} ( \text{ذر} - \text{ذ.ع} )$$

وهي تتطلب تحويل معاملي الارتباط إلى الدرجة ( ذ ) باستخدام تحويل فيشر اللوغاريتمي ، وتوجد جداول إحصائية لتحويل معاملات الارتباط .

مثال ( ١ ) : إذا كانت العلاقة بين التفكير الابتكاري والاستدلال اللغوي = ٠,٤٥ لعينة حجمها ١٠٠ طالب وطالبة ، وكان الفرض الصفري أن العلاقة في المجتمع = ٠,٣ اعتمادا على البحوث السابقة .

ولاختبار هذا الفرض ( معامل الارتباط في العينة = معامل الارتباط في المجتمع )

والفرض البديل : أن معاملي الارتباط مختلفان . فإننا نقوم بتحويل معاملي الارتباط إلى الدرجة (ذ) باستخدام التحويل اللوغاريتمي أو الجداول .

$$\text{حيث } ذ(0.45) = 0.485 , \text{ ذ}(0.3) = 0.310$$

$$\text{القيمة الحرجة} = ( ذ_1 - ذ_2 ) \sqrt{\frac{3}{n-3}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{100-3}} (0.310 - 0.485) =$$

$$= 1.72$$

ثم نقارن القيمة الحرجة بقيم المنحني الاعتنالي ( 1.96 عند مستوى 0.05 باستخدام اختبار الطرفين ) حيث نجد أن القيمة الحرجة ( 1.72 ) غير دالة .

ويكون القرار أن معامل الارتباط في العينة يساوي معامل الارتباط في المجتمع أو أنه لا يختلف عن معامل الارتباط في المجتمع اختلافًا دالًا .

أما إذا حددنا الفرض البديل من البداية أن معامل الارتباط في العينة أكبر من معامل الارتباط في المجتمع ، فإننا نستخدم في هذه الحالة اختبار الطرف الواحد، وتكون القيمة المقابلة لمستوى دلالة 0.05 ( من الجدول ) هي 1.65 . وعليه فإن القيمة الحرجة أكبر من القيمة الجدولية ، فيكون القرار رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل وهو أن معامل الارتباط في العينة أكبر من معامل الارتباط في المجتمع بمستوى دلالة 0.05

**مثال ( ٢ ) :** أجريت دراسة لبحث العلاقة بين الرضى الوظيفي والاداء في العمل ، واختيرت عينة عشوائية ( ٦٠ ) من العاملين بأحدى المؤسسات وبلغ معامل الارتباط بين الرضا الوظيفي والاداء 0.50 بينما كانت العلاقة بين الاداء في العمل والراتب الشهري 0.30 والمطلوب اختبار دلالة معاملات الارتباط . بمعنى هل توجد علاقة دالة بين الاداء في العمل وكلامن الرضى الوظيفي والراتب الشهري ؟

ويكون الفرض الصفري : معامل الارتباط في المجتمع = صفر

ثم نحول معاملي الارتباط 0.5 ، 0.30 إلى الدرجات ( ذ ) وهما :



٠,٥٤٩ ، ٠,٣١٠ ، ثم نحسب القيمة الحرجة لكل منهما لمعرفة مدى اختلاف كل منهما عن الصفر.

$$\text{القيمة الحرجة لمعامل الارتباط } (٠,٥) = (٠,٥٤٩ - \text{صفر}) \sqrt{\frac{٣-٦٠}{٣-٦٠}} \\ = ٤,١٤$$

$$\text{القيمة الحرجة لمعامل الارتباط } (٠,٣) = (٠,٣١٠ - \text{صفر}) \sqrt{\frac{٣-٦٠}{٣-٦٠}} \\ = ٢,٣٤$$

وبالرجوع الى قيم المنحنى الاعتنالي نجد أن القيمة الحرجة لمعامل الارتباط ٠,٣ دالة عند مستوى ٠,٠٥

ويكون القرار رفض الفرض الصفري (معامل الارتباط = صفر)

ونقبل الفرض البديل (معامل الارتباط لا يساوي الصفر) بمستوى الدلالة المبين لكل منهما.

وإذا كان في الدراسة عدد كبير من المتغيرات وتم حساب مصفوفة معاملات الارتباط بينها ، فيكون من الصعب تحويل كل معامل ارتباط الى الدرجة (ذ) ثم حساب القيمة الحرجة ومقارنتها بقيم المنحنى الاعتنالي ، ولكن يمكن مقارنة معاملات الارتباط بالمصفوفة مع جدول خاص باختبار دلالة معاملات الارتباط (أنظر الملاحق) ويستخدم مع الجدول درجات الحرية (ن - ٢) مستوى الدلالة المناسب (٠,٠٥ أو ٠,٠١) ، وهي تعتمد على اختبار (ت) حيث

$$ت = ر \sqrt{\frac{ن-٢}{ر^2-١}} \text{ بدرجات حرية } (ن-٢)$$

$$\text{كما يمكن استخدام اختبار (ف) } = \frac{ر^2 (ن-٢)}{ر^2-١} \text{ بدرجات حرية } (١, ن-٢)$$

وهي مربع ت المذكورة آنفاً . (Sirkin, 1995 : 433)

إختبار الفرق بين معاملي إرتباط :

قد نرغب في اختبار الفرق بين معاملي إرتباط بين متغيرين باستخدام عينتين مستقلتين . فإذا كانت العلاقة بين الرضا الوظيفي والاداء هي ٠,٥٠ من العينة العشوائية السابق ذكرها . فإذا تكررت الدراسة باستخدام عينة أخرى

عشوائية حجمها ١٠٠ ووجد أن معامل الارتباط = ٠,٣٢ ونرغب في اختبار الفرق بين معاملي الارتباط.

ولاختبار الفرق بين معاملي الارتباط ( لنفس المتغيرين ) من عينتين مستقلتين فأننا نحول معاملي الارتباط الى درجات (ذ) ، ثم نحسب القيمة الحرجة للفرق بينهما من القانون: (Shavelson, 1988 : 567) :

$$(٣) \dots\dots\dots \frac{ذ_١ - ذ_٢}{\sqrt{ع(ذ_١ - ذ_٢)}} = \text{القيمة الحرجة للفرق بين معاملي إرتباط}$$

حيث ع (ذ<sub>١</sub> - ذ<sub>٢</sub>) هي الخطأ المعياري للفرق بين معاملي الارتباط

$$(٤) \dots\dots\dots \sqrt{\frac{1}{3 - ذ_١} + \frac{1}{3 - ذ_٢}} = ع(ذ_١ - ذ_٢)$$

ويفترض هذا الاختبار العشوائية في اختيار أفراد كل عينة واستقلالية اختيار كل منهما عن الأخرى ، والتوزيع الاعتدالي للدرجات ، كما يشترط أن يكون حجم كل عينة أكبر من ٢٠ (shavelson, 1988 : 568)

$$(٥) \dots\dots\dots \frac{ذ_١ - ذ_٢}{\sqrt{\frac{1}{3 - ذ_١} + \frac{1}{3 - ذ_٢}}} = \text{وتكون القيمة الحرجة للفرق بين معاملي الإرتباط}$$

ولاختبار الفرق بين معاملي الارتباط المذكورين أعلاه ( ٠,٣٢ ، ٠,٥ )

فان ذ<sub>١</sub> = ٠,٥٤٩ ، ذ<sub>٢</sub> = ٠,٣٣٢

$$\dots\dots\dots \frac{٠,٣٣٢ - ٠,٥٤٩}{\sqrt{\frac{1}{(3 - ١٠٠)} + \frac{1}{(3 - ٦٠)}}} = \text{القيمة الحرجة للفرق بين معاملي إرتباط}$$

$$= \frac{٠,٢١٧}{٠,١٩٧} = ١,٣٠ \text{ وهي غير دالة}$$

لأنها أقل من القيمة الجدولية (١,٩٦) عند مستوى دلالة ٠,٠٥

## إختبار دلالة معامل الانحدار:

بعد التوصل الى معادلة انحدار خطى بسيط ( بين متغيرين ) فإن المعادلة تحتوى على معامل الانحدار (ب) والمقدار الثابت ( أ ) . وتستخدم المعادلة فى التنبؤ بالمتغير التابع من المتغير المستقل . وكما وضحنا امكانية اختبار دلالة معامل الارتباط البسيط ، يمكن أيضا اختبار دلالة معامل الانحدار . والهدف من الاختبار هو تحديد ما إذا كان معامل الانحدار يساوى الصفر أو يختلف عن الصفر . والتوزيع المناسب لهذا الاختبار هو توزيع (ت) بدرجات حرية (ن - ٢) . ونستخدم المعادلة

$$ت = \frac{(ب - صفر) \times \sqrt{ع}}{\sqrt{\frac{ن \times ع^2}{(ن - ٢)}}} = \frac{ب \times \sqrt{ع}}{\sqrt{\frac{ن \times ع^2}{(ن - ٢)}}} \quad (٦)$$

الخطأ المعياري للانحدار

حيث (ب) معامل الانحدار البسيط (ص على س) ، (ن) حجم العينة ، ع س الانحراف المعياري لدرجات المتغير المستقل (س) ، ع س الانحراف المعياري لدرجات المتغير التابع (ص) ، (ر) معامل الارتباط بين المتغيرين (س ، ص) .

ويفترض هذا الاختبار : العشوائية فى إختيار العينة واستقلالية درجات كل فرد عن بقية أفراد العينة ، والعلاقة الخطية بين المتغيرين ، والاعتدالية فى توزيع درجات (ص) عند كل من قيم (س) ، وتجانس تباين درجات (ص) لكل قيمة من قيم (س) (Shavelson, 1988 : 573 - 574) ، فإذا كان معامل إنحدار الاداء فى العمل على الرضا الوظيفى (ص على س) هو ١,٢٣ والانحراف المعياري للرضا الوظيفى = ٣,٤٦ ، ن = ٦٠ ، الانحراف المعياري للاداء فى العمل = ٢,٧٥ ومعامل الارتباط بين الرضا الوظيفى والاداء = ٠,٥٠

$$فإن ت = \frac{ب \times \sqrt{ع}}{\sqrt{\frac{ن \times ع^2}{(ن - ٢)}}} = \frac{١,٢٣ \times \sqrt{٣,٤٦}}{\sqrt{\frac{٦٠ \times (٣,٤٦)^2}{٦٠ - ٢}}}$$



ولاختبار دلالة الفرق بين معاملي الانحدار نحسب قيمة ت من المعادلة:

$$T = \frac{b_1 - b_2}{\sqrt{\frac{(p-1) \sum_{i=1}^p \frac{e_i^2}{(n-p)} + \frac{(p-1) \sum_{i=1}^p \frac{e_i^2}{(n-p)}}{[2-23] \cdot 1(2,1) + [2-25] \cdot 1(2)}}}$$

$$= \frac{0,20 - (-1,34)}{\sqrt{\frac{12,47}{92,61} + \frac{14,4}{92}}}$$

$$= \frac{1,14}{0,54}$$

ت = 2,11 ب درجات حرية (44 = 4 - 23 + 25)

وتكون قيمة ت الجدولية عند مستوى 0,05 = 2,02

وبالتالي فإن قيمة ت المحسوبة (2,11) دالة عند مستوى 0,05

وهذا يعنى رفض الفرض الصفري (الفرق بين معاملي الانحدار = صفر)

وقبول الفرض البديل (الفرق بين معاملي الانحدار لايساوى الصفر)

ويكون القرار هو: أن معامل الانحدار بين المتغيرين فى العينة الاولى

يختلف عنه فى العينة الثانية.

### الانحدار والارتباط المتعدد :

يقصد بالانحدار المتعدد التوصل الى معادلة خطية تربط بين متغير تابع وعدة متغيرات مستقلة ( منبئات ) . ويكون الهدف من ذلك هو إمكانية التنبؤ بالمتغير التابع باستخدام بيانات المتغيرات المستقلة . والفكرة الأساسية هنا هي نفس فكرة الانحدار الخطي البسيط ، ولكنها تستخدم عدة متغيرات مستقلة . وتكون معادلة الانحدار البسيط على الصورة :  $ص = أ + ب س$

$$\text{حيث } أ = م س - ب م س$$

$$ب = \frac{\sum ع م}{\sum ع}$$

أما في حالة وجود متغيرين مستقلين  $س_١$  ،  $س_٢$  فإن معادلة الانحدار تكون

$$ص = أ + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢$$

حيث  $ب_١$  ،  $ب_٢$  هما معاملان للانحدار الجزئي ،  $أ$  مقدار ثابت

ومعامل الانحدار الجزئي هو العلاقة بين متغيرين ( مستقل وتابع ) عندما يكون المتغير الثالث ثابتا .

ويمكن حساب قيم معاملان الانحدار والمقدار الثابت باستخدام بيانات المتغيرات ( المستقلة والتابع ) ، وحساب معاملات الارتباط بينهم والمتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية . فإذا رمزنا لمعامل الارتباط بين المتغير التابع (ص) والمتغير المستقل (  $س_١$  ) بالرمز (  $ر_{ص س_١}$  ) ، ومعامل الارتباط بين ( ص ،  $س_٢$  ) بالرمز (  $ر_{ص س_٢}$  ) ، ومعامل الارتباط بين  $س_١$  ،  $س_٢$  بالرمز  $ر_{س_١ س_٢}$  والمتوسطات الحسابية للمتغير التابع والمتغيرين المستقلين بالرموز  $م_ص$  ،  $م_١$  ،  $م_٢$  ، والانحرافات المعيارية  $ع_ص$  للمتغير التابع ،  $ع_١$  ،  $ع_٢$  للمتغيرين المستقلين ، فإن :

$$أ = م_ص - ب_١ م_١ - ب_٢ م_٢ \quad (٨) \dots\dots\dots$$

$$ب_١ = \frac{\left( \frac{\sum ع_ص}{ع_ص} \right) \frac{ر_{ص س_١} - ر_{ص س_٢} ر_{س_١ س_٢}}{١ - ر_{س_١ س_٢}^2}}{\left( \frac{\sum ع_١}{ع_١} \right)} \quad (٩) \dots\dots\dots$$

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i2} - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_{i2} - \bar{x}_2)^2} \quad \text{..... (10)}$$

( Shavelson, 1988 : 585 - 588 )

والارتباط المرتفع بين المتغيرين المستقلين ( أو بين المتغيرات الميقتلة بصفة عامة ) أمر هام لأنه يؤدي إلى تقديرات غير ثابتة لمعاملات الانحدار الجزئي ، إذ أن معاملات الانحدار الجزئي قد تتغير قيمتها وأحياناً الإشارة من عينة إلى أخرى . فقد يكون الارتباط موجبا ، بينما معامل الانحدار قد يكون سالبا ، لأن معامل الانحدار الجزئي هو دليل على العلاقة بين متغيرين عندما تكون المتغيرات الأخرى ثابتة . وبالتالي فإن قيمة وإشارة معامل الانحدار تختلف عن معامل الارتباط .

ويقصد بالارتباط المتعدد العلاقة الخطية بين متغير تابع وعدة متغيرات مستقلة مجتمعة معا . ومعنى آخر هو العلاقة الخطية بين متغير تابع ودالة خطية لمجموعة متغيرات مستقلة ( متنبات ) . وهو بذلك يشبه معامل الارتباط البسيط لكن قيمته تتراوح بين صفر ، ١ كما أنه يعرف بالعلاقة بين درجات متغير تابع وبين القيم المتنبأ بها للمتغير التابع من المتغيرات المستقلة . فإذا كان المتغير التابع (ص) والقيم المتنبأ بها (ض) فإننا نستطيع حساب معامل الارتباط المتعدد مثل معامل الارتباط البسيط من المعادلة :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)(x_{i2} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 \sum_{i=1}^n (x_{i2} - \bar{x}_2)^2}} \quad \text{..... (11)}$$

( Shavelson, 1988 : 590 )

ومربع الارتباط المتعدد ( $r^2$ ) يدل على نسبة التباين في المتغير التابع التي يمكن تفسيرها باستخدام بيانات المتغيرات المستقلة

ويمكن تقسيم تباين المتغير التابع الى قسمين : الاول جزء متنبا به ، والثاني جزء غير متنبا به ( الباقي ) . وبالتالي يكون :

مجموع المربعات الكلي للمتغير التابع = مجموع مربعات الانحدار ( المتنبا به )  
+ مجموع مربعات الباقي ( غير المتنبا به ) .

وعليه فإن  $r^2 = \frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع المربعات الكلي}}$  وهي تدل على نسبة التباين المتنبا به

من التباين الكلي .

أما نسبة التباين غير المفسر =  $1 - r^2$  .

لاحظ أن مجموع المربعات الكلي = مج ص<sup>2</sup> ، بينما مجموع مربعات الانحدار = مج (ض<sup>2</sup>) ، ومجموع مربعات الباقي = مج (ص - ض<sup>2</sup>) ، ولاختبار دلالة الارتباط المتعدد نستخدم اختبار (ف)

$$f = \frac{r^2 + k}{(1 - r^2) \div (n - k - 1)} \quad (12)$$

حيث ك هي عدد المتغيرات المستقلة ( المنبئات ) .

أما لاختبار دلالة معاملات الانحدار الجزئية فاننا نستخدم اختبار (ت)

$$t = \frac{\text{معامل الانحدار} - \text{صفر}}{\text{الخطأ المعياري لمعامل الانحدار}} \quad (13)$$

بدرجات حرية (ن-ك-1)

$$\left| \frac{E_{\text{م}} [1 - r_{\text{م}}^2]^{1/2}}{\text{مج مربعات س}_{\text{م}} (1 - r_{\text{م}}^2)^{1/2}} \right| = \text{الخطأ المعياري} \quad (14)$$

(في حالة متغيرين مستقلين)



ويقصد بالخطأ المعياري لمعامل الانحدار أنه الخطأ في تقدير قيم المتغير التابع من التجمع الخطي للمتغيرين المستقلين ( في حالة متغيرين فقط ) . وإذا حسبنا معامل الانحدار من بيانات عينة معينة ثم كررنا الدراسة على عينات أخرى فإن معاملات الانحدار سوف تختلف من عينة لأخرى ، فإذا مثلنا هذه القيم بمنحنى توزيع تكراري فإن الانحراف المعياري لهذا التوزيع الناتج يدل على خطأ المعاينة لمعامل الانحدار ، وهو الخطأ المعياري لمعامل الانحدار- Shavelson, 1988 : 602; Kerlinger & Pedhazur, 1973 : 119 ) .

وكما ذكرنا سابقا كلما زاد معامل الارتباط بين المتغيرين المستقلين يزداد الخطأ المعياري لمعامل الانحدار ، ومن ثم تصبح معاملات الانحدار غير مستقرة الافتراضات الأساسية للانحدار والارتباط المتعدد :

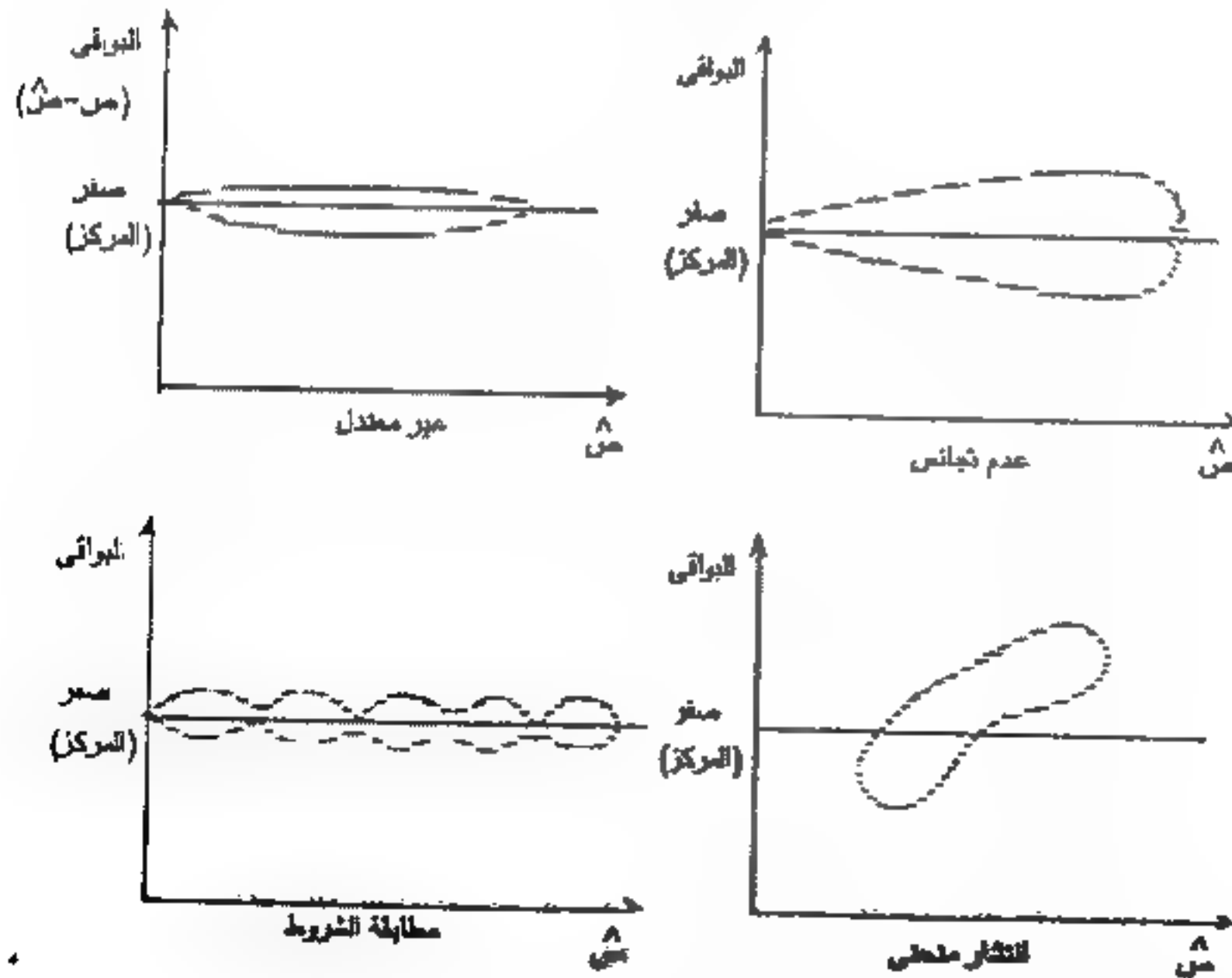
تتشابه افتراضات تحليل الانحدار والارتباط المتعدد مع افتراضات تحليل التباين ، لأن تحليل التباين وتحليل الانحدار يعتمدان على النماذج الخطية . ففي تحليل الانحدار وتحليل التباين تكون المتغيرات المستقلة محددة أو عشوائية أو خليط منها . وبالنسبة لنموذج الخطي باختلاف نوع المتغيرات المستقلة . فإذا استخدمنا المتغيرات المستقلة المحددة ( ذات مستويات أو معالجات محددة ) فإن تحليل البيانات يستخدم النموذج المحدد ( مثل تحليل التباين ) ، أما إذا كانت المتغيرات المستقلة عشوائية فإن النموذج المستخدم يسمى نموذج مكونات التباين . وبصفة عامة يعتمد الانحدار المتعدد على المتغيرات المستقلة المحددة (المستويات) . وقليل منها يستخدم متغيرات مستقلة عشوائية . أما تحليل التباين فهو حالة خاصة من تحليل الانحدار حيث تكون المتغيرات المستقلة محددة المستويات مسبقا ( Winer et al., 1991 : 911 ) . وافتراضات تحليل الانحدار والارتباط المتعدد هي ( Shavelson . 1988 : 593 - 595 ) :

- ١ - العشوائية في اختيار العينة واستقلالية درجات كل فرد عن الأفراد الآخرين في العينة ، ويستطيع الباحث التأكد من هذا الشرط بنفسه .
- ٢ - التوزيع الاعتدالي في المجتمع لدرجات المتغير التابع عند كل مستوى من المستويات الممكنة للمتغيرات المستقلة مجتمعة ( وهي تمثل درجات ض ) .
- ٣ - تجانس تباينات المتغير التابع في المجتمع عند كل مستوى من المستويات الممكنة للمتغيرات المستقلة مجتمعة ( ويسمى Homoscedasticity )

٤ - العلاقة الخطية في المجتمع بين المتغير التابع وأي متغير مستقل عدد تثبيت المتغيرات المستقلة الأخرى.

ويمكن اختبار الافتراضات الثلاثة (٢، ٣، ٤) من شكل الانتشار بين درجات المتغير التابع المنتبأ بها (ص) على المحور الأفقي وبين الفرق بين درجات المتغير التابع والمنتبأ بها (ص - ص) على المحور الرأسى والتي تسمى البواقي، وتستخدم برامج Spss للتحليل الإحصائى فى التوصل لشكل الانتشار المطلوب (شكل ١٣ - ١). ففى حالة الاعتدالية نتوقع أن تكون نقاط التوزيع متجمعة وقريبة من مركز التوزيع عند كل مستوى من مستويات درجات (ص)، مع وجود عدد قليل من النقاط أعلى وأسفل خط مركز التوزيع لتدل على اعتدالية توزيع البواقي عند كل مستوى من مستويات درجات (ص). وعند مخالفة شرط الاعتدالية يجب تحويل الدرجات باستخدام التحويل المناسب.

أما شرط العلاقة الخطية فيعنى أن تكون النقاط قريبة من مركز التوزيع أيضا. ومخالفة شرط الخطية يستلزم تحويل الدرجات أو استخدام نموذج انحدار خطى منحنى Curvilinear. وكذلك مخالفة شرط التجانس تتطلب تحويل الدرجات.



شكل (١٤-١)

مثال (٤) : أجريت دراسة للتنبؤ بالتحصيل الأكاديمي من درجات مفهوم الذات الأكاديمي والانبساطية على عينة حجمها ١٠٠ طالب وطالبة . وتم حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية للمتغيرات الثلاثة وكانت المتوسطات ٥٤,٣ ، ٥,٦ ، ٥,٦ والانحرافات المعيارية ١٠,٦٥ ، ١,٢٦ ، ٠,٩٨ على الترتيب . وكان معامل ارتباط التحصيل مع مفهوم الذات ٠,٤٥ ومع الانبساطية ٠,٢٠ وعلاقة مفهوم الذات مع الانبساطية ٠,٤٥ والمطلوب حساب معادلة الانحدار المتعدد بين التحصيل الأكاديمي كمتغير تابع ومفهوم الذات والانبساطية كمتغيرات مستقلة .

معادلة الانحدار المتعدد المفترضة هي :

التحصيل الأكاديمي (ص) = أ + ب<sub>١</sub> ( مفهوم الذات ) + ب<sub>٢</sub> ( الانبساطية )

$$ص = أ + ب_1 س_1 + ب_2 س_2$$

وباستخدام المعادلات ٨ ، ٩ ، ١٠ يمكن حساب قيم أ ، ب<sub>١</sub> ، ب<sub>٢</sub>

$$ب_1 = \left( \frac{ع}{١٤} \right) \frac{س_1(٢) - س_1(١)س_2(٢)}{س_1(٢) - ١}$$

$$= \left( \frac{١٠,٦٥}{١,٢٦} \right) \frac{(٠,٤٥)(٠,٢٠) - ٠,٤٥}{(٠,٤٥) - ١}$$

$$= \frac{١٠,٦٥}{١,٢٦} \times \frac{٠,٣١}{٠,٧٩٧٥}$$

$$= ٣,٢٨٥$$

$$ب_2 = \left( \frac{ع}{١٤} \right) \frac{س_2(٢) - س_1(١)س_2(٢)}{س_1(٢) - ١}$$

$$= \left( \frac{١٠,٦٥}{٠,٩٨} \right) \frac{(٠,٤٥)(٠,٤٠) - ٠,٢٠}{(٠,٤٥) - ١}$$

$$= ٠,٢٧٢ = \frac{١٠,٦٥}{٠,٩٨} \times \frac{٠,٠٢}{٠,٧٩٧٥}$$

$$أ = م ص - ب ١ م - ب ٢ م$$

$$= ٥٤,٣ - ٣,٢٨٥ (٥,٦) - ٠,٢٧٢ (٥)$$

$$= ٣٤,٥٤٤$$

وتكون معادلة الانحدار هي :  $ص = ٣٤,٥٤٤ + ١ م + ٠,٢٧٢ م$

والارتباط المتعدد يحسب باستخدام المعادلة (١١)

$$R^2 = \frac{R^2_{ص(١)} + R^2_{ص(٢)} - R^2_{ص(١)ص(٢)}}{R^2_{ص} - ١}$$

$$= \frac{(٠,٤٥) (٠,٢٠) (٠,٤٠) - (٠,٢٠)^2 + (٠,٤٠)^2}{(٠,٤٥) - ١}$$

$$= \frac{٠,١٢٨}{٠,٧٩٧٥}$$

$$R^2 = ٠,١٦١$$

وتعني أن ١٦,١ ٪ من تباين التحصيل الأكاديمي يرجع إلى المتغيرين مفهوم الذات والانبساطية.

ولاختبار دلالة الارتباط المتعدد نستخدم المعادلة (١٢)

$$F = \frac{R^2 (ن - ك - ١)}{(١ - R^2) ك} = \frac{(١ - ٢ - ١٠٠) ٠,١٦١}{٢ \times (٠,١٦١ - ١)}$$

$$F = \frac{١٥,٦١٧}{١,٦٧٨} = ٩,٣١$$

ثم نقارن قيمة ف المحسوبة (٩,٣١) مع قيمة ف الجدولية بدرجات حرية

$$(٩٧, ٢) \text{ ومستوى الدلالة المناسب ، وحيث أن } F_{(٩٧, ٢)} = ٤,٨٦٣$$

فان قيمة ف (٩,٣١) دالة عند مستوى ٠,٠١

وإذا أردنا كتابة معادلة الانحدار في صورة أوزان معيارية ( بيتا).

لمعاملات الانحدار حيث

$$\text{بيتا (1)} \beta_1 = \frac{E_{12}}{E_{11}} \times 3,285 = \frac{1,26}{10,65} \times 3,285 = 0,389$$

$$\text{بيتا (2)} \beta_2 = \frac{E_{22}}{E_{21}} \times 0,272 = \frac{0,98}{10,65} \times 0,272 = 0,025$$

وتصبح المعادلة :  $ص = 0,389 \times \text{بيتا (1)} + 0,025 \times \text{بيتا (2)}$

ويكون مربع الارتباط المتعدد

= مجموع حواصل ضرب قيم بيتا (المعيارية)

$\times$  معامل ارتباط المتغير المناظر لها مع المتغير التابع

$$R^2 = \text{بيتا (1)} \times R_{1ص} + \text{بيتا (2)} \times R_{2ص}$$

$$= 0,389 \times 0,40 + 0,025 \times 0,20$$

$$= 0,1556 + 0,005 = 0,1606 \approx 0,16$$

أما لإختبار دلالة معاملي الانحدار فإننا نستخدم المعادلة (14) لحساب الخطأ المعياري لكل منهما ، ثم نستخدم المعادلة (13) لحساب قيمة (ت)

$$\text{الخطأ المعياري لمعامل انحدار مفهوم الذات (ب1)} = \sqrt{\frac{E_{11} - (R_{1ص}^2 E_{11})}{E_{11} - (R_{1ص}^2 E_{11})}}$$

$$= \sqrt{\frac{(10,65 - (0,1606 \times 10,65))}{10,65 - (0,1606 \times 10,65)}} = 0,876$$

$$\text{الخطأ المعياري لمعامل انحدار الانبساطية (ب2)} = \sqrt{\frac{E_{22} - (R_{2ص}^2 E_{22})}{E_{22} - (R_{2ص}^2 E_{22})}}$$

$$\sqrt{\frac{(0.161 - 1)^2 (10.65)}{98 \times [^2(0.45) - 1]^2 (0.98)}} = 1.126 =$$

$$\text{قيمة ت (معامل الانحدار ب}_1\text{)} = \frac{\text{ب}_1}{\text{الخطأ المعياري}} = \frac{3.285}{0.876}$$

$$\text{ت}_1 = 3.75 \text{ بدرجات حرية } 98$$

وهي دالة عند مستوى 0.01

$$\text{قيمة ت (معامل الانحدار ب}_2\text{)} = \frac{\text{ب}_2}{\text{الخطأ المعياري}}$$

$$\text{ت}_2 = \frac{0.272}{1.126} = 0.24$$

وهي غير دالة ، وتعنى أن إضافة متغير الانبساطية الى المعادلة للتنبؤ بالتحصيل الأكاديمي لا تضيف شيئاً دالاً . ومن الواضح أن مربع الارتباط للتحصيل الأكاديمي ومفهوم الذات = 0.16 بينما إضافة متغير الانبساطية أدى الى أن مربع الارتباط المتعدد بين التحصيل الأكاديمي ومفهوم الذات والانبساطية = 0.161 أى أن إسهام الانبساطية فى التباين = 0.161 - 0.16 = 0.001 وهي إضافة ثبت من اختبار معامل الانحدار (بم) أنها غير دالة .

ويمكن إجراء اختبار آخر للدلالة باستخدام (ف) حيث

$$\text{ف} = \frac{(1 - 2) \div \left[ \frac{r^2_{(1)} - r^2_{(2)}}{(1)} \right]}{(1 - 2 - \text{ن}) \div \left[ \frac{r^2_{(2)} - 1}{(2)} \right]}$$

$$\text{ف} = \frac{1 \div (0.16 - 0.161)}{97 \div (0.161 - 1)} = 0.12 \text{ بدرجات حرية (97.1)} = \frac{0.001}{0.0086}$$

وهي غير دالة ، وتعنى أن إسهام المتغير الثانى (الانبساطية) فى التنبؤ بالتحصيل الأكاديمي إسهاماً ضعيفاً (غير هام) .

### علاقة الارتباط الجزئي وشبه الجزئي بالارتباط المتعدد :

يختلف الارتباط الجزئي عن الارتباط المتعدد . فالارتباط الجزئي Partial Correlation هو العلاقة بين جزئين لدرجات متغيرين بعد عزل أثر متغير ثالث من كليهما . أما الارتباط المتعدد فهو يجمع المتغيرات المستقلة معا ( في تجمع خطي ) للتعرف على علاقتها التراكمية مع متغير تابع . ومعنى هذا أن الارتباط الجزئي يركز على عزل المتغيرات للتعرف على الآثار المتبقية .

فقد نرغب في معرفة العلاقة بين المسؤولية الاجتماعية ومفهوم الذات بعيدا عن مستوى الدخل ، وتكون العلاقة المطلوبة هي علاقة المسؤولية الاجتماعية بمفهوم الذات بعد عزل أثر مستوى الدخل من كل منهما . أما إذا كان مستوى الدخل ثابتا في العينة فلا نحتاج إلى عزل أثره . فإذا رمزنا للمسؤولية الاجتماعية بالرمز (ص) ومفهوم الذات بالرمز (س) ومستوى الدخل بالرمز (د) فإن معامل الارتباط الجزئي بين المسؤولية الاجتماعية ومفهوم الذات هو معامل ارتباط بين الجزئين ( ص . س ) ، ( س . د ) ويقصد بالجزء ( ص . س ) أنه الجزء المتبقى من درجات المتغير (ص وهو المسؤولية الاجتماعية) بعد عزل أثر المتغير (د مستوى الدخل) منه ، وكذلك الجزء ( س . د ) هو الجزء المتبقى من (س مفهوم الذات) بعد عزل أثر المتغير (د مستوى الدخل) منه ويرمز لمعامل الارتباط الجزئي المذكور بالرمز (ص . س . د) (ص . د . س) (د . ص . س)

ويحسب معامل الارتباط الجزئي من الدرجة الأولى ( المشار إليه ) باستخدام معاملات الارتباط البسيط ، أما معامل الارتباط الجزئي من الدرجة الثانية فيتم حسابه باستخدام معاملات الارتباط الجزئي من الدرجة الأولى وهكذا .

ويكون معامل الارتباط الجزئي من الدرجة الأولى بين المسؤولية الاجتماعية ومفهوم الذات (ص . س) (س . د) وسوف نرمز بالرمز (ص . س . د) (ص . د . س) (د . ص . س)

$$r_{(ص.س.د)} = \frac{r_{(ص.س)} - r_{(ص.د)}r_{(س.د)}}{\sqrt{(1 - r_{(ص.د)}^2)(1 - r_{(س.د)}^2)}} \quad (15)$$

ويستخدم مربع الارتباط الجزئي في التوصل إلى معادلة الانحدار المتعدد .

وبدل مربع الارتباط الجزئي على نسبة التباين التي تساعد في التنبؤ بتباين الخطأ من إضافة متغيرات جديدة إلى معادلة الانحدار (Wener et al., 1991:939)

ويمكن حساب مربع معامل الارتباط الارتباط الجزئي من مربع معاملات الارتباط المتعدد ففي حالة المثال المذكور (المسؤولية الاجتماعية ص ، مفهوم الذات س<sub>١</sub> ، مستوى الدخل س<sub>٢</sub>) يكون مربع الارتباط الجزئي بين المسؤولية الاجتماعية ومفهوم الذات هو :

$$(١٦) \dots\dots\dots \frac{r_{١٢} - r_{١٣}r_{٢٣}}{1 - r_{٢٣}^2} = (٢٠.١)(٢٠.١)$$

$$= \frac{\text{مجموع مربعات انحدار ص على (س<sub>١</sub>، س<sub>٢</sub>) - مجموع مربعات انحدار ص على (س<sub>٢</sub>)}{\text{مجموع مربعات ص الكلي - مجموع مربعات انحدار ص على (س<sub>٢</sub>)}}$$

مثال (٥) : إذا كانت علاقة المسؤولية الاجتماعية بمفهوم الذات ٠,٥٢ ومع مستوى الدخل ٠,٣٥ وعلاقة مفهوم الذات بمستوى الدخل ٠,٢٠ فإن معامل الارتباط الجزئي بين المسؤولية الاجتماعية ومفهوم الذات بعد عزل أثر مستوى الدخل منهما هو:

$$\frac{0,20 \times 0,35 - 0,52}{\sqrt{[1 - (0,2)^2][1 - (0,35)^2]}} = (٢٠.١)(٢٠.١)$$

$$0,49 = \frac{0,45}{0,92}$$

وبذلك انخفض معامل الارتباط المسؤولية الاجتماعية مع مفهوم الذات من ٠,٥٢ إلى ٠,٤٩ بعد عزل أثر مستوى الدخل ، وهو انخفاض قليل لضعف علاقة مستوى الدخل مع مفهوم الذات ،  
أما معامل الارتباط الجزئي بين المسؤولية الاجتماعية ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات هو :



$$r = \frac{0.2 \times 0.52 - 0.35}{\sqrt{[1 - (0.2)^2][1 - (0.5)^2]}} = (102)(102)$$

$$0.29 = \frac{0.246}{0.844} =$$

ونلاحظ أن معامل الارتباط بين المسؤولية الاجتماعية ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات انخفض من 0.35 إلى 0.29 وهو انخفاض كبير بسبب العلاقة المرتفعة بين المتغير الذي عزلنا أثره مع أحد المتغيرات المطلوبة في حساب العلاقة وهو المسؤولية الاجتماعية (0.52).

ويمكن استخدام الرمز  $r(102)$  بدلا من الرمز السابق ليعنى الارتباط الجزئي بين ص 1، س 2 بعد عزل أثر س 1.

ومعامل الارتباط الجزئي من الدرجة الثانية يقصد به العلاقة بين متغيرين بعد عزل أثر متغيرين آخرين. فإذا كان في المثال السابق متغير آخر هو مستوى التعليم (س 3) وعلاقاته بالمتغيرات الثلاثة هي: 0.4، 0.15، 0.6، فإن معامل الارتباط الجزئي من الدرجة الثانية بين المسؤولية الاجتماعية ومفهوم الذات بعد عزل أثر كلا من مستوى الدخل ومستوى التعليم هو:

$$r = \frac{r(102) \times r(202) - r(301)}{\sqrt{[1 - (r(202))^2][1 - (r(301))^2]}} = (2201)(2201)$$

حيث  $r(102)$ ،  $r(202)$ ،  $r(301)$  هي معاملات الارتباط الجزئي من الدرجة الأولى والتي يجب حسابها أولا قبل حساب معامل الارتباط الجزئي من الدرجة الثانية. فإذا كانت معاملات الارتباط الجزئي من الدرجة الأولى من المثال هي: 0.56، 0.15، 0.14 على الترتيب

$$r = \frac{0.14 \times 0.15 - 0.56}{\sqrt{[1 - (0.14)^2][1 - (0.15)^2]}} = (2201)(2201)$$

$$\text{أو } r(2201) = \frac{0.029}{0.979} = 0.03$$

ويمكن اختبار دلالة الارتباط الجزئي باستخدام اختبار (ت) من المعادلة المسبق ذكرها

$$t = \frac{r_{(٢٠١)}}{\sqrt{(١ - r_{(٢٠١)}^2) / (٢٠١ - ١)}} \text{ بدرجات حرية } (٢٠١ - ١)$$

أما الارتباط شبه الجزئي Semi-Partial Correlation ، فهو يوضح العلاقة بين درجة كلية ودرجة جزئية ، بمعنى أنه معامل ارتباط بين درجتين أحدهما المتغيرات مع جزء من درجات متغير آخر ، وهذا الجزء ناتج عن عزل أثر متغير ثالث . فإذا رغبتنا في معرفة علاقة المسئولية الاجتماعية (ص) مع مفهوم الذات (س) بعد عزل أثر الانبساطية (س٢) من مفهوم الذات فقط ، فإن معامل الارتباط شبه الجزئي يكون بين المسئولية الاجتماعية وجزء من مفهوم الذات المتبقى بعد عزل أثر الانبساطية منه . ويرمز لمعامل الارتباط شبه الجزئي المذكور بالرمز  $r_{(٢٠١)}$  وهو معامل ارتباط شبه جزئي من الدرجة الأولى ويحسب باستخدام معاملات الارتباط البسيط

$$r_{(٢٠١)} = \frac{r_{(١)} - r_{(٢)} r_{(٢١)}}{\sqrt{1 - r_{(٢)}^2}} \text{ ..... (١٧)}$$

( Winer et al ., 1991 : 936 )

ويلاحظ أن المعادلة (١٧) متشابهة مع المعادلة (١٥) باستثناء جزء في المقام هو  $\sqrt{1 - r_{(٢)}^2}$  وقيمته أقل من الواحد الصحيح ، أي أن معامل الارتباط شبه الجزئي أصغر من معامل الارتباط الجزئي .  
وبحساب معامل الارتباط شبه الجزئي بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات مع عزل أثر مستوى الدخل من مفهوم الذات فقط فهو

$$r_{(٢٠١)} = \frac{٠,٢ \times ٠,٣٥ - ٠,٥٢}{\sqrt{1 - (٠,٢)^2}}$$

$$= \frac{٠,٤٥}{٠,٩٦} = ٠,٤٧ \text{ وهو أقل من معامل الارتباط الجزئي}$$

$$\text{وكذلك } r = \frac{0.2 \times 0.52 - 0.25}{\sqrt{(0.2)^2 - 1}} = (10.2)$$

$$= \frac{0.246}{0.96} = 0.26 \text{ وهو أقل من معامل الارتباط الجزئي .}$$

وبدل معامل الارتباط شبه الجزئي ( ٠,٤٧ ) على علاقة المسؤولية الاجتماعية بمفهوم الذات بعد عزل أثر مستوى الدخل من مفهوم الذات فقط . وكذلك معامل الارتباط شبه الجزئي بين المسؤولية الاجتماعية ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات من مستوى الدخل فقط ( هو ٠,٢٦ ) .

ومعامل الارتباط شبه الجزئي من الدرجة الثانية في حالة وجود متغير مستقل آخر يحسب من المعادلة .

$$r = \frac{r_{(301)} - r_{(302)} \times r_{(301)}}{\sqrt{1 - r_{(301)}^2}} = (21.3)$$

ويستخدم معامل الارتباط شبه الجزئي كحل لمشكلة حساب الارتباط المتعدد . فالارتباط المتعدد هو علاقة متغير تابع مع تجمع خطي لعدد من المتغيرات المستقلة . ولكننا لا ندخل جميع المتغيرات المستقلة في التجمع الخطي ، وإنما ندخل المتغير الذي يضيف إضافة هامة ( معنوية ) لا مكانية التنبؤ . ولذلك فإن حساب الارتباط المتعدد يبدأ بأكبر معامل ارتباط بسيط بين المتغير التابع وأي من المتغيرات المستقلة ، ويدخل معادلة الانحدار ( مثل علاقة المسؤولية الاجتماعية مع مفهوم الذات ٠,٥٢ ) حيث يكون مربع الارتباط المتعدد في هذه الحالة هو مربع معامل الارتباط البسيط [ ٠,٢٧ =  $(0.52)^2$  ] . ثم نبحث عن الإضافة التالية لأحد المتغيرات المستقلة الأخرى ، بعد عزل أثر المتغير المستقل الذي استخدمناه أولاً من تلك المتغيرات المستقلة ، بمعنى أننا نحسب معاملات الارتباط شبه الجزئي ( مثل علاقة المسؤولية الاجتماعية مع مستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات من مستوى الدخل فقط وهو يساوي ٠,٢٦ ) . وبالتالي تكون الإضافة الجديدة لمعامل الارتباط المتعدد هي ( ٠,٢٦ )  $= 0.07$  تقريباً .

ويكون مربع الارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية وكلا من مفهوم الذات ومستوى الدخل =  $(0.52)^2 + (0.26)^2$

$$R^2_{(21)} = 0.27 + 0.07 = 0.34$$

بمعنى أن ٣٤٪ من تباين المسئولية الاجتماعية يرجع إلى مفهوم الذات ومستوى الدخل ، ويكون اسهام مفهوم الذات في هذا التباين هو ٠,٢٧ واسهام مستوى الدخل ٠,٠٧ وتعرف هذه الطريقة باسم Stepwise Regression أى طريقة الخطوات المتتالية .

ولكن هل تعد هذه الاضافة لمستوى الدخل في مربع الارتباط المتعدد إضافة هامة ( دالة ) ؟ وبالطبع لا نستطيع أن نجيب عن هذا السؤال الا بعد اختبار دلالة هذه الاضافة باستخدام اختبار (ف) لاختبار الفرق بين مربع معاملى الارتباط المتعدد ( وهما ٠,٢٧ ، ٠,٣٤ ) .

$$F = \frac{(1-2) \div [R^2_{(21)} - R^2_{(1)}]}{(1-2-n) \div [R^2_{(21)} - 1]} \quad (18)$$

فإذا كانت  $n = 65$  فإن :

$$F = \frac{(1-2) \div (0.27 - 0.34)}{(1-2-65) \div (0.34 - 1)}$$

$$F = \frac{0.07}{0.01} = 7 \text{ بدرجات حرية } (1, 63)$$

ومقارنة قيمة  $F$  (٧) بالقيم الجدولية نجد أنها دالة عند ٠,٠١ ومعنى هذا أن إضافة متغير مستوى الدخل يسهم إسهما هاما ( دالا ) في مربع الارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات ومستوى الدخل .

ويبدو واضحا أن  $R^2_{(21)}$  وهى ٠,٣٤ أقل من  $R^2_{(1)}$  +  $R^2_{(2)}$

$$= (0.52)^2 + (0.35)^2 = 0.39$$

والصورة العامة للمعادلة (١٨) هي :

$$F = \frac{\left[ R^2_{(1, \dots, 221)} - R^2_{(1, \dots, 221, 2)} \right] \div \left[ K_1 - K_2 \right]}{\left[ 1 - R^2_{(1, \dots, 221)} \right] \div \left[ N - K_1 - 1 \right]} \quad (19)$$

ونستنتج مما سبق أن مربع الارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية وكلا من مفهوم الذات ومستوى الدخل يساوي مربع الارتباط البسيط بين المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات بالإضافة الى مربع الارتباط شبه الجزئي بين المسئولية الاجتماعية ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات من مستوى الدخل فقط.

أما إذا كان لدينا ثلاثة متغيرات مستقلة ( بالإضافة مستوى التعليم مثلا ) فإن مربع الارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية وهذه المتغيرات المستقلة الثلاثة هو :

$$R^2_{(1, \dots, 221)} = R^2_{(1)} + R^2_{(1, 2)} + R^2_{(1, 2, 3)} \quad (20)$$

= مربع الارتباط البسيط  $R^2_{(1)}$  + مربع الارتباط شبه الجزئي  $R^2_{(1, 2)}$  بين  $S_1$  ،  $S_2$  بعد عزل أثر  $S_1$  من  $S_2$  + مربع الارتباط شبه الجزئي من الدرجة الثانية بين  $S_1$  ،  $S_2$  بعد عزل أثر  $S_1$  ،  $S_2$  من  $S_3$  ، حيث يشير  $R^2_{(1, 2, 3)}$  إلى العلاقة بين المسئولية الاجتماعية ( $S_1$ ) ومستوى التعليم ( $S_2$ ) بعد عزل أثر كلا من المتغيرين مفهوم الذات ( $S_1$ ) ومستوى الدخل ( $S_2$ ) من مستوى التعليم فقط . ويحسب الارتباط شبه الجزئي من الدرجة الثانية عادة باستخدام الارتباط المتعدد ، حيث :

$$R^2_{(1, 2, 3)} = R^2_{(1, 2, 3)} - R^2_{(1, 2)} \quad (21)$$

أي أنه يساوي الفرق بين مربع الارتباط المتعدد مع ثلاثة متغيرات ناقصا مربع الارتباط المتعدد مع متغيرين . وبالطبع  $R^2_{(1, 2, 3)}$  لا تساوي مجموع مربعات الارتباطات البسيطة  $[R^2_{(1)} + R^2_{(2)} + R^2_{(3)}]$  ويكون ذلك صحيحا فقط في حالة ما إذا كانت المتغيرات المستقلة غير مرتبطة ببعضها البعض . بمعنى أن تكون مرتبطة بالمتغير التابع ولكنها مستقلة عن بعضها البعض .

وبعد هذا مدخلا آخر لحساب الارتباط المتعدد باستخدام أسلوب التحليل

العامل والتوصل الى عوامل متعامدة ( مستقلة ) ثم نستخدم درجات العوامل من الحاسب الآلي Factor Score (حتى نتأكد من إستقلاليتها) وبالتالي تكون مربعات إرتباطات درجات العوامل مع المتغير التابع هي مربع الارتباط المتعدد - Fergu- son & Takane, 1989).

ويتضح أن مربع معامل الارتباط المتعدد هو مجموع عدة مربعات لارتباطات بسيطة وشبه جزئية كل منها يوضح فائدة إضافة متغير مستقل بعد عزل آثار المتغيرات السابقة له . ويشار أحيان إلى مربع الارتباط المتعدد باسم معامل التحديد المتعدد بينما مربع الارتباط شبه الجزئي هو معامل التحديد شبه الجزئي ( Winer et al., 1991 : 937)

والآن نعود مرة أخرى الى المعادلة (٢٠) والتي توضح أن مربع الارتباط المتعدد للمتغير التابع (ص) مع ثلاثة متغيرات مستقلة يتكون من ثلاثة أقسام هي : مربع الارتباط البسيط بين ص ، س<sub>١</sub> + مربع الارتباط شبه الجزئي ر<sup>٢</sup> ص(١٠٢) + مربع الارتباط شبه الجزئي من الدرجة الثانية ر<sup>٢</sup> ص(٢١٠٣)

لكن هذه المعادلة (٢٠) مرتبطة فقط بالمشال حيث أن معامل الارتباط البسيط ر<sup>٢</sup> ص(١) هو اكبر معامل ارتباط ، وبالتالي فإن إسهامه أكثر من أى معامل ارتباط بسيط آخر ، ويليه معامل الارتباط شبه الجزئي الاكبر من أى معامل ارتباط شبه جزئي آخر من الدرجة الاولى بعد عزل أثر المتغير الأول، وهكذا مع بقية المكونات ، ولذلك يمكن أن يكون مربع الارتباط المتعدد

$$R^2_{ص} = R^2_{ص(٣)} + R^2_{ص(٢٠١)} + R^2_{ص(٢١٠٢)} + \dots (٢٢)$$

بمعنى أننا استخدمنا أولاً مربع الارتباط البسيط بين ص ، س<sub>١</sub> إذا كان هو اكبر معامل ارتباط بسيط ، والجزء الثانى هو الارتباط شبه الجزئي بين ص ، س<sub>١</sub> بعد عزل أثر س<sub>١</sub> من س<sub>٢</sub> (إذا كان هو أعلى ارتباط شبه جزئي من الدرجة الاولى) أما الجزء الثالث فيكون أيضاً أعلى ارتباط شبه جزئي من الدرجة الثانية بعد عزل أثر س<sub>١</sub> ، س<sub>٢</sub> من س<sub>٣</sub> وهكذا . ولذلك فإن العمليات الحسابية للارتباط المتعدد معقدة جداً ومطولة ، وتستطيع اجراء هذه التحليلات يدوياً فى حالة متغيرين مستقلين (وربما ثلاثة متغيرات ) ، أما فى حالة زيادة عدد المتغيرات المستقلة فإننا نستخدم برامج Spss فى اجراء العمليات الحسابية .

### تحليل الانحدار والارتباط المتعدد باستخدام الدرجات الخام :

يمكن احراء تحليل الانحدار والارتباط المتعدد باستخدام درجات المتغيرات . وسوف نعرض خطوات هذه الطريقة فى الحالة البسيطة وهى حالة متغير تابع مع متغيرين مستقلين ، حيث تكون معادلة الانحدار على الصورة :  $ص = أ + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢$

ونتبع الخطوات التالية لحساب معاملى الانحدار (  $ب_١$  ،  $ب_٢$  ) والمقدار الثابت (  $أ$  ) ثم نحسب مربع الارتباط المتعدد بعد ذلك :

١ - نحسب مجموع درجات ومجموع مربعات درجات كل متغير ، وكذلك مجموع حواصل الضرب لكل متغيرين من المتغيرات المستقلة والمتغير التابع .

٢ - نحسب مجموع المربعات الكلى للمتغير التابع (  $ص$  ) .

٣ - نحسب مجموع المربعات الكلى لكل من المتغيرين المستقلين  $س_١$  ،  $س_٢$  .

٤ - نحسب مجموع حواصل الضرب المصححة لكل متغيرين (  $س_١ ص$  ،  $س_٢ ص$  ،  $س_١ س_٢$  )

٥ - نطبق المعادلات التالية لحساب معاملى الانحدار والمقدار الثابت

$$ب_١ = \frac{\text{مجم } س_٢^٢ \text{ مجم } س_١ ص - \text{مجم } س_١ س_٢ ص \text{ مجم } س_٢ ص}{\text{مجم } س_١^٢ \text{ مجم } س_٢ ص - (\text{مجم } س_١ س_٢)^٢} \dots\dots\dots (٢٣)$$

$$ب_٢ = \frac{\text{مجم } س_١^٢ \text{ مجم } س_٢ ص - \text{مجم } س_١ س_٢ ص \text{ مجم } س_١ ص}{\text{مجم } س_١^٢ \text{ مجم } س_٢ ص - (\text{مجم } س_١ س_٢)^٢} \dots\dots\dots (٢٤)$$

$$أ = م ص - ب_١ م_١ - ب_٢ م_٢$$

حيث  $م_١$  ،  $م_٢$  متوسطى  $س_١$  ،  $س_٢$  ،  $م$  متوسط المتغير التابع (  $ص$  )

ثم نكتب معادلة الانحدار بعد الحصول على قيم معاملى الانحدار والمقدار الثابت (  $أ$  ) .

٦ - نحسب مجموع مربعات الانحدار من المعادلة

$$\text{مجم مربعات الانحدار} = ب_١ \text{مجم } س_١ ص + ب_٢ \text{مجم } س_٢ ص$$

٧ - نحسب مربع معامل الارتباط المتعدد من المعادلة :

$$r^2 = \frac{\text{مجم مربعات الانحدار}}{\text{مجم المربعات الكلى}} = \frac{ب_1 \text{ مجم } ص_1 + ب_2 \text{ مجم } ص_2 + \dots + ب_k \text{ مجم } ص_k}{\text{مجم } ص^2} \quad (25)$$

وهي نسبة التباين المفسر باستخدام بيانات المتغيرين المستقلين .

٨ - نختبر دلالة الارتباط المتعدد باستخدام تحليل التباين حيث

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات الانحدار}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} = \frac{r^2 (ن - ك - ١)}{(١ - r^2) (ك - ١)}$$

درجات حرية ( ك - ١ ، ن - ك - ١ )

ثم نقارن قيمة ف المحسوبة بالقيمة الجدولية عند مستوى الدلالة المناسب  
مثال ( ٦ ) : إذا كانت درجات المسئولية الاجتماعية ومفهوم الذات  
ومستوى الدخل لعينة حجمها عشرة أفراد كما يلي فاحسب معادلة الانحدار المتعدد  
والارتباط المتعدد بين المسئولية الاجتماعية وكلا من مفهوم الذات ومستوى  
الدخل .

( لاحظ أن حجم العينة صغير ويجب ألا يقل عن ٣٠ ولكننا نستخدم هذا  
العدد لتسهيل العمليات الحسابية ) .

جدول ( ١٤ - ٢ ) المسئولية الاجتماعية مفهوم الذات ومستوى الدخل

الأفراد	المسئولية الاجتماعية (ص)	مفهوم الذات (ص)	مستوى الدخل (ص)
١	١٠	٦	٣
٢	٥	١	٥
٣	١٥	٢	٧
٤	٢٠	٤	٧
٥	٤٠	٨	٩
٦	١٠	٥	٨
٧	٣٠	٧	٩
٨	١٦	٧	٦
٩	٢٥	٥	٤
١٠	١٤	٣	٥
المجموع	١٨٥	٤٨	٦٣



ولإجراء تحليل الانحدار والارتباط المتعدد نتبع الخطوات السابقة

$$١ - \text{مج ص} = ١٨٥ ، \text{مج س}_١ = ٤٨ ، \text{مج س}_٢ = ٦٣ ، \text{مج ص}^٢ = ٤٤٢٧ ،$$

$$\text{مج س}_١^٢ = ٢٧٨ ، \text{مج س}_٢^٢ = ٤٣٥ ، \text{مج س}_١ \text{ ص} = ١٠٣٤ ،$$

$$\text{مج س}_٢ \text{ ص} = ١٢٧٦ ، \text{مج س}_١ \text{ س}_٢ = ٣١٧$$

لاحظ أن مجموع الدرجات والمربعات وحواصل الضرب السابقة تستخدم لحساب مجموع المربعات وحواصل الضرب المصححة مثل تحليل التباين وتحليل التباين

٢ - مج المربعات الكلي للمسئولية الاجتماعية

$$(\text{مج ص})^٢ = \text{مج ص}^٢ - \frac{(\text{مج ص})^٢}{\text{ن}}$$

$$١٠٠٤,٥ = \frac{(١٨٥)^٢}{١٠} - ٤٤٢٧ =$$

$$٣ - \text{أ} - \text{مج المربعات الكلي لمفهوم الذات} (\text{مج س}_١) = \frac{(٤٨)^٢}{١٠} - ٢٧٨ = ٤٧,٦$$

$$\text{ب} - \text{مج المربعات الكلي لمفهوم الذات} (\text{مج س}_٢) = \frac{(٦٣)^٢}{١٠} - ٤٣٥ = ٣٨,١$$

٤ - أ - مج حواصل ضرب المسئولية الاجتماعية  $\times$  مفهوم الذات (مج س<sub>١</sub> ص)

$$= \frac{\text{مج س}_١ \times \text{مج ص}}{\text{ن}} = \text{مج س}_١ \text{ ص} - ١٠٣٤ =$$

$$١٤٦ = \frac{١٨٥ \times ٤٨}{١٠} - ١٠٣٤ =$$

ب - مج حواصل ضرب المسئولية الاجتماعية  $\times$  مستوى الدخل

$$(\text{مج س}_١ \text{ س}_٢) = ١٢٧٦ - \frac{١٨٥ \times ٦٣}{١٠} = ١١٠,٥$$

جـ - مج حواصل ضرب مفهوم الذات  $\times$  مستوى الدخل

$$14,6 = \frac{48 \times 73}{10} - 317 = (\text{مج س}_1 \text{ س}_2)$$

د - معامل انحدار مفهوم الذات (ب<sub>1</sub>)

$$= \frac{\text{مج س}_1^2 \text{ مج س}_2 \text{ س}_1 - \text{مج س}_2 \text{ س}_1 \times \text{مج س}_1 \text{ س}_2}{\text{مج س}_1^2 \text{ مج س}_2 - (\text{مج س}_1 \text{ س}_2)^2}$$

$$2,468 = \frac{3949,3}{1600,4} = \frac{14,6 \times 110,5 - 146 \times 38,1}{(14,6)^2 - 47,6 \times 38,1}$$

$$= \frac{\text{مج س}_1^2 \text{ مج س}_2 \text{ س}_1 - \text{مج س}_2 \text{ س}_1 \times \text{مج س}_1 \text{ س}_2}{\text{مج س}_1^2 \text{ مج س}_2 - (\text{مج س}_1 \text{ س}_2)^2} = \text{ب}_2$$

$$1,955 = \frac{3128,2}{1600,4} = \frac{14,6 \times 146 - 110,5 \times 47,6}{(14,6)^2 - 47,6 \times 38,1}$$

$$\text{أ} = \text{م}_1 - \text{ب}_1 \text{ م}_2 - \text{ب}_2 \text{ م}_3$$

$$0,663 = \left(\frac{73}{10}\right) \times 1,955 - \left(\frac{48}{10}\right) \times 2,468 - \left(\frac{185}{10}\right) =$$

وتكون معادلة الانحدار:  $\text{ص} = 0,663 + 2,468 \text{ س}_1 + 1,955 \text{ س}_2$   
أو المسؤولية الاجتماعية =  $0,663 + 2,468 \times \text{مفهوم الذات} + 1,955 \times$   
مستوى الدخل .

وعادة ماتستخدم مثل هذه المعادلات في التنبؤ بالمتغيرات المختلفة ، وأكثر تطبيقاتها في مجال التنبؤ بالتحصيل الدراسي ، وكذلك في التنبؤ بالسلوك الانساني ،  
والآن لحساب الاتباط المتعدد نقوم بحساب مربعات الانحدار وهي :

$$\text{مج مربعات الانحدار} = \text{ب}_1 \text{ مج س}_1 \text{ ص} + \text{ب}_2 \text{ مج س}_2 \text{ ص}$$

$$= 0,663 \times 110,5 + 2,468 \times 146 = 576,356$$

مربع معامل الارتباط المتعدد =  $\frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع مربعات المتغير التابع الكلي}}$

$$R^2 = \frac{576,356}{1004,5} = 0,574 \quad , \quad r = 0,758$$

وتعني أن ٥٧,٤٪ من تباين المتغير التابع (المسئولية الاجتماعية) ترجع إلى مفهوم الذات ومستوى الدخل. ولكننا هنا لا نستطيع أن نحدد حجم إسهام كل من مفهوم الذات ومستوى الدخل، لأن هذا يتطلب حساب معامل الارتباط شبه الجزئي.

ولاختبار دلالة الارتباط المتعدد نضع مجموع في جدول تحليل للتباين التالي:

جدول (١٤-٣) تحليل التباين للارتباط المتعدد  
يبين المسئولية الاجتماعية وكلا من مفهوم الذات ومستوى الدخل

مصدر التباين	مجموع المربعات	د. ح.	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
الانحدار	٥٧٦,٣٥٦	٢	٢٨٨,١٧٨	٤,٧١	دالة عند ٠,٠٦
الباقى (الخطأ)	٤٢٨,١٤٤	٧	٦١,١٦٣		
الكلي	١٠٠٤,٥٠٠	٩ = ١-٢			

وبالطبع يمكن حساب قيمة (ف) دون إعداد الجدول (١٤ - ٣) كما يلي:

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات الانحدار}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} = \frac{(2 \div 576,356)}{(7 \div 428,144)} = \frac{288,178}{61,163} = 4,71 \text{ بدرجات حرية } (2, 7)$$

ثم نقارنها مع قيمة ف الجدولية بدرجات حرية (٢ ، ٧) وهي = ٤,٧٤ عند مستوى ٠,٠٥، ومعنى هذا أن القيمة المحسوبة ٤,٧١ غير دالة عند ٠,٠٥.

حل آخر :

يمكن إجراء تحليل الانحدار والارتباط المتعدد للمثال السابق باستخدام المتوسطات والانحرافات المعيارية ومعاملات الارتباط البسيط وهي الطريقة التي استخدمناها مع المقال (٥).

جدول (١٤ - ٤) معاملات الارتباط البسيط والمتوسطات والانحرافات المعيارية للمتغيرات

المتغيرات	س١	س٢	المتوسط	ع
المسئولية الاجتماعية (ص)	٠,٦٦٨	٠,٠٥٦٥	١٨,٥	١٠,٥٦٥
مفهوم الذات (س١)	—	٠,٣٤٣	٤,٨	٢,٣٠
مستوى الدخل (س٢)	—	—	٦,٣	٢,٠٥٨

مجم حواصل ضرب س١ ص

$$\sqrt{\text{مجم مربعات ص} \times \text{مجم مربعات س١}} = \text{س١ ص (١)}$$

$$٠,٦٦٨ = \frac{١٤٦}{\sqrt{٤٧,٦ \times ١٠٠٤,٥}}$$

وكذلك س١ س٢ = ٠,٠٥٦٥ ، س٢ س١ = ٠,٣٤٣

$$\left( \frac{\text{ع ص}}{١٤} \right) \frac{\text{س١ ص (١)} - \text{س١ س٢ (٢)}}{\text{س١}^2 \text{ ص} - ١} = \text{أما معاملات الانحدار ب}$$

$$\left( \frac{١٠,٥٦٥}{٢,٣٠} \right) \frac{٠,٣٤٣ \times ٠,٥٦٥ - ٠,٦٦٨}{٢(٠,٣٤٣) - ١} =$$

$$٢,٤٦٩ = \frac{٥,٠١}{٢,٠٢٩} =$$

وهي قريبة جدا من قيمة ب١ ، السابق الحصول عليها

$$\left( \frac{\text{ع ص}}{٢٤} \right) \frac{\text{س١ س٢ (١)} - \text{س١ س٢ (٢)}}{\text{س١}^2 \text{ ص} - ١} = \text{ب٢}$$

$$\left( \frac{١٠,٥٦٥}{٢,٠٥٨} \right) \frac{٠,٣٤٣ \times ٠,٦٦٨ - ٠,٥٦٥}{٢(٠,٣٤٣) - ١} =$$

$$1,904 = \frac{3,049}{1,816} =$$

وهي قريبة جدا من قيمة ب، السابق الحصول عليها

$$18,5 = 6,3 \times 1,904 - 4,8 \times 2,469 - 18,5 = \text{أ}$$

= 0,661 وهي قريبة أيضا من قيمة (أ) السابقة

$$\frac{\sum_{(1)}^2 + \sum_{(2)}^2 - 2 \sum_{(1)} \sum_{(2)}}{\sum_{(1)}^2 - 1} = \sum_{(2)}^2$$

$$\frac{(0,343)(0,565)(0,668) - (0,565)^2 + (0,668)^2}{(0,343)^2 - 1} =$$

$$0,574 = \frac{0,5065}{0,8824} = \sum_{(2)}^2$$

الارتباط المتعدد .

## إختيار المنبئات بطريقة التحليل المتتالي Stepwise Regression

توجد عدة طرق لاختيار المنبئات ( المتغيرات المستقلة ) من بين مجموعة كبيرة منها . وهي تعد مشكلة معقدة لأن إضافة أو حذف أى متغير مستقل الى معادلة الانحدار يؤثر على حجم معاملات الانحدار الجزئى والتي تستخدم فى حساب الارتباط المتعدد . فاذا كان بالمعادلة ثلاثة متغيرات مستقلة وقررنا إضافة متغير رابع لأهميته ( النظرية مثلا ) فان إضافته تغير من معاملات الانحدار الثلاثة السابقة عليه وبالتالي يتغير معامل الارتباط المتعدد .

وحل هذه المشكلة يتطلب إجراء تحليل الانحدار عدة مرات لكل البدائل الممكنة من المتغيرات المستقلة ، ثم نختار أفضل معادلة انحدار .

ففى حالة أربعة متغيرات مستقلة يكون عدد البدائل الممكنة  $(2^4 - 1 = 15)$  ويزيادة عدد المتغيرات تزداد المشكلة صعوبة . ويرجع اقتراح هذه الطريقة الى رانجر فيرسنش Ranger Ferisch عام ١٩٣٤ .

لكن الطريقة التقريبية التى تتطلب حسابات أقل تسمى بطريقة الخطوات المتتالية Stepwise ، وأحيانا يطلق عليها اسم طريقة التحليل المتتابع ، وتتلخص هذه الطريقة ( باستخدام الحاسوب ) فى :

١ - إختيار أفضل منبئ وهو المتغير الاعلى ارتباطا مع المتغير التابع فيكون هو أول متغير يدخل معادلة الانحدار .

٢ - نجرى عملية مزاجعة بين المتغير الاول ( بالمعادلة ) مع بقية المتغيرات المستقلة لنحصل على المتغير الذى يضيف أعلى إضافة للمتغير الاول . ويتضمن هذا حساب الارتباط المتعدد لكل زوج من المتغيرات مع المتغير التابع وهى تستلزم ( ك - ١ ) عملية مزاجعة . لكن برنامج ( Spss ) يختار المتغير الاعلى ارتباطاً جزئياً بعد عزل المتغير الاول ( بالمعادلة ) . ثم يتبقى عدد ( ك - ٢ ) من المتغيرات المستقلة

٣ - تتكرر الخطوة الثانية مع بقية المتغيرات للتوصل الى المتغير الثالث لمعادلة الانحدار بحيث تكون إضافته أعلى من المتغيرات الأخرى وهكذا . حتى يتم اضافة المتغيرات التى تسهم إسهاماً دالاً للارتباط المتعدد ، حيث أنه فى كل خطوة يتم إختيار دلالة الاضافة للارتباط المتعدد .

وتسمى الطريقة الموضحة باسم طريقة الخطوات المتتالية التصاعدية - Forward Stepwise . وتوجد طريقة أخرى عكسية أو تنازلية - Backward Stepwise ، وهي تعتمد على الحذف بدلاً من الإضافة . حيث يبدأ التحليل بالتوصل إلى معادلة انحدار تحتوي جميع المتغيرات المستقلة ، ثم تتابع الخطوات في حذف المتغير الذي لا يصيف إضافة دالة حتى نصل إلى المتغير الذي لا نستطيع حذفه لأن إسهامه في الارتباط المتعدد إسهاماً دالاً . وبالطبع يتم في كل خطوة اختبار لدلالة الإضافة التي يسهم بها المتغير موضع الفحص . وأحياناً تؤدي هذه الطريقة إلى نتائج أفضل من طريقة الإضافة التصاعدية ( Ferguson & Takane, 1989;505)

ونود الإشارة إلى نقطة هامة جداً في تحليل الانحدار والارتباط المتعدد ومرتبطة بخطأ شائع في استخدام تحليل الانحدار والارتباط المتعدد، فمن المؤلف أن يحدد الباحث المتغيرات المستقلة (المنبئات) التي يستخدمها في التنبؤ اعتماداً على أدبيات البحث أو نظرية معينة يرغب في اختبارها . وقد تدل الأدبيات (أو النظرية) على استخدام متغير مركب من عدة عناصر فرعية ، ويستخدم الباحث هذه العناصر الفرعية كمنبئات ، ولا ضرر في هذا . ولكن المشكلة تكمن في استخدام العناصر الفرعية والدرجة الكلية أيضاً في معادلة واحدة . وفي هذه الحالة تكون النتائج التي يتوصل إليها الباحث غير صحيحة . لأن استخدام مجموع العناصر (أو مجموع عدة متغيرات) كمتغير آخر في التحليل يؤدي إلى عدم إمكانية الحاسوب التوصل إلى مقلوب لمصفوفة الارتباطات (أو مجموع المربعات) فيقدم مقلوباً Inverse شرطياً تكون نتائجه غير دقيقة . ويرجع السبب إلى أن محدد المصفوفة Determinant تساوى الصفر ، وبالطبع لا نستطيع القسمة على صفر .

### تفسير معاملات الانحدار والارتباط المتعدد:

تدل معاملات الانحدار الجزئي في معادلة الانحدار على مدى أهمية المتغير المستقل في المعادلة ، ولكن الدليل الأقوى يرجع لمعامل الارتباط .

وفي المثال (٦) السابق نلاحظ أن معامل ارتباط المسؤولية الاجتماعية مع مفهوم الذات (٠.٦٦٨) هو أعلى معامل ارتباط بسيط ، كما أن معامل ارتباط المسؤولية الاجتماعية مع مستوى الدخل (٠.٥٦٥) مرتفع مما يدل على أنهما مهمان في التنبؤ بالمسؤولية الاجتماعية ، لكن إسهام مفهوم الذات في التنبؤ أعلى من مستوى الدخل . وبملاحظة معاملات الانحدار المتعدد نجد أن معامل انحدار مفهوم الذات (٢.٤٦٨) أكبر من معامل انحدار مستوى الدخل (١.٩٥٥) ، لكن مقارنة المعاملين لا تدل على حجم تأثير كل منهما ، كما أن معامل الانحدار يعتمد على تباين المتغير المستقل ، مع أن المتغيرين لا يختلفان في التباين (٢.٣٠ ، ٢.٠٦) وعليه فإن مفهوم الذات أكثر قوة في التنبؤ بالمسؤولية الاجتماعية عن مستوى الدخل (Shavelson, 1988:598)

أما إذا اختلف تباين المتغيرين ، فإننا نحول معامل الانحدار إلى معامل انحدار معياري (بيتا) ، أي معاملات انحدار تعتمد على الدرجات المعيارية للمتغيرات حتى يكون تباين كل منهم هو الوحدة .

ولتعديل معاملات الانحدار العادية إلى معيارية تستخدم المعادلة

$$\text{بيتا } (\beta) = \text{ب} \left( \frac{\text{ع ص}}{\text{ع ص}} \right) \dots\dots\dots (٢٦)$$

حيث بيتا (β) هي معامل الانحدار الجزئي المعياري ، وبالتالي فإن حجم بيتا يدل على قوة إسهام المتغير المستقل في التنبؤ دون الخوف من اختلاف التباينات (Shavelson, 1988:599)

وبالتطبيق على المثال السابق فإن :

$$\beta_1 (\text{مفهوم الذات}) = \text{ب}_1 \left( \frac{\text{ع ص}}{\text{ع ص}} \right) = ٢.٤٦٨ \left( \frac{٢.٣٠}{١٠.٥٦٥} \right) = ٠.٥٣٧$$

$$\beta_2 (\text{مستوى الدخل}) = ١.٩٥٥ \left( \frac{٢.٠٦}{١٠.٥٦٥} \right) = ٠.٣٨١$$



ومن الواضح أن معاملي الانحدار مختلفان مما يدل على الاستنتاج بأن مفهوم الذات أكثر قوة في التنبؤ بالمسؤولية الاجتماعية عن مستوى الدخل. أما مربع الارتباط المتعدد (0,574) فيعني أن نسبة (57,4 %) من تباين المتغير التابع (المسؤولية الاجتماعية) ترجع إلى الانحدار الخطي للمتغيرات المستقلة. وعليه فإن مفهوم الذات ومستوى الدخل يفسرا 57,4 % من تباين المسؤولية الاجتماعية. كما أن 42,6 % من التباين غير مفسر ويرجع إلى متغيرات أخرى.

وفي المثال السابق نجد أن إسهام مفهوم الذات في التباين المفسر هو (0,668) <sup>2</sup> = 44,5 % من تباين المسؤولية الاجتماعية، بينما مستوى الدخل يسهم بمقدار 12,9 % من تباين المسؤولية الاجتماعية (وهو مربع الارتباط شبه الجزئي بين المسؤولية الاجتماعية، ومستوى الدخل بعد عزل أثر مفهوم الذات من مستوى الدخل فقط).

لاحظ أنه يمكن حساب مربع الارتباط المتعدد باستخدام الأوزان المعيارية حيث:

$$\begin{aligned} \text{مربع معامل الارتباط } R^2_{(1)} &= \beta_{(1)}r_{(1)} + \beta_{(2)}r_{(2)} \\ &= 0,574 \times 0,281 + 0,668 \times 0,565 \\ &= 0,215 + 0,359 = 0,574 \end{aligned}$$

$R^2_{(1)} = 0,574$  وهي نفس القيمة السابق الحصول عليها.

والارتباط المتعدد حساس لحجم العينة وعدد المتغيرات المستقلة المستخدمة. ويذكر شيفالسون (Shevalson, 1988:600) أن حجم العينة في الارتباط المتعدد يجب أن لا يقل عن 50، وأن يكون حجم العينة مساوياً عشرة أمثال عدد المتغيرات المستقلة. وهذا الأمر يعكس حقيقة أنه كلما اقترب حجم العينة من عدد المتغيرات المستقلة فإن مربع الارتباط المتعدد يقترب من الوحدة، مما يتطلب ضرورة تصحيح الارتباط المتعدد.

وقد توصل عدد من العلماء إلى معادلات مختلفة للتصحيح تسمى (Shrin-kege Formula) وهي:

$$R^2_{(المصححة)} = 1 - \left( \frac{1 - n}{n - k} \right) (1 - R^2) \dots\dots\dots (27)$$

وبالتطبيق على المثال السابق فإن :

$$r^2 (\text{المصححة}) = 1 - \frac{1 - 10}{1 - 2 - 10} (1 - 0.574) = 0.479$$

وتكون  $r$  (المصححة) = 0.692 وبالتالي تكون نسبة التباين المفسر هي ٤٧,٩ ٪ من تباين المتغير التابع ويرجع الانخفاض الكبير من ٧٥,٤ ٪ إلى ٤٧,٩ ٪ إلى أن حجم العينة صغيرا جدا.

تحليل الانحدار والارتباط المتعدد باستخدام المصفوفات :

عند إجراء تحليل الانحدار البسيط ( متغير تابع ومتغير مستقل ) يكون لدينا معادلتين ومجهولين ( أ ، ب ) ويحل المعادلتين نصل الى قيمتي أ ، ب . أما في حالة تحليل الانحدار المتعدد لمتغيرين مستقلين ومتغير تابع ، فيكون لدينا ثلاثة معادلات تحتوي على ثلاثة معاملات مجهولة . ويحل المعادلات نحصل على قيم ( أ ، ب<sub>١</sub> ، ب<sub>٢</sub> ) كما وضعنا سابقا وتكون المعادلة :  $ص = أ + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢$

وحيث أن العينة المستخدمة تتضمن عدد (ن) من الافراد ، فيمكن وضع المعادلات في صورة مصفوفات تسهل العمليات الحسابية في حالة تعدد المتغيرات المستقلة ( ولا ننصح غير المتخصص بدراسة هذا الجزء ) . والمصفوفة هي مجموعة من البيانات توضع بطريقة منظمة في صفوف وأعمدة ( مثل مصفوفة الارتباط المألوفة للجميع )

وتكتب المعادلة  $ص = أ + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢$  في صورة مصفوفات لبيانات الأفراد كما يلي :

$$\begin{bmatrix} ١ \\ ب_١ \\ ب_٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١٢٥ & ١١٥ & ١ \\ ١٢٥ & ١١٥ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \\ ١٢٥ & ١١٥ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٥٠ \\ ١٢٥ \\ ٠ \\ ١٥٠ \end{bmatrix}$$

والمصفوفة الأولى تمثل المتغير التابع (ص) وعدد عناصرها ( ن × ١ ) بمعنى عدد (ن) صف وعمود واحد . أما المصفوفة الثانية فهي تمثل المتغيرات المستقلة وعدد عناصرها ( ن × ٣ ) بمعنى عدد (ن) صف ، وثلاثة أعمدة اثنان منها للمتغيرين المستقلين بينما العمود الأول للمقدار الثابت . والمصفوفة الأخيرة للمعاملات وهي ( ٣ × ١ ) أي ثلاثة صفوف وعمود واحد .

وسوف نكتب المصفوفة بعد ذلك بحرف واحد كبير الحجم ليبدل على

المصفوفة مثل  $ص = س ب ..... (٢٨)$

والمصفوفة س هي ( ن × ٣ ) ، لانستطيع حساب مقلوبها ( س<sup>-١</sup> ) لأنها غير متماثلة ، وعليه فيمكن ضرب المعادلة (٢٨) في المصفوفة س<sup>١</sup> وهي عبارة

عن تبديل للصفوف بالأعمدة والأعمدة بالصفوف في المصفوفة  $S$  بمعنى أن  $S/$  عناصرها هي  $(3 \times n)$  ثلاثة صفوف ، وعدد  $(n)$  عمود .

وتصبح المعادلة (٢٨) على الصورة .

$$S/ص = S/س ب \quad (٢٩) \dots\dots\dots$$

والمعادلة (٢٩) تحتوي على  $(S/س)$  وهي تمثل مصفوفة متماثلة لأن حاصل ضرب  $S/س \times س (3 \times n)$  ينتج مصفوفة  $(3 \times 3)$  وهي التي نستطيع حساب مقلوبها بشرط أن لا يكون أى صف ( أو عمود ) منها تحويل خطى لصف ( أو عمود ) آخر .

$$\text{وعليه فإن : ب } = (س/س) - ١ س/ص \quad (٣٠) \dots\dots\dots$$

ونستطيع من المعادلة (٣٠) حساب قيم المعاملات أ ، ب ، ب .

وفي حالة تعدد المتغيرات المستقلة يمكن استخدام نفس المعادلات الموضحة ( ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠ ) ، والمعادلة الأخيرة هي التي تستخدم في حساب المعاملات . لاحظ أنه من المهم التوصل الى مقلوب المصفوفة  $(س/س)$  حتى يمكن ضرب المصفوفات بعد ذلك وحساب قيم المعاملات . ونستطيع التوصل الى حساب مقلوب مصفوفة من الدرجة الثالثة باستخدام طريقة دوير Dwyer والتي تعرف باسم طريقة دولتل (winer et al., 1991) أما المصفوفات من الدرجة الأعلى فتتطلب استخدام الحاسب الآلى .

ويكون مجموع المربعات الكلى (ص) هو ناتج ضرب  $ص/ص$  ، ومجموع مربعات وحواصل ضرب المتغيرات المستقلة هو  $س/س$  ، أما مجموع مربعات

$$\text{الخطأ} = (ص - \widehat{ص}) / (ص - \widehat{ص}) = ص/ص - ص/س ب$$

ومجموع مربعات الانحدار = ب/س/ص

وبالتطبيق على المثال (٦) فإن:

$$\begin{bmatrix} ن & مج س_١ & مج س_٢ \\ مج س_١ & مج س_١^٢ & مج س_١ س_٢ \\ مج س_٢ & مج س_١ س_٢ & مج س_٢^٢ \end{bmatrix} = س/س$$

$$\begin{bmatrix} 63 & 48 & 10 \\ 317 & 278 & 48 \\ 435 & 317 & 63 \end{bmatrix} =$$

ص<sup>1</sup> ص (مجموع مربعات ص) = 1004,5

$$\begin{bmatrix} 185 \\ 1034 \\ 1276 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{مج ص} \\ \text{مج ص}_1 \text{ ص} \\ \text{مج ص}_2 \text{ ص} \end{bmatrix} = \text{س}^1 \text{ ص} =$$

ب = [س<sup>1</sup> س] س<sup>1</sup> ص =

$$\begin{bmatrix} 185 \\ 1034 \\ 1276 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1436- & 0,0068- & 1,2772 \\ 0,0091- & 0,0238 & 0,0068- \\ 0,0297 & 0,0091- & 0,1436- \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0,6828- \\ 2,4896 \\ 1,9218 \end{bmatrix} = \text{ب}$$

وهي قيم قريبة من القيم السابق حسابها مع فارق في التقريب لأن مقلوب المصفوفة يتطلب دقة أكثر من أربعة أرقام عشرية

$$\text{ومجموع مربعات الانحدار} = \begin{bmatrix} 1,9218 & 2,4896 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 146 \\ 110,5 \end{bmatrix} = 575,84$$

$$\frac{575,84}{1004,5} = \text{مربع الارتباط المتعدد}$$

$$r^2 = 0,573$$

وهي قريبة من القيمة السابق الحصول عليها

وأعتقد أن القارئ لهذا الحل يقدر تماماً فائدة الحاسب الآلى في التحليل الاحصائي المعقد .

مقلوب المصفوفة :

ولمن يرغب في معرفة كيفية حساب مقلوب المصفوفة (يشترط أن تكون خلفيته رياضية) ويتبع مايلي لحساب مقلوب المصفوفة (س/س) -1 في المثال السابق باستخدام طريقة دوير (Dwyer) أو طريقة دوليتل : (Winer et al., 1991) (Ferguson & Takane, 1989).

١٠	٤٨	٦٣	١	١
	٢٧٨	٢١٧	صفر	صفر
		٤٣٥	صفر	صفر
$= \frac{1}{10}$	$= \frac{48}{10}$	$= \frac{63}{10}$	$= \frac{1}{10}$	$= \frac{1}{10}$
٣,١٦٦٦٨	١٤,١٧٨٩٣	١٩,٩٢٢٢٥		
	$\sqrt{\left(\frac{48}{10}\right)^2 - 278}$	$\sqrt{\left(\frac{63}{10}\right)^2 - 217}$	صفر - $\left(\frac{1}{10}\right) \times \left(\frac{48}{10}\right)$	$\frac{1}{2,89928}$
	٢,٨٩٩٢٨ =	٢,١٦٦٦٦ =	٠,٦٩٥٧٢ = -	٠,١٤٤٩٤ = -
		$\sqrt{\left(\frac{63}{10}\right)^2 - \left(\frac{48}{10}\right)^2 - 435}$	صفر - $\left(\frac{1}{10}\right) \times \left(\frac{63}{10}\right)$	$\frac{1}{0,79881}$
		٥,٧٩٨٤٤ =	$\left[ \left( \frac{1}{10} \right) \times \left( \frac{63}{10} \right) - \left( \frac{1}{10} \right) \times \left( \frac{48}{10} \right) \right]$	٠,١٧٢٤٦ =
			٠,٧٩٨٤٤ ÷	٠,٠٥٢٩٧ = -
			٠,٨٢٢٥٩ = -	

وبذلك تكون (س/س) -1 =

$$\begin{bmatrix} ٠,٨٢٢٥٩ - & ٠,٦٩٥٧٢ - & ٠,٢١٦٦٣ \\ ٠,٠٥٢٩٧ - & ٠,١٤٤٩٤ & ٠,٦٩٥٧٢ - \\ ٠,١٧٢٤٦ & ٠,٠٥٢٩٧ - & ٠,٨٢٢٥٩ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠,٨٢٢٥٩ - & ٠,٦٩٥٧٢ - & ٠,٢١٦٦٣ \\ ٠,٠٥٢٩٧ - & ٠,١٤٤٩٤ & ٠,٦٩٥٧٢ - \\ ٠,١٧٢٤٦ & ٠,٠٥٢٩٧ - & ٠,٨٢٢٥٩ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠,١٤٣٦ - & ٠,٠٥٦٨ - & ١,٢٧٧٢ \\ ٠,٠٠٩١ - & ٠,٠٢٣٨ & ٠,٠٥٦٨ - \\ ٠,٠٢٩٧ & ٠,٠٠٩١ - & ٠,١٤٣٦ - \end{bmatrix} =$$

## طريقة دوير لمقلوب المصفوفة :

تعتمد طريقة دوير على تقسيم المصفوفة الى قسمين بشرط أن حاصل ضربها يساوي مقلوب المصفوفة م  $1 = \text{م} / \text{م} / \text{م}$  كما أنه يمكن اختيار مصفوفة أخرى بشرط أن  $\text{م} = \text{م} / \text{م} / \text{م}$

$$\text{م} = 1 = (\text{م} / \text{م}) = 1 - (\text{م} / \text{م}) = 1 - \text{م} / \text{م}$$

ومن ذلك فإن  $\text{م} = 1 - \text{م} / \text{م}$  أو  $\text{م} = \text{م} / \text{م}$  حيث  $\text{م}$  هي مصفوفة الوحدة وعليه يمكن التوصل من المصفوفة م الى المصفوفة م/م والمصفوفة م وهذه هي طريقة دوير لا يجاد مقلوب المصفوفة م .

$$\begin{array}{c|c} \text{م} & \text{م} \\ \hline \text{م} & \text{م} \end{array}$$

مثال : (Winer et al., 1991 : 900)

$$\begin{bmatrix} 4 & 8 & 16 \\ 12 & 24 & 8 \\ 86 & 12 & 4 \end{bmatrix} = \text{م} \text{ أوجد مقلوب المصفوفة م}$$

16	8	4	1	1	1
24	12	86	مفر	مفر	مفر
$4 = \frac{16}{16}$	$1 = \frac{4}{16}$	$2 = \frac{8}{16}$	$0.25 = \frac{1}{16}$	$0.1 = \frac{1}{10}$	$0.2 = \frac{1}{5}$
$0 = \frac{2 \times 2 - 24}{0}$	$2 = \frac{1 \times 2 - 12}{0}$	$0.1 = \frac{0.25 \times 2 - \text{مفر}}{0}$	$0.1 = \frac{0.25 \times 2 - \text{مفر}}{0}$	$0.1 = \frac{0.25 \times 2 - \text{مفر}}{0}$	$0.1 = \frac{0.25 \times 2 - \text{مفر}}{0}$
$0 = \frac{(0.1) \times 2 - 0.25 \times 1 - 86}{0}$	$0 = \frac{(0.1) \times 2 - 0.25 \times 1 - 86}{0}$	$0 = \frac{(0.1) \times 2 - 0.25 \times 1 - 86}{0}$	$0 = \frac{(0.1) \times 2 - 0.25 \times 1 - 86}{0}$	$0 = \frac{(0.1) \times 2 - 0.25 \times 1 - 86}{0}$	$0 = \frac{(0.1) \times 2 - 0.25 \times 1 - 86}{0}$
9 =	9 =	9 =	9 =	9 =	9 =

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0.11111 & 0.04444 & 0.00555 \end{bmatrix} \text{ والمصفوفة الناتجة في اليسار = م}$$

وإذا ضربنا  $Y^1$  في  $Y^1$  نتج  $M^1$

$Y^1 =$

$$\begin{bmatrix} 0.00000 & 0.1 & 0.20 \\ 0.04444 & 0.2 & 0.1 \\ 0.11111 & 0.04444 & 0.00000 \end{bmatrix} =$$

$$M^1 = \begin{bmatrix} 0.000617 & 0.01975 & 0.07253 \\ 0.004938 & 0.041975 & 0.01975 \\ 0.012346 & 0.004938 & 0.000617 \end{bmatrix} =$$

وحاصل ضرب  $M^1$  في  $I$  (مصفوفة الوحدة)



### الارتباط الطبيعي : Canonical Correlation

يستخدم الارتباط المتعدد لحساب العلاقة بين متغير تابع وعدة متغيرات مستقلة ، أما إذا كان لدينا أكثر من متغير تابع فانتنا نستخدم أسلوب احصائي آخر هو Canonical Correlation .

وقد أطلق عليه فؤاد أبو حطب وآمال صادق ( ١٩٩١ ) اسم الارتباط الطبيعي . وهو يستخدم لمعرفة العلاقة بين مجموعتين من المتغيرات : مجموعة متغيرات تابعة ، ومجموعة متغيرات مستقلة . ولذلك يمكن أن يطلق عليه اسم الارتباط التجميعي أو الارتباط الجمعي حيث أنه يجمع كل مجموعة من المتغيرات في معادلة خطية مستقلة ثم يحسب العلاقة بين التجميعين الخطيين لكل من المتغيرات التابعة والمستقلة .

وفي هذه الحالة يعد الارتباط التجميعي ارتباطاً بسيطاً بين مجموعتين من المتغيرات كل منهما تمثل تجمع خطي معين ، وقد توصل الى هذا الأسلوب هوتلج عام ١٩٣٥ . وحساب معامل الارتباط الطبيعي ( الجمعي ) معقد ، حتى في الحالة البسيطة التي تتضمن متغيرين في كل مجموعة ، حيث أنها تعتمد على حساب مقلوب المصفوفات وجذورها وحساب عدة معادلات انحدار ولذلك تستخدم البرامج الاحصائية في الحاسب الآلي لهذا الغرض .

واستخدام معامل الارتباط الطبيعي ( الجمعي ) قليل بسبب تعقد عملياته الحسابية ، كما أن تفسيره قد يكون مشكله في بعض الحالات . وأحد استخداماته لحساب أوزان المقاييس الفرعية لبطارية إختبارات بهدف تحسين ثبات الدرجات ( Ferguson & Takane, 1989 : 506 )

ويهدف الارتباط الطبيعي ( الجمعي ) الى التوصل الى تباين المتغيرات التابعة الذي يمكن تفسيره من المتغيرات المستقلة . فإذا كان لدينا عدة متغيرات مستقلة ومتغير تابع واحد ، فيمكن إجراء تحليل الانحدار المتعدد للتنبؤ بالمتغير التابع . وكلما زاد عدد المتغيرات المستقلة تتعقد العمليات الحسابية ، مما يستلزم خفض عدد المتغيرات المستقلة واحدى طرق خفض هي إجراء تحليل عاملي للمتغيرات المستقلة والتوصل الى عدد من العوامل التي تعد متغيرات مستقلة جديدة . وتستخدم درجات هذه العوامل مع درجات المتغير التابع في حساب معادلة الانحدار المتعدد . أما في حالة وجود عدة متغيرات تابعة وعدة متغيرات مستقلة جديدة فيمكن خفض عدد كل منهما بإجراء تحليل عاملي لكل مجموعة

على حدة ، والتوصل الى عدد من العوامل ( بالطبع أقل من عدد المتغيرات ) ، وتستخدم درجات العوامل في حساب الارتباط الطبيعي ( الجمعي ) بين مجموعتي العوامل ( التابعة والمستقلة ) . وهذا ما يحدث في الارتباط الطبيعي ( الجمعي ) ، حيث يتم حساب تجمع خطي لكل مجموعة من مجموعتي المتغيرات التابعة والمستقلة ثم تحسب العلاقة الارتباطية بين التجمعين الخطيين . وهذان التجمعان متشابهان مع المكونات الأساسية الناتجة من استخدام التحليل العائلي بطريقة المكونات الأساسية Principal Component ، ويفسر كلاهما نسبة تباين المتغيرات التي يتضمنها ومربع معامل الارتباط بين التجمعين يسمى بالجزء الكامن Eigenvalue ( الذي سلوضحه في الفصل الخاص بالتحليل العائلي ) ، وهو مربع معامل الارتباط الطبيعي ( الجمعي ) . وكما يحدث في التحليل العائلي بوجود عدة جذور للمصفوفة Eigenvalues ، فيوجد أيضا عدة معاملات ارتباط طبيعية ( جمعية ) الا أننا نستخدم دائما أول معامل ارتباط ، ومربع معامل الارتباط الطبيعي هو نسبة التباين المشترك بين مجموعتي المتغيرات التابعة والمستقلة ( Warwick,1975 )

وتدل معاملات الانحدار المعيارية ( بيتا ) في كل تجمع خطي على مدى أهمية المتغيرات الاصلية في هذا التجمع الخطي .

## تحليل التمايز : Discriminant Analysis

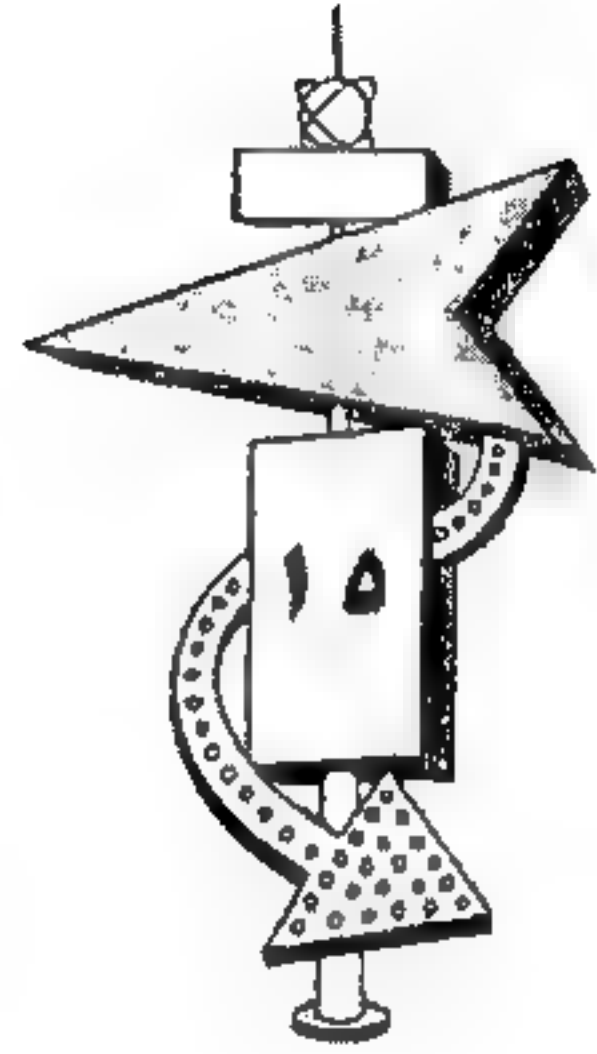
عند استخدام أسلوب الانحدار المتعدد لمتغير تابع مع عدة متغيرات مستقلة، عادة ما يكون المتغير التابع متصلًا Continuous. أما إذا كان المتغير التابع ثنائيًا Dichotomous ( وهو شئ نادر ) مثل إجابة سؤال ( ١ ، صفر ) أو مجموعتين من الافراد ( مرضى الاكتئاب ، والعاديون ) ، وفي هذه الحالة يكون المطلوب التمييز بين المجموعتين باستخدام المتغيرات المستقلة ، ولذلك يتم تعيين درجة ( ١ ، صفر ) للمجموعتين ثم نحسب معامل الارتباط الثنائي Biserial Correlation بين متغير المجموعات والمتغيرات المستقلة . ونجرى تحليل الانحدار المتعدد للتوصل الى معادلة الانحدار بالطريقة السابق توضيحها ، ويكون الناتج معادلة تسمى دالة التمييز Discriminant Function . وتدل الاوزان المعيارية ( بيتا ) للمتغيرات المستقلة في دالة التمييز على الوزن النسبي لكل متغير مستقل في الفصل ( التمييز ) بين المجموعتين .

ويمكن حساب الدرجات المتنبأ بها للأفراد في كل مجموعة باستخدام دالة التمييز ، وتمثل هذه الدرجات متغير متصل حيث يمكن التوصل منه الى درجة قطع Cutting Score معينة تميز كل مجموعة عن الاخرى ، وهي الدرجة التي تؤدي الى اكبر تمييز ممكن بين المجموعتين .

وتجد طرق متعددة لتحليل التمايز واختيار المتغيرات المناسبة التي تؤدي الى اكبر تمييز ممكن بين المجموعات ، وليس هذا مجال لتوضيح هذه الاساليب ولمن يرغب في التعمق يرجع الى ( Huberty & Mourad, 1979; Huberty & Smith, 1980; Huberty, 1990 )



الفصل الخامس عشر  
تحليل المسار  
**Path Analysis**





## الفصل الخامس عشر

### تحليل المسار

تحليل المسار أسلوب إحصائي إرتباطي يعتمد على تحليل الانحدار والارتباط المتعدد ويستخدم لوضع احتمال العلاقة السببية بين المتغيرات .

وهو ليس طريقة للكشف عن السببية ، وإنما هو طريقة لاختبار نموذج علاقي معين بين مجموعة متغيرات . فالارتباط المتعدد يستخدم لتحديد العلاقة بين عدة متغيرات يمكن ترتيبها منطقياً في معادلة الانحدار المتعدد وبالنتائج حسب دخولها المعادلة ( من طريقة Stepwise ) . وتكون المحاولة لمعرفة إذا كان متغير ما متأثراً بالمتغيرات التي تسبقه ، ومقدار إضافته للتنبؤ بالمتغير التابع .

أما تحليل المسار فهو يعتمد على نموذج توضيحي للعلاقات بين المتغيرات المختلفة ، بناء على البحوث السابقة والنظريات المتعلقة بظاهرة معينة . ولكنه لا يدل على السببية الموكدة مثل التحكم في متغير مستقل تجريبياً وبحث أثره على متغير تابع . وإنما هو خطوة متقدمة عن أسلوب الارتباط البسيط ، وبذلك يعد حلقة متوسطة بين السببية الناتجة من الدراسة التجريبية وبين السببية المستنتجة من الارتباط البسيط .

وتحليل المسار أسلوب إحصائي تم التوصل إليه من أكثر من ٧٥ عاماً عن طريق سيويل رايت sewell wright عام ١٩٢١ ، وأجرى عليه العديد من الدراسات بعد ذلك . وقدم دنكان Duncan هذا الأسلوب للعلوم الانسانية عام ١٩٦٦ ، حيث نال إهتمام العديد من العلماء مثل ( Blau & Duncan, 1967 ) ( Blalock, 1971 Goldberger, 1972; Duncan, 1975; Heise, 1975; Wolfle, 1977; Anderson, 1978 )

لكن هذا الأسلوب قليل الاستخدام في مجال العلوم الانسانية ، وقد يرجع ذلك الى عدم علم الباحثين به أو لسيطرة أساليب إحصائية أخرى على تحليل بيانات التصميمات البحثية . وتحليل المسار مشابه لتحليل الانحدار المتعدد حيث نفترض في كل منهما أن يكون الباقي Residual مسارياً للصفر ، وتحقق فرض

التجانس المشترك Homoscedasticity، واستقلالية أخطاء المتغيرات عن بعضها البعض، واستقلالية الأخطاء عن المتغيرات.

كما يعتمد تحليل المسار على فكرة المربعات الصغرى Least Square المستخدمة في تحليل الانحدار، وهذه الافتراضات المتضمنة في تحليل الانحدار تستخدم صراحة في تحليل المسار في تفسير العلاقة السببية بين المتغيرات (Wolfe, 1980).

كما يفترض العلاقات الخطية البسيطة بين كل زوج من المتغيرات.

ويتميز تحليل المسار عن تحليل الانحدار في قلة العمليات الحسابية، وفي استخدام نتائج التحليل. حيث يستخدم الباحث نتائج تحليل المسار في إعطاء تفسيرات أكثر تفصيلاً وتوضيحاً للعلاقات بين المتغيرات عن نتائج تحليل الانحدار. ويقدم تحليل المسار الوسيلة لتلخيص نتائج البحوث التجريبية لظاهرة معينة ووضعها في نموذج مترابط لتفسير العلاقات بين متغيرات الظاهرة. وهو يتطلب من الباحث التفكير في نظام السببية واتصال المتغيرات ببعضها (المسارات) في ضوء الأدلة النظرية والأمبريقية المتاحة لتقدير الآثار السببية.

وتوجد عدة نماذج لتحليل المسار هي:

النموذج أحادي الاتجاه Recursive، والنموذج الجماعي Block والنموذج الجماعي أحادي الاتجاه Block-recursive، والنموذج التبادلي Non-recursive.

وسوف نقتصر في هذا الفصل على توضيح النموذج أحادي الاتجاه، أما النماذج الأخرى فهي أكثر تعقيداً وتتطلب عرض تفصيلي لكل منها والذي يحتاج إلى مؤلف كامل. فالنموذج الجماعي يتضمن عدة متغيرات تابعة مرتبطة بنفس مجموعة المتغيرات المستقلة وهو يسمح بمقارنة معامل المسار الجزئي مع معامل المسار البسيط لمعرفة حجم التأثير المباشر للمعامل البسيط وحجم التأثير المشترك. كما أنه يستخدم لمعرفة مدى تأثير المتغيرات الخارجية على معاملات الارتباط بين المتغيرات الداخلية عن طريق مقارنة الارتباطات البسيطة مع ارتباطات بواقى المتغيرات الداخلية.

أما النموذج الجماعي أحادي الاتجاه فهو يضم النموذجين أحادي الاتجاه والجماعي معاً في نموذج واحد. حيث يسمح بتقدير شبكة من الآثار المباشرة، من خلال تقدير مدى إسهام المتغيرات الداخلية في علاقاتها مع المتغيرات السابقة لها والتالية بعدها، وتقدير مدى إسهام المتغيرات السابقة على الارتباطات بين



المتغيرات التالية ، وقد يختبر الباحث تغيرات البواقي ، وأخيرا قد يقدر الباحث مدى تأثير العلاقات البسيطة بين مجموعة متغيرات معينة ومجموعة للمتغيرات التالية لها بمجموعة متغيرات ناللة . ويبدو أن النموذج الجماعي أحادي الاتجاه معقد ، وكذلك النموذج التبادلي .

وتعتمد جميع النماذج ( عدا النموذج التبادلي ) في تقديرها لقيم معاملات المسارات على طريقة المربعات الصغرى المستخدمة في الانحدار البسيط . كما أن تقدير مصفوفة معاملات المسارات في حالة تعدد المتغيرات يستخدم مقلوب مصفوفة الارتباطات بين المتغيرات المستقلة (وهي المتغيرات التفسيرية - Explanatory) ، وضربها في مصفوفة ارتباطات المتغير التابع مع المتغيرات المستقلة (Kerliner & Pedhazur, 1973)

وقبل توضيح النموذج أحادي الاتجاه سنحدد أنواع المتغيرات المستخدمة في تحليل المسار ، فعند دراسة ظاهرة ما يوجد ثلاثة أنواع من المتغيرات هي : متغيرات خارجية Exogenous (مستقلة) ، ومتغيرات داخلية Endogenous (تابعة) ، والمتغيرات التي لا يتضمنها النموذج المستخدم . كما أن بعض المتغيرات الداخلية قد تكون خارجية لبعض المتغيرات التالية لها في النموذج .

وتحديد نموذج المسارات يعتمد على أدبيات البحث المتعلقة بالظاهرة موضع الاهتمام وهي النظريات والبحوث السابقة والأدلة الإمبريقية المختلفة . حيث يضع الباحث نمودجا يوضح ترتيب المتغيرات وأنها يكون مستقلا، ثم يحدد المتغيرات التالية (التابعة) التي تتأثر بالمتغيرات المستقلة ، وقد تؤثر المتغيرات التابعة في متغيرات أخرى تالية لها وبذلك تعمل كميتغيرات مستقلة وتابعة في نفس الوقت . وقد يحدد الباحث متغيرات أخرى (عوامل) دخيلة غير متضمنة في النموذج والتي تسمى بمتغيرات البواقي Residuals (Wolfe, 1980)

#### النموذج أحادي الاتجاه: Recursive Equation Model

يتضمن هذا النموذج اتجاه واحد للمسارات من المتغيرات الخارجية (المستقلة) إلى المتغيرات الداخلية (التابعة) . ويقصد بالمسار الخط للواصل بين متغير ومتغير آخر ، ويتحدد المسار باتجاه معين وقيمة محددة تسمى معامل المسار. ولذلك فإن المسار أحادي الاتجاه يعنى إتجاه السهم التابع من متغير والمؤثر على متغير آخر.

وسوف نرمز للمتغيرات المستقلة والتابعة بالرموز  $s_1, s_2, s_3, \dots$  ومتغيرات البواقي بالرمز (ي). أما معاملات المسار فسوف نرمز لها بالرمز  $m$  ، ويكون معامل المسار من المتغير  $s_1$  الى  $s_2$  هو  $m_{12}$  . ومعاملات المسار هي أوزان مشابهة لأوزان الانحدار (ب أوبيتا) ، إلا أننا سنستخدم الرمز (م) ليدل على معاملات المسارات المعيارية . وقد تكون معاملات المسار عادية مثل معاملات الانحدار (ب) ، أو معاملات مسار معيارية مثل معاملات الانحدار (بيتا) . ويرى دنكان (Duncan, 1975) أنه يفضل استخدام معاملات المسار العادية . ومعامل المسار المعياري يدل على الوزن النسبي للمتغير

$$\text{معامل المسار المعياري} = \text{معامل المسار العادي} \times \frac{\text{الانحراف المعياري للمتغير التابع}}{\text{الانحراف المعياري للمتغير المستقل}}$$

وهذه المعادلة تشبه معادلة معامل الانحدار المعياري

$$\text{حيث بيتا} = \text{ب} \times \frac{\text{ع ص}}{\text{ع س}}$$

ومعامل المسار المعياري من الدرجة الاولى يساوي معامل الارتباط البسيط ، أما في حالة وجود عدة مكونات فان علاقة معامل الارتباط البسيط بين متغيرين ومعامل المسار المعياري تحسب من المعادلة :

$$r_{12} = m_{12} \cdot r_{11} \cdot r_{22} \quad \text{حيث } r_{11} \text{ معامل ارتباط المتغيرين (1, 2) مثلا}$$

$m_{12}$  ك معامل مسار من المتغير الاول الى المتغير (ك) ،

$r_{12}$  ك معامل ارتباط المتغير الثاني مع المتغير (ك) .

والصورة العامة للمعادلة هي :

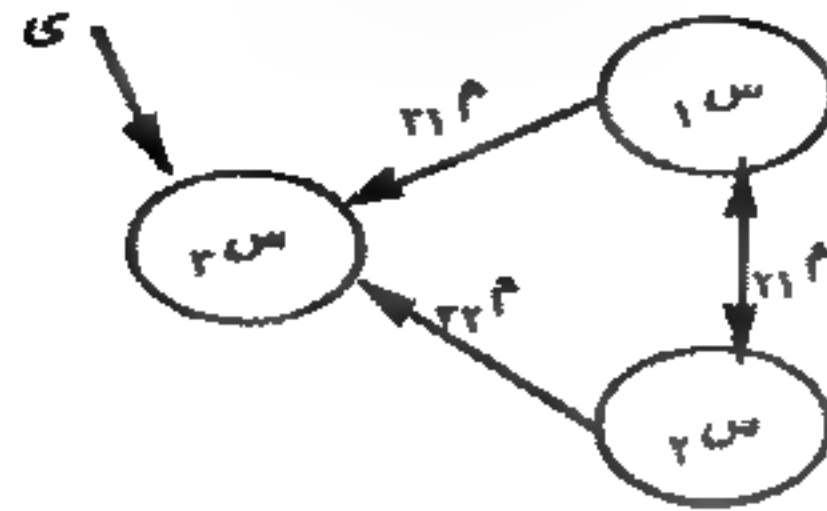
$$r_{12} = m_{12} \cdot r_{11} \cdot r_{22} \quad \dots \dots \dots (1)$$

فاذا كان لدينا ثلاثة متغيرات فان :

$$( \text{حيث } r_{11} = 1 ) \quad r_{12} = m_{12} \cdot r_{11} \cdot r_{22} = m_{12} \cdot r_{22} \quad r_{13} = m_{13} \cdot r_{11} \cdot r_{33} = m_{13} \cdot r_{33}$$

$$( \text{حيث } r_{22} = 1 ) \quad r_{12} = m_{12} \cdot r_{11} \cdot r_{22} = m_{12} \cdot r_{11} \quad r_{23} = m_{23} \cdot r_{22} \cdot r_{33} = m_{23} \cdot r_{33}$$

مثال (١) : لنموذج أحادي الاتجاه من ثلاثة متغيرات :  
إذا مثلنا نموذج أحادي الاتجاه لثلاثة متغيرات كما بالشكل (١٥ - ١)



فاننا نلاحظ أن : للمتغيرين  
 $S_1$  ،  $S_2$  هما متغيران مستقلان ،  
المتغير ( $S_3$ ) متغير تابع ، بينما  
المتغير ( $Y$ ) هو متغير غير متضمن  
لكنه يؤثر على ( $S_3$ ) وتكون  
معادلات النموذج هي :

شكل (١٥-١)

$$S_3 = r_{13}S_1 + r_{23}S_2 + Y \quad (2)$$

وباستخدام الدرجات المعيارية (ذ) للمتغيرات وكذلك معاملات المسار المعيارية فإن

$$Z_3 = r_{13}Z_1 + r_{23}Z_2 + Y \quad (3)$$

وبضرب المعادلة في  $Z_1$  والجمع لأفراد العينة فإن

$$\sum Z_1 Z_3 = r_{13} \sum Z_1^2 + r_{23} \sum Z_1 Z_2 + \sum Z_1 Y$$

$$\text{وحيث أن } r_{13} = \frac{\sum Z_1 Z_3}{n}, \quad 1 = \frac{\sum Z_1^2}{n}, \quad r_{23} = \frac{\sum Z_1 Z_2}{n}$$

$$\text{فإن : } r_{13} = \frac{\sum Z_1 Z_3}{n}, \quad r_{23} = \frac{\sum Z_1 Z_2}{n} \quad (4) \quad (\text{حيث } \sum Z_1 Z_3 = \text{صفر})$$

$$\sum Z_1 Z_3 = \sum Z_1 Z_2$$

وباستخدام المعادلة (٣) والضرب في  $Z_2$  ثم الجمع والقسمة على ( $n$ ) فإن :

$$\sum Z_2 Z_3 = r_{13} \sum Z_2 Z_1 + r_{23} \sum Z_2^2 \quad (5)$$

$$\sum Z_2 Z_3 = r_{13} \sum Z_2 Z_1 + r_{23} \sum Z_2^2$$

$$\text{كذلك } \sum Z_2 Z_3 = r_{13} \sum Z_2 Z_1 + r_{23} \sum Z_2^2$$

( حيث أن  $r_{13} = 1$  ،  $r_{23} = 1$  لأن المتغيري مرتبط مع  $S_3$  فقط

فيكون معامل مسارهما المعيارى يساوى معامل الارتباط البسيط)

$$(6) \dots\dots\dots \pi_m^2 + \pi_r \pi_m + n_r n_m = 1$$

ويحل المعادلات ٤، ٥، ٦ يمكن التوصل الى :

$$\pi_m^2 = (\pi_r \pi_m + n_r n_m) - 1 = r^2 - 1$$

$$(7) \dots\dots\dots \pi_m = \sqrt{r^2 - 1}$$

حيث  $r^2$  = مربع معامل الارتباط المتعدد بين  $r$  وكل من  $s$ ،  $s$ ،  $s$ ،

حيث أن  $\pi_m = \pi_r - n_r n_m$

فإن  $\pi_m = \pi_r - n_r n_m$

$$= \pi_r (n_r n_m - \pi_r) - n_r =$$

$$= \pi_r^2 n_m + \pi_r n_r - n_r =$$

$$\pi_r^2 n_m - n_r = \pi_r^2 n_m - n_r$$

$$\pi_r^2 n_m - n_r = (r^2 - 1) n_m$$

$$(8) \dots\dots\dots \frac{\pi_r^2 n_m - n_r}{r^2 - 1} = \pi_m \text{ وتكون } \pi_m$$

$$(9) \dots\dots\dots \frac{n_r n_r - \pi_r}{r^2 - 1} = \pi_r \text{ وبالمثل } \pi_r$$

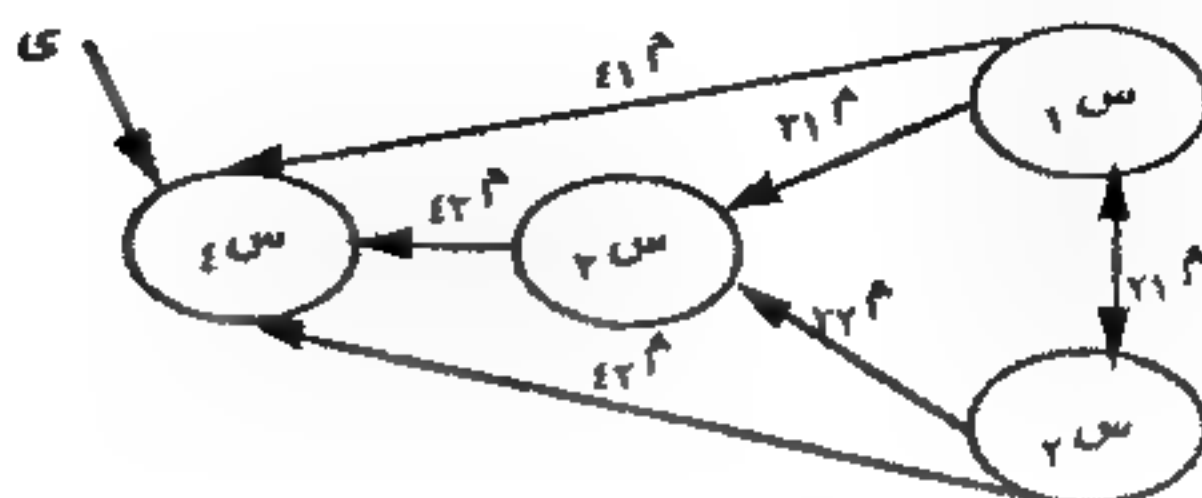
ومعاملات المسارات  $\pi_{rr}$ ،  $\pi_{ss}$  هما أوزان الانحدار المعيارية ( بيتا ) ، وهما الأثر المباشر للمتغيرين ( ١، ٢ ) على المتغير ( ٣ ) . أما الأثر غير المباشر للمتغير

( ١ ) على أى متغير  $r = r - \pi_r$

وتستخدم المعادلات ٧، ٨، ٩ فى حساب معاملات المسار  $\pi_{rr}$ ،  $\pi_{ss}$ ،  $\pi_{rs}$  .

مثال (٢) : نموذج أحادي الاتجاه يتضمن أربعة متغيرات

يتضح من الشكل (١٥ - ٢) أن النموذج يتضمن أربعة متغيرات بالاضافة الى المتغير (٤) الذي يؤثر على المتغير التابع ٤.



شكل (١٥ - ٢)

كما أن المتغيرين ١ ، ٢ هما متغيران مستقلان يؤثران على المتغيرين ٣ ، ٤ . والمتغير ٢ يؤثر على المتغير ٤ ، بمعنى أن ٢ يعمل كمتغير تابع (بالنسبة الى ١ ، ٢) ومتغير مستقل (بالنسبة للمتغير ٤) .

وقد توجد متغيرات بواقى أخرى تؤثر على ٢ ، وأخرى تؤثر على ١ ، ٢ وهكذا مما يؤدي الى تعقد النموذج . ومثل هذه المتغيرات تعتمد على الظاهرة موضوع الدراسة . لاحظ أن المتغيرين ١ ، ٢ مستقلان بالنسبة للمتغيرين ٣ ، ٤ لكنهما مرتبطتين ببعضهما البعض .

ومعادلات النموذج ( شكل ١٥ - ٢ ) هي :

$$٢ = \beta_{٢١} ١ + \beta_{٢٢} ٢ + \epsilon_{٢}$$

$$٤ = \beta_{٤١} ١ + \beta_{٤٢} ٢ + \beta_{٤٣} ٣ + \epsilon_{٤}$$

وباستخدام الدرجات المعيارية (ذ) ومعاملات المسار المعيارية أيضا فان :

$$\beta_{٢١} = \beta_{٢١} \sigma_١ / \sigma_٢ , \beta_{٢٢} = \beta_{٢٢} \sigma_٢ / \sigma_٢ , \beta_{٢٣} = \beta_{٢٣} \sigma_٣ / \sigma_٢ , \beta_{٢٤} = \beta_{٢٤} \sigma_٤ / \sigma_٢$$

$$\beta_{٤١} = \beta_{٤١} \sigma_١ / \sigma_٤ , \beta_{٤٢} = \beta_{٤٢} \sigma_٢ / \sigma_٤ , \beta_{٤٣} = \beta_{٤٣} \sigma_٣ / \sigma_٤ , \beta_{٤٤} = \beta_{٤٤} \sigma_٤ / \sigma_٤$$

وباستخدام المعادلتين ( ١٠ ) ، ( ١١ ) يمكن التوصل الى حساب قيم

معاملات المسارات  $\beta_{٢١} , \beta_{٢٢} , \beta_{٢٣} , \beta_{٢٤} , \beta_{٤١} , \beta_{٤٢} , \beta_{٤٣} , \beta_{٤٤}$

حيث ينتج من المعادلة (١٠) ما يلي :

$$n \cdot \pi \cdot m + n \cdot m = n \cdot r$$

$$\pi \cdot m + n \cdot r \cdot n \cdot m = \pi \cdot r$$

$$1 = \pi \cdot r \cdot \pi \cdot m + n \cdot r \cdot n \cdot m = \pi \cdot r$$

ومن المعادلة (١١) ينتج أن :

$$m^2 + \pi \cdot r \cdot \pi \cdot m + \pi \cdot r \cdot \pi \cdot m + n \cdot r \cdot n \cdot m = 1$$

$$\text{وتكون } m^2 = 1 - (\pi \cdot r \cdot \pi \cdot m + \pi \cdot r \cdot \pi \cdot m + n \cdot r \cdot n \cdot m)$$

$$m^2 = 1 - r^2 \text{ حيث } r^2 = \text{مربع الارتباط المتعدد بين } s, \text{ والمتغيرات}$$

الثلاثة

$$m = \sqrt{1 - r^2}$$

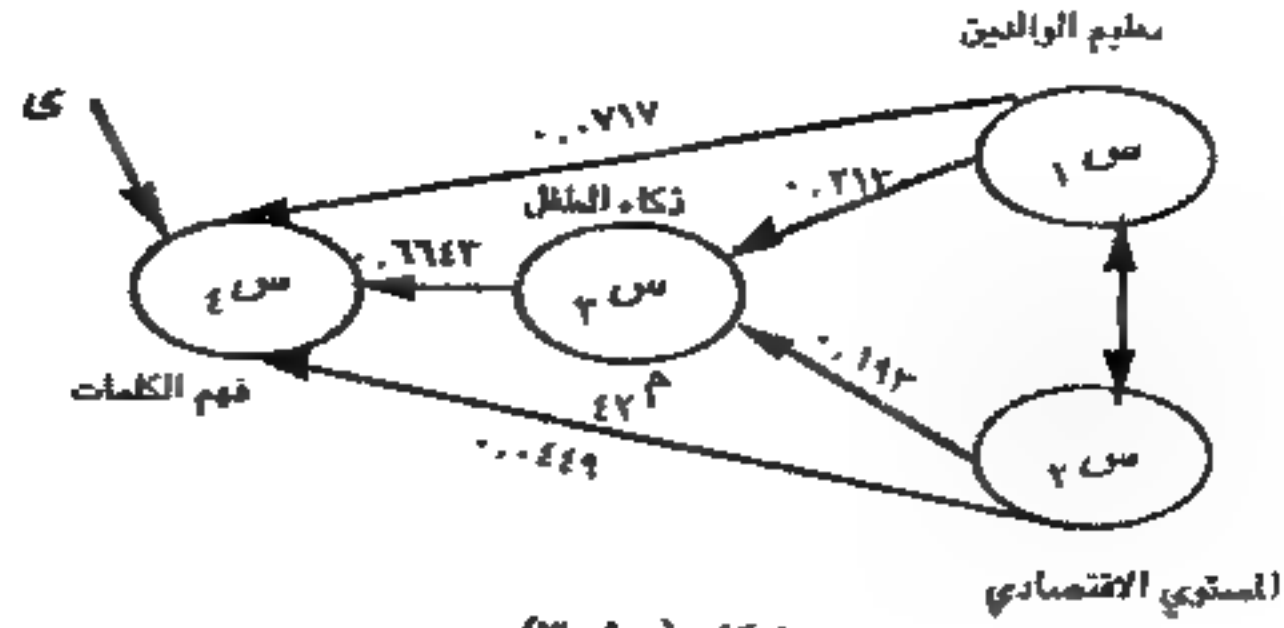
مثال عددي (١) : نعرض المثال التالي في حالة أربعة متغيرات مأخوذ

عن (Wolfe, 1980)

جدول (١٥ - ١)

معاملات الارتباط البسيط بين المتغيرات الأربعة

المتغير	تعليم الوالدين	المستوى الاقتصادي	ذكاء الطفل	فهم الكلمات
س١	١			
س٢	٠,٥	١		
س٣	٠,٢١	٠,٣	١	
س٤	٠,٣	٠,٢٨	٠,٧	١



شكل (١٥-٣)

معادلات النموذج في صورة درجات معيارية هي :

$$\pi_2 = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 \quad \pi_1 = \pi_2 + \pi_3 \quad \pi_3 = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3$$

$$0.212 = \frac{0.3 \times 0.5 - 0.31}{(0.5) - 1} = \frac{\pi_2 \pi_3 - \pi_1}{\pi_2 - 1} = \pi_1$$

$$0.193 = \frac{0.31 \times 0.5 - 0.30}{(0.5) - 1} = \frac{\pi_2 \pi_3 - \pi_1}{\pi_2 - 1} = \pi_2$$

$$\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_2 - \pi_1 \pi_3 = \pi_1$$

$$\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_2 - \pi_1 \pi_3 = \pi_2$$

$$\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_2 - \pi_1 \pi_3 = \pi_3$$

ويحل هذه المعادلات الثلاث معا ينتج مايلي :

$$\frac{(\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_2)(\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_3) + (\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_2)(\pi_2 - 1)}{(\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_2)(\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_3) + (\pi_2 \pi_3 - \pi_1 \pi_2)(\pi_2 - 1)} = \pi_1$$

وبالتعويض عن قيم معاملات الارتباط

$$\frac{(0.28 \times 0.5 - 0.3)(0.31 \times 0.5 - 0.3) + (0.28 \times 0.3 - 0.3 \times 0.5)(0.25 - 1)}{(0.28 \times 0.5 - 0.3)(0.31 \times 0.5 - 0.3) + (0.28 \times 0.31 - 0.5)(0.25 - 1)} = \pi_1$$

$$0.763 = \frac{0.2182}{0.32845} = \frac{0.232 + 0.195}{0.232 + 0.30525} =$$

لاحظ أننا استخدمنا أربعة أو خمسة أرقام عشرية لضمان دقة حساب المعاملات .

$$\begin{aligned} \sigma^2_{\text{م}} &= \frac{(\sum r - n \cdot \bar{r})^2}{(n-1)} \\ &= \frac{(0.3 \times 0.5 - 0.21) \cdot 0.6643 - 0.28 \times 0.5 - 0.3}{(0.25 - 1)} \\ &= \frac{0.10623 - 0.14 - 0.3}{0.75} = 0.0717 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2_{\text{م}} &= \sigma^2_{\text{م}} - \sigma^2_{\text{ر}} - \sigma^2_{\text{م}} \\ 0.0449 &= 0.3 \times 0.6643 - 0.5 \times 0.0717 - 0.28 \end{aligned}$$

وبذلك يكون الأثر المباشر للمتغير الأول ( مستوى تعليم الوالدين ) على المتغير الرابع ( فهم الكلمات عند الأطفال ) يساوي  $\sigma_{\text{م}} = 0.0717$

$$\text{أما الأثر غير المباشر} = \sigma_{\text{م}} - \sigma_{\text{ر}} = 0.0717 - 0.3 = 0.2283$$

والاثر المباشر للمتغير الثاني ( المستوى الاقتصادي والاجتماعي ) على المتغير الرابع ( فهم الكلمات ) هو  $\sigma_{\text{م}} = 0.0449$

بينما الأثر غير المباشر للمتغير الثاني على المتغير الرابع  $\sigma_{\text{م}} - \sigma_{\text{ر}} =$

$$0.0449 - 0.28 =$$

$$0.2351 =$$

والاثر المباشر للمتغير الثالث ( ذكاء الطفل ) على المتغير الرابع ( فهم الكلمات )  $\sigma_{\text{م}} = 0.6643$  بينما الأثر غير المباشر  $\sigma_{\text{م}} - \sigma_{\text{ر}} = 0.6643 - 0.7 = 0.0357$

وكذلك الأثر المباشر لمستوى تعليم الوالدين على ذكاء الطفل  $\sigma_{\text{م}} = 0.213$

$$\text{والاثر غير المباشر} = \sigma_{\text{م}} - \sigma_{\text{ر}} = 0.213 - 0.31 = 0.087$$

أما الأثر المباشر للمستوى الاقتصادي على ذكاء الطفل  $\sigma_{\text{م}} = 0.193$

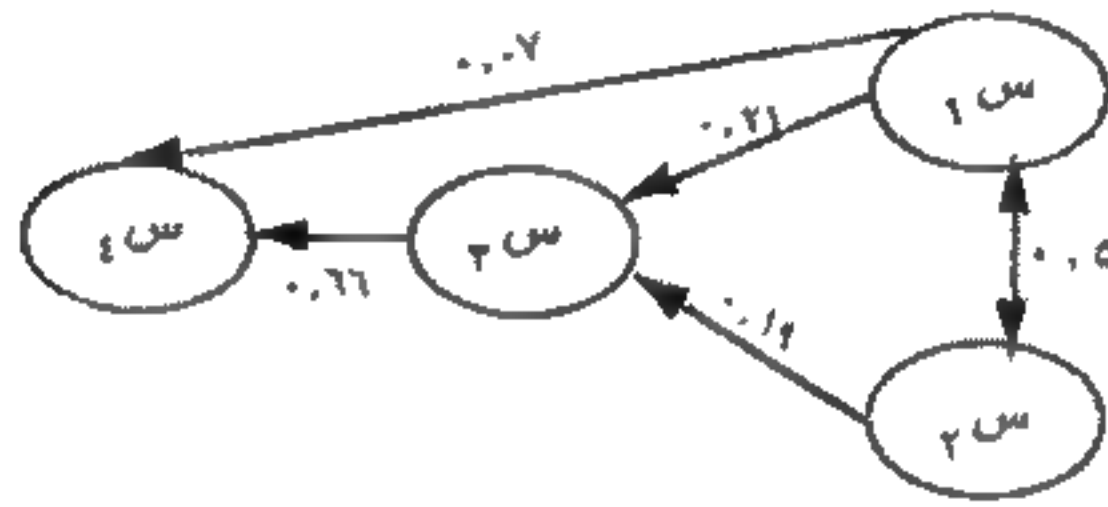
$$\text{والأثر غير المباشر} = \sigma_{\text{م}} - \sigma_{\text{ر}} = 0.193 - 0.3 = 0.107$$



ويتضح من النتائج أن الأثر المباشر للذكاء على فهم الكلمات مرتفع عن الأثر غير المباشر ، وكذلك الأثر المباشر لكل من مستوى تعليم الوالدين والمستوى الاقتصادي الاجتماعي على ذكاء الأطفال أعلى من الأثر غير المباشر.

وعندما يكون الأثر المباشر لمتغير على متغير آخر ضعيفا فيمكن إهمال المسار الذي يربط بينهما، وإعادة تخطيط النموذج مرة أخرى.

ومن النتائج السابقة يتضح أن الأثر المباشر للمستوى الاقتصادي الاجتماعي على فهم الكلمات ضعيف ( ٠.٠٤٤٩ ) ، وبالتالي يمكن إهمال المسار بين المستوى الاقتصادي الاجتماعي وفهم الكلمات ويصبح النموذج كما بالشكل ( ١٥ - ٤ ) .



شكل (١٥-٤)

وقد يرى البعض أن الأثر المباشر بين مستوى تعليم الوالدين وفهم الأطفال للكلمات ( ٠.٠٧ ) أثرا ضعيفا وبالتالي يلغى هذا المسار . وعموما بعد تعديل المسار يجب إعادة حساب معاملات المسار للنموذج المعدل ، ثم استخدامها في حساب معاملات الارتباط بين كل متغيرين ومقارنتها بمعاملات الارتباط الأصلية.

وتكون معاملات المسار الجديدة  $r_{12}$  ،  $r_{13}$  ، أما  $r_{23}$  ،  $r_{24}$  ،  $r_{34}$  فتبقى كما حسبت من قبل ومعادلة النموذج بشأن  $r_{12}$  هي :  $r_{23} = r_{12} + r_{13}r_{24}$  ، ثم

$$\text{ومنها } r_{12} = r_{23} - r_{13}r_{24}$$

$$r_{12} = r_{23} - r_{13}r_{24}$$

وبحل المعادلتين معا ينتج أن :

$$r_{12} = \frac{r_{23} - r_{13}r_{24}}{(r_{13}^2 - 1)} = \frac{0.3 - 0.7 \times 0.31}{(0.31^2 - 1)} = 0.0918$$

$$0.6715 = \frac{0.3 \times 0.21 - 0.7}{(0.21) - 1} = \frac{n_r n_r - \pi_r}{(n_r - 1)} = \pi_r$$

ومن الواضح أن الأثر المباشر لكل من مستوى تعليم الوالدين ، وذكاء الأطفال على فهم الكلمات قد إزداد بعد تعديل النموذج . ويمكن حساب معاملات الارتباط البسيط الجديدة بين المتغيرات بعد تعديل النموذج وهي :

$$\frac{\text{محد } 2 \text{ ذ } 2}{\text{محد } 2 \text{ ذ } 1 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2} = \frac{\text{محد } 2 \text{ ذ } 2}{\text{ن}} = \pi_r$$

$$0.2995 = \pi_r + \pi_r =$$

$$\frac{\text{محد } 1 \text{ ذ } 1}{\text{محد } 1 \text{ ذ } 1 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2 + \text{محد } 2 \text{ ذ } 1} = \frac{\text{محد } 1 \text{ ذ } 1}{\text{ن}} = \pi_r$$

$$\pi_r + \frac{\pi_r}{\text{ن}} = \text{محد } 1 \text{ ذ } 1 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2 + \text{محد } 2 \text{ ذ } 1$$

$$\pi_r + \pi_r = \text{محد } 1 \text{ ذ } 1 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2 + \text{محد } 2 \text{ ذ } 1$$

$$0.2996 = (0.5 \times 0.193 + 0.213) 0.6715 + 0.0918 =$$

$$\frac{\text{محد } 2 \text{ ذ } 2}{\text{محد } 2 \text{ ذ } 1 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2} = \frac{\text{محد } 2 \text{ ذ } 2}{\text{ن}} = \pi_r$$

$$\pi_r + \frac{\pi_r}{\text{ن}} = \text{محد } 2 \text{ ذ } 2 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2 + \text{محد } 2 \text{ ذ } 1$$

$$\pi_r + \pi_r = \text{محد } 2 \text{ ذ } 2 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2 + \text{محد } 2 \text{ ذ } 1$$

$$0.247 = (0.193 + 0.5 \times 0.213) 0.6715 + 0.5 \times 0.0918 =$$

$$\frac{\text{محد } 2 \text{ ذ } 2}{\text{محد } 2 \text{ ذ } 1 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2} = \frac{\text{محد } 2 \text{ ذ } 2}{\text{ن}} = \pi_r$$

$$\frac{1}{\text{ن}} = \text{محد } 1 \text{ ذ } 1 + \text{محد } 1 \text{ ذ } 2 + \text{محد } 2 \text{ ذ } 1$$

$$r_{\pi\pi} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{\pi i} - \bar{x}_{\pi})(x_{\pi i} - \bar{x}_{\pi})}{\sum_{i=1}^n (x_{\pi i} - \bar{x}_{\pi})^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_{\pi i} - \bar{x}_{\pi})(x_{\pi i} - \bar{x}_{\pi})}{\sum_{i=1}^n (x_{\pi i} - \bar{x}_{\pi})^2} \\ &= \frac{0.6710 + 0.5 \times 0.193 \times 0.0918 + 0.213 \times 0.0918}{0.646} = 0.6710 + 0.0089 + 0.0196 = 0.6995 \end{aligned}$$

وبمقارنة معاملات الارتباط البسيط المقدرة باستخدام معاملات المسار مع معاملات الارتباط الأصلية يتضح وجود اختلاف بسيط في معامل الارتباط بين المستوى الاقتصادي الاجتماعي وفهم الكلمات ( ٠,٢٤٧ بدلا من ٠,٢٨ ) وكذلك معامل الارتباط بين ذكاء الأطفال وفهم الكلمات ( ٠,٦٤٦ بدلا من ٠,٧ ) .

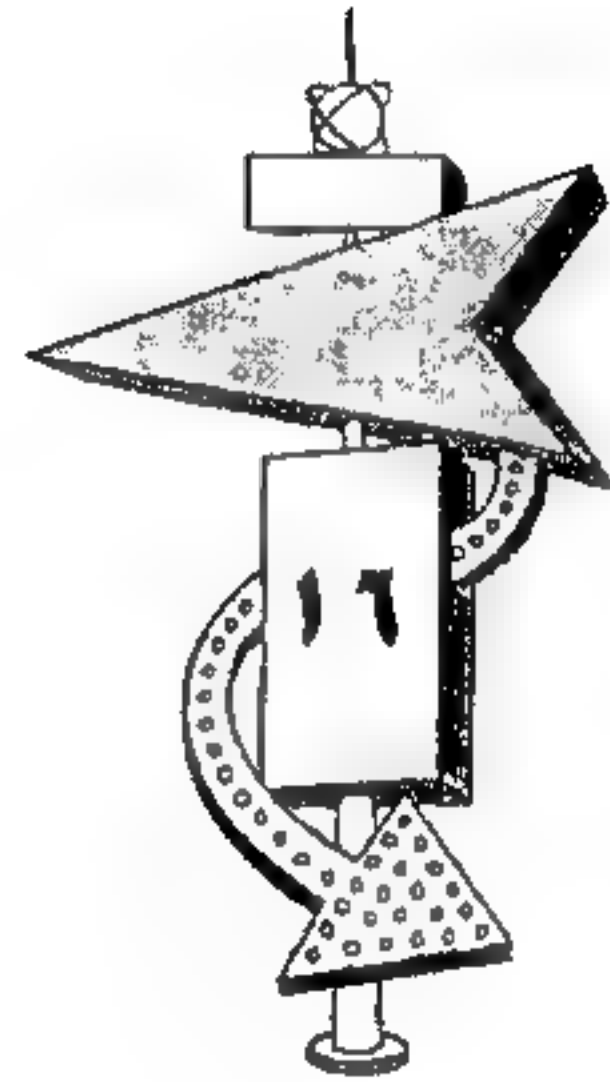
وإذا كانت الفروق بين معاملات الارتباط المقدرة والأصلية ضئيلة فإننا نستنتج أن البيانات متسقة مع نموذج المسارات المعدل .

ولذلك يجب توخي الحذر والدقة عند اقتراح نموذج مسارات ، فإذا كان النموذج غير منطقي أو ليس له أسس علمية فإننا لا نستطيع مطابقة البيانات مع النموذج المقترح .

وفي حالة وجود عدد كبير من المتغيرات فإن المسارات تتعقد وبالتالي يستلزم استخدام الحاسوب في إجراء تحليل المسار ، ويمكن استخدام برامج Spss لتحليل المسار .



الفصل السادس عشر  
التحليل العنقري  
**Factor Analysis**





## الفصل السادس عشر

### التحليل العاملي

التحليل العاملي هو طريقة احصائية متعددة للمتغيرات تستخدم في تحليل البيانات أو مصفوفات الارتباط ( وهي معاملات ارتباط بسيط ) ، أو مصفوفات التباينات ( للمتغيرات وحواصل ضربها ) . ويكون الهدف هو توضيح العلاقات بين تلك المتغيرات ، وينتج عنها عدد من المتغيرات الجديدة ( المفترضة ) تسمى بالعوامل . وعادة ما تكون البيانات هي درجات أفراد على متغيرات نفسية أو اجتماعية أو تربوية . ويرجع أصل التحليل العاملي الى التربية وعلم النفس ثم إنتشر استخدامها بعد ذلك في مجالات الاقتصاد والانثروبولوجي والفسولوجي وغيرها .

وقد اعتمد ظهور التحليل العاملي على دراسات في مجالي علم النفس والبيولوجي مثل دراسات جالتون في القرن التاسع عشر ونظرية مددل عن الوراثة عام ١٨٦٦ وبحوث جاوس في الوراثة أيضا . وقد تم توصيف نتائج هذه الدراسات توصيفا تراكميا للخصائص الوراثية أدت إلى التفكير في وجود أسلوب مناسب لها . وبذلك مهدت هذه الدراسات الطريق لوجود الاساليب الاحصائية التي تناسب تلك المشكلات.

وقد توصل بيرسون في نهاية القرن التاسع عشر إلى قانون الارتباط الخطي البسيط المعلوم لدينا ، كما أجرى بيل عام ١٨٩٧ دراسة جيدة عن الارتباط المتعدد والارتباط الجزئي . وفي عام ١٩٠٠ توصل العلماء إلى وضع أفكار عن تحليل يتضمن عدة متغيرات . وكانت دراسة بيرسون عام ١٩٠١ عن الخطوط والسطوح والفراغ هي أساس أسلوب التحليل العاملي المعروف باسم (Mulaik principal Axes 1977) .

وقد سارع سبيرمان ، عالم النفس المشهور ، إلى اجراء دراسة نفسية متبعا الطريقة الجديدة في التحليل لإثبات نظريته في الذكاء بأن الأنشطة العقلية تنتج من قدرة عقلية عامة وقدرات نوعية ، وأدى ظهور أول نموذج للتحليل العاملي عام ١٩٠٤ عن التكوين العقلي وسميت النظرية باسم نظرية العاملين . حيث لاحظ

سبيرمان وجود علاقة مشتركة بين ستة متغيرات عقلية أطلق عليها العامل العام ، كما لاحظ أيضا وجود عوامل خاصة بتلك المتغيرات أطلق عليها اسم العوامل النوعية . وقد اختلف العلماء الانجليز مع سبيرمان ومنهم تومبسون وسيرل بيرت وفيليب فرنون بشأن نموذج سبيرمان . إلا أن نموذج سبيرمان دعمته دراسات حرانت Granett عام ١٩١٩ وثرستون عام ١٩٣١ بوضع أسس لعوامل متعددة .

وقد تبع سبيرمان العديد من الدراسات التي قام بها علماء آخرون مثل تومسون وسبيرمان وهو تلنج Hotelling وجيلفورد . ففي عام ١٩٣١ تمكن ثرستون بجامعة شيكاغو من التوصل إلى نظرية العوامل المتعددة في التكوين العقلي . وبذلك فهو قد اختلف أيضا مع العلماء الانجليز في نظرية العاملين أو العوامل المتتابعة التي تحدث عنها فرنون وغيره . ثم ظهرت عدة كتب عن التحليل العاملى لكل من: كيلي (Kelly, 1935) ، وبيرت (Burt, 1941) ، وثرستون (Thurston, 1947) ، تومسون (Thomson, 1951) وكاتل (Cattall, 1952) ، وفروتشتر (Fruchter, 1954) ، وهنريسون (Henrysson, 1957) ، وهارمان (Harman, 1960) وغيرهم .

كما ساهم علماء الاحصاء الرياضى في تطوير أسلوب التحليل العاملى ونذكر منهم : هوتلنج (Hotelling, 1933) ، ولولى (Lawley, 1940, 1956) ، وبارتلت (Bartlett, 1948) ، وجتمان (Guttman, 1953, 1954) ، وراو (Rao, 1952, 1955) ، وأهمافارا (Ahmavaara, 1954) ، وأندرسون وروين (Anderson & Rubin, 1956) . كما ساهمت الدراسات الحديثة لكل من كارول (Carroll, 1953) ، وفيرجسون (Ferguson, 1954) ، وكايزر (Kaiser, 1958) وغيرها في وضع أسس لتدوير المحاور وتحديد عدد العوامل . وتم اقتباس أسلوب التحليل العاملى من علم النفس إلى عدد من العلوم الأخرى مثل علم الاجتماع عن طريق جولدنر (Gouldner, 1957) ، والتربية الرياضية (Cureton, 1947) والاقتصاد (Quenouille, 1957) ، والانثروبولوجى (Driver, 1956) ، والفسولوجى (Mefferd, 1965) وغيرها من العلوم المختلفة .

وقد ساهم تطور الحاسب الآلى في الخمسينيات في إجراء العمليات الحسابية للتحليل العاملى ، إلا أن العلماء لم يستطيعوا التفرقة في ذلك الوقت بين التكوين البسيط والتكوين المفترض نظريا ، ولذلك فإن فترة نهاية الخمسينيات وحتى أوائل الستينيات من القرن العشرين كان يستخدم فيها التحليل العاملى إستخداما غير مدروسا . فقد استخدم التحليل العاملى بكثرة لبحث تكوين النظريات النفسية والاجتماعية والفيزيقية والكيميائية ، كما استخدمت بيانات متعددة موضوعية



وذاًنية واسقاطية على أمل أن يوضح التحليل العاُملى تصنيف وترتيب المتغيرات والعلاقات بينها . ولكن أفضل ما يمكن أن يتوصل إليه التحليل العاُملى فى ذلك الوقت هو تجميع عدة بنود أو متغيرات فى مجموعات متشابهة المحتوى ولكنها لاتصل الى مرحلة وضع نظريات ، وإنما تؤدى إلى وضع تصنيفات للبنود أو المتغيرات .

وفى النصف الثانى من الستينيات فى القرن العشرين بدأ إستخدام التحليل العاُملى فى اختبار صحة الفروض ، وذلك عندما أجرى موسير Mosier عام ١٩٣٩ دراسة التى نشرت فى مجلة سيكومتريكا Psychometrika حيث استخدم طريقة لتحويل العوامل الناتجة تحويلاً خطياً حتى تتشابه مع مصفوفة العوامل المتوقعة للتكوين المفترض . وبعد ذلك يتم إختبار المصفوفة الناتجة من حيث درجتها ومدى ملاءمتها للتكوين المفترض وسمى هذا النظام باسم Procrustean وإستخدم جيلفورد هذا الأسلوب فى عزل العوامل عام ١٩٦٧ لإثبات نظريته عن التكوين العقلى .

وقد استخدم عدد من العلماء ( فى ذلك الوقت ) التحليل العاُملى لاختبار الفروض ومدى ملائمة النموذج المفترض للبيانات . وأجرى العديد من الباحثين من علماء علم النفس وعلماء الاحصاء الرياضى دراسات عن معالم التحليل العاُملى وعلاقة الناتج بالتكوين المفترض ومدى ملائمة ذلك للنظريات . وتم تطوير عدة طرق للتحليل العاُملى مما شجع الباحثين على استخدامه ومحاولة التوصل الى النظريات التى تتسق مع البيانات ، وبذلك يكون للتحليل العاُملى فوائد كثيرة فى تطوير النظريات النفسية القائمة والمستخدم (mulaik, 1977) .

والمهمة الاساسية للتحليل العاُملى هى تحليل بيانات المتغيرات للتوصل الى مكونات تتضمنها تلك المتغيرات . حيث يقدم التحليل العاُملى نموذج عن التكوين النظرى ، ويتحدد هذا النموذج من العلاقات الخطية بين المتغيرات . ومعنى هذا أن التحليل العاُملى يقوم على إفتراض وجود علاقات خطية بين المتغيرات وعدم وجود علاقات صفرية . فاذا وجدت العلاقات الخطية فانه يمكن استنتاج المكونات المشتركة بين المتغيرات والتى تفسر تلك العلاقات . ويتوصل التحليل العاُملى إلى هدفه بطريقتين : الاولى هى خفض عدد المتغيرات الاصلية الى عدد أقل من المتغيرات يسمى عوامل . والثانية أن معنى العوامل ينتج من خصائص التكوين الموجود داخل مجموعة العلاقات .

وعملية خفض عدد المتغيرات ، ومفهوم التكوين هما أساس فهم التحليل العاُملى (Ferguson & Takane, 1989) .

### خفض عدد المتغيرات :

يهدف التحليل العاملي إلى التوصل إلى عدد قليل من المكونات ( العوامل ) التي تفسر العلاقات بين المتغيرات . وعملية خفض عدد المتغيرات إلى عدد أقل هي علمية ذاتية . ومن المؤلف النظر إلى خفض عدد المتغيرات بأنه أمر أساسي لفهم العلاقات المشتركة بين المتغيرات أو لفهم السببية . فإذا قررنا أن طالب ما متميز في التحصيل لكونه مرتفع الذكاء ، فإن هذا يعد حكما ذاتيا لخفض العديد من المتغيرات المؤثرة على التحصيل إلى متغير واحد هو الذكاء . كما أن القرار بشأن الاتجاهات السياسية والاجتماعية للأفراد قد يعتمد على موقعهم على بعد التحفظ - التحرر ، أو اليسار - اليمين .

ويوجد العديد من السلوكيات التي يقوم بها الأفراد ونرجعها إلى متغير واحد مثل الديانة أو الجنسية ، ويعد هذا من ظاهرة العامل العام الذاتي . وبصفة عامة ، فإن خفض الذاتي لمجموعة من المتغيرات لوصف مواقف معقدة إلى عدد أقل من العوامل لوصف تلك المواقف هي ظاهرة عامة ( Ferguson & Takane, 1989 : 522 ) .

ويقوم التحليل العاملي على إجراء هذا الخفض للمتغيرات ، حيث يختار الباحث موقفا معقدا مثل الذكاء الانساني أو التحصيل الدراسي أو النشاط الزائد للأطفال ، ثم يحدد عدد من المتغيرات التي يظن أنها تصف الموقف (أو مرتبطة به) . ويجمع بيانات عن المتغيرات ، ثم يجري تحليلا عامليا للبيانات ليقول عدد المتغيرات إلى عدد أقل من العوامل والتي يطلق عليها أسماء وخصائص معينة لوصف الموقف الأصلي .

وطريقة خفض عدد المتغيرات الأصلية إلى عدد أقل هي طريقة معقدة ، وحتى يمكن فهم هذه الطريقة نعرض المثالين التاليين ( من : Ferguson & Takane, 1989 لفهم عملية خفض المتغيرات . جدول (١٦-١) )

مصفوفة معاملات ارتباط بين خمسة متغيرات

المتغير	١	٢	٣	٤	٥
١	-	٠,٥	٠,٦	٠,٢	٠,٨
٢	-	-	٠,٣	٠,٣٥	٠,٤٠
٣	-	-	-	٠,٤٢	٠,٤٨
٤	-	-	-	-	٠,٥٦
٥	-	-	-	-	-

مثال (١) : يوضح جدول (١٦ - ١) مصفوفة معاملات ارتباط بمعط بين خمسة متغيرات فإذا حسبنا معامل الارتباط الجزئي لعزل أثر المتغير الأول من معاملات الارتباط بين المتغيرات من الثاني

الى الخامس فان :

$$r_{12} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{(r_{11} - 1)(r_{22} - 1)}} = \frac{0.6 \times 0.5 - 0.3}{\sqrt{(0.36 - 1)(0.25 - 1)}} = \text{صفر}$$

معامل الارتباط الجزئي بين المتغيرين (٣،٢) بعد عزل أثر المتغير الاول = صفر. ويعنى هذا أن المتغير الاول هو المسئول عن العلاقة بين المتغيرين (٣،٢). وكذلك إذا عزلنا أثر المتغير الاول من العلاقات الاخرى بين المتغيرات (بالجدول) ، نجد أن الارتباطات الجزئية = صفر ، مما يعنى أن العلاقات بالجدول يفسرها المتغير الأول .

فاذا كان المتغير الاول هو العمر الزمني والمتغيرات الاخرى هي الاداء المهارى لمجموعة من الاطفال ، فيكون العمر الزمني هو الذى أدى الى هذه الارتباطات ، وبالتالي يمكن خفض المتغيرات الخمسة الى متغير واحد.

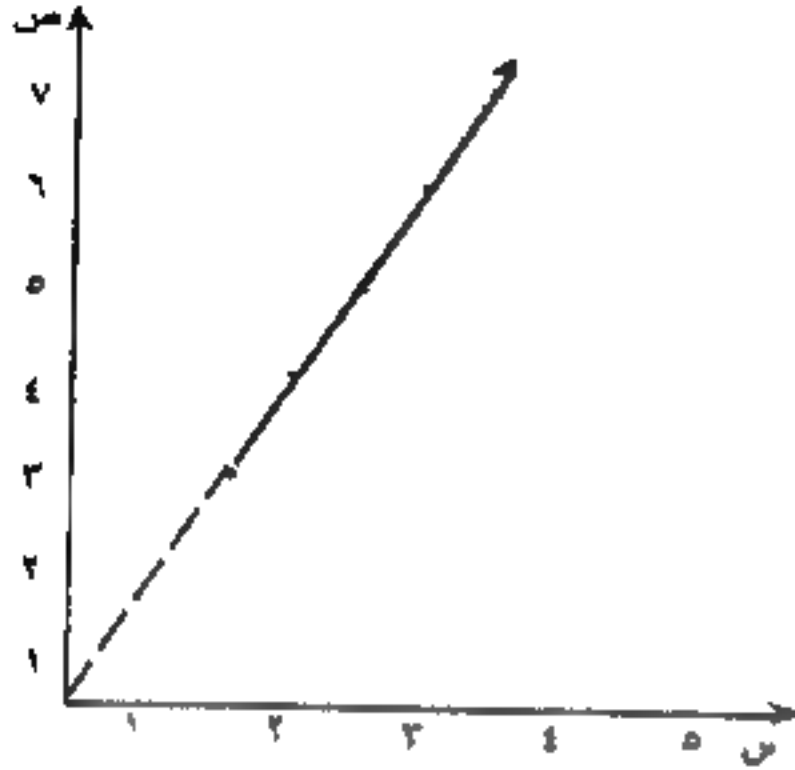
مثال (٢) : إذا كان لدينا متغيرين (س، ص) كما بالجدول (١٦ - ٢) ، فيمكن تمثيل هذه البيانات بالشكل البياني (١٦ - ١) .

ويتضح من الشكل أن جميع النقاط تقع على

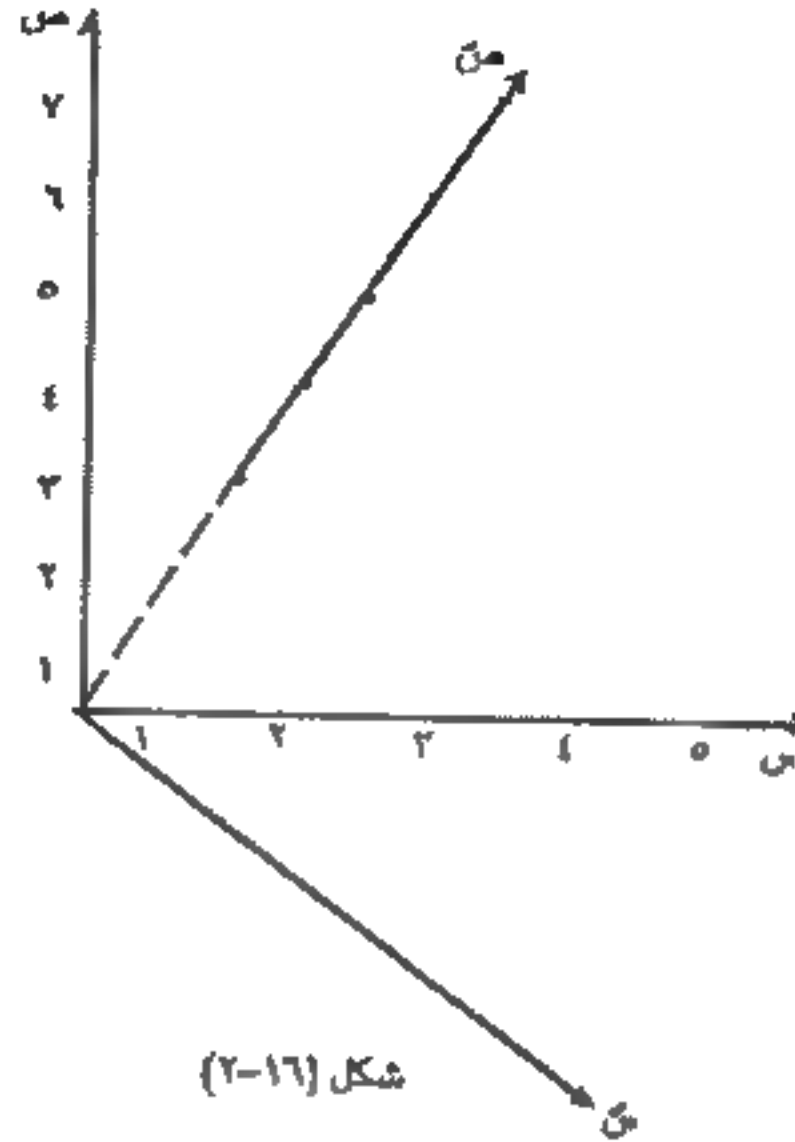
جدول (١٦-٢)

ص	س
٣	١,٥
٤	٢
٥	٢,٥
٦	٣
٧	٣,٥

خط مستقيم . فاذا دورنا المحورين الأساسيين (س، ص) إلى موقع آخر يسمى (س'، ص') كما بالشكل (١٦ - ٢) فاننا نلاحظ أن جميع نقاط الخط المستقيم تقع على محور (ص') . وبالتالي تتحول درجات النقاط بالجدول (١٦ - ٢) الى درجات أخرى (جدول ١٦ - ٣) ، حيث نلاحظ أن جميع قيم س' = صفر (لأن النقاط تقع على المحور ص') وموقع كل نقطة على المحور ص' يتمثل بقيمة جديدة . ومعنى هذا أن المتغيرين (س، ص) تم تخفيضهما الى متغير واحد هو ص' . ونلاحظ أيضا أن تمثيل النقاط (س، ص)



شكل (١-١٦)



شكل (٢-١٦)

جدول (٣-١٦)

نقطة ص	نقطة الأصل س
٣, ٣٥	صفر
٤, ٤٧	صفر
٥, ٥٩	صفر
٦, ٧١	صفر
٧, ٨٣	صفر

يستخدم محورين متعامدين (مجال في بعدين) أما تمثيل النقاط كمسافات على المحور (ص / س) كمسافات من نقطة الأصل (نقطة تقاطع المحورين) فالتنا استخدام محور واحد فقط (مجال في بعد واحد) .

وهذه الفكرة الموضحة يمكن تعميمها على عدد من المتغيرات . فإذا كان لدينا درجات النقاط على خط مستقيم يمر بنقطة الأصل (استخدام الدرجات المعيارية يؤدي إلى مرور الخط المستقيم بنقطة الأصل) ، فإن شكل المتغيرات الثلاثة في المجال ثلاثي الأبعاد يتم خفضها إلى شكل في متغير واحد له بعدين ويمر بنقطة الأصل ، فإن موضع النقاط يتحدد في بعدين ، وبذلك تنخفض المتغيرات الثلاثة إلى متغيرين .

ويمكن تعميم هذه الفكرة على عدد كبير من المتغيرات ، والتي يمكن تمثيلها بنقاط في فضاء متعدد الأبعاد (يساوي عدد المتغيرات) . وقد تحتل النقاط عدد من الأبعاد (تقريباً) أقل من عدد المتغيرات ، وبذلك يتم خفض عدد المتغيرات إلى عدد أقل هو العوامل (Ferguson & Takane, 1989) .

## مفهوم التكوين :

يهتم التحليل العاملي باكتشاف ووصف التكوين لمجموعة من العلاقات بين المتغيرات . فمثلا بيانات متغيرين ( س ، ص ) يمكن تمثيلها بخط مستقيم فيكون شكل التكوين خطيا ، وتوضح الخطية بخصائص معينة للنقاط وعلاقتها ببعضها البعض . وقد تدل النقاط على شكل منحني تربيعي أو تكعيبي أو أى شكل آخر معقد . أما إذا كانت النقاط عشوائية فإنها لا تدل على تكوين محدد .

ويمكن تمثيل العلاقة بين متغيرين هندسيا باستخدام المتجهات . والمتجه Vector هو خط له اتجاه وطول ، فإذا كان طول المتجه هو الوحدة فإن معامل الارتباط بين متجهين يساوى جيب الزاوية المحصورة بينهما . فمثلا معامل الارتباط ٠,٧٠٧ يمثل متجهين بينهما زاوية ٤٥° ، أما معامل الارتباط -٠,٥ فإنه يمثل متجهين بينهما زاوية ١٢٠° وهكذا . أما الارتباط من ثلاثة متغيرات فيمكن تمثيله بثلاثة متجهات ، كما يمكن تعميم هذه الفكرة لأى عدد من المتغيرات .

ومن النموذج الهندسي المستخدم فى التحليل العاملي فأن أطوال المتجهات لها معنى . فإذا رمزنا للمتجه بالرمز ( هـ ) فإن العلاقة بين متجهين هى حاصل ضرب المتجهين فى جيب الزاوية بينهما ( هـ هـ حـاى ) فإذا كان طول المتجه هو الوحدة فإن معامل الارتباط يساوى جيب الزاوية .

وبالطبع فإن فهم العلاقات بين عدة متغيرات يعتمد على شكل نموذج المتجهات ، حيث تختلف أطوال المتجهات والزاويا بينها . فإذا كان لدينا عدد ( ن ) من المتجهات بينها  $\frac{n(n-1)}{2}$  من الزوايا ، فإن هذا النموذج قد يكون عشوائيا أو قد يدل على خصائص تكوين معين . فقد ينتظم عدد من المتجهات فى تجمع معين ، وعدد آخر فى مكان مختلف . وبالتالي فإن عدد ( ن ) من المتجهات فى تجمع معين ، وعدد آخر فى مكان مختلف . وبالتالي فإن عدد ( ن ) من المتجهات قد يتشكل فى عدد ( ك ) من التجمعات ، ويكون الغرض من التحليل العاملي هو وصف تشكيل المتجهات بطريقة اقتصادية توضح خصائص التكوين ، وهذه الخصائص التكوينية تحدد معنى العوامل ( Ferguson & Takane, 1989 ) .

وإذا رمزنا للعامل بالرمز ( ل ) والمتغير فى صورته المعيارية بالرمز ( ذ ) والاوزان ( ب ) والعامل النوعى ( و ) فيمكن كتابة المعادلات الخطية للتحليل

العاملية ، وهي معادلات للتنبؤ بدرجات المتغيرات من العوامل كما يلي :

$$١ = ب١١ ل١ + ب٢١ ل٢ + ..... + ب٣١ ل٣ + ب٤١ ل٤ + ب٥١ ل٥$$

$$٢ = ب١٢ ل١ + ب٢٢ ل٢ + ..... + ب٣٢ ل٣ + ب٤٢ ل٤ + ب٥٢ ل٥$$

وهكذا لبقية المتغيرات . وتعني هذه المعادلات أن الدرجة المعيارية للمتغير تساوي حاصل ضرب الدرجات المعيارية للعوامل في أوزانها بالإضافة إلى درجة العامل النوعي لهذا المتغير مضروبة في وزنها . والاوزان ب١١ ، ب٢١ ، ..... الخ تشير إلى تشبعات العوامل وهي أوزان لدرجات العوامل ، أما ب١ فهي وزن لدرجة العامل النوعي للمتغير الأول ، ب٢ للمتغير الثاني وهكذا .

ويهتم التحليل العاملية بالتوصل إلى قيم هذه المعاملات أو التشبعات .

والعامل هو متغير مثل المتغيرات الأخرى مع فرق بسيط وهو أن معظم المتغيرات يمكن قياسها مباشرة أما العوامل فهي متغيرات إفتراضية مشتقة من تحليل بيانات مجموعة متغيرات تم قياسها قياساً مباشراً .

ويتم وضع المتغيرات والعوامل تشبعاتها كما بالجدول ( ١٦ - ٤ ) .

جدول ( ١٦ - ٤ )

مصفوفة تشبعات العوامل والاشتراكيات

العامل المتغير	I	II	III	.....	الاشتراكيات هـ
١	ب١١	ب٢١	ب٣١	.....	هـ١
٢	ب١٢	ب٢٢	ب٣٢	.....	هـ٢
٣	ب١٣	ب٢٣	ب٣٣	.....	هـ٣
٤	ب١٤	ب٢٤	ب٣٤	.....	هـ٤
.	.	.	.	.....	.
.	.	.	.	.....	.
.	.	.	.	.....	.
ن	ب١ن	ب٢ن	ب٣ن	.....	هـن

ويتضح من الجدول (١٦ - ٤) تشبعات العوامل والاشتراكيات . والتشبعات (الأوزان) هي دليل على العلاقة بين درجات كل متغير ودرجات العامل . أما الاشتراكيات (ه<sup>٢</sup>) للمتغير فهي مجموع مربعات تشبعات العوامل لكل متغير (أفقياً) . وهي نسبة التباين الكلي للمتغير التي ترجع إلى العوامل ، وهي بذلك تشبه مربع الارتباط المتعدد بين المتغير (كمتغير تابع) ودرجات العوامل (كمنبذات) . أما المجموع الكلي لاشتراكيات المتغيرات (ه<sup>٢</sup>) = ه<sup>٢</sup><sub>١</sub> + ه<sup>٢</sup><sub>٢</sub> + ..... + ه<sup>٢</sup><sub>ن</sub> لاحظ أيضاً أن ه<sub>١</sub> هي طول متجه المتغير الأول ، ه<sub>٢</sub> طول متجه المتغير الثاني وهكذا .

#### مكونات التباين :

يهتم التحليل العاملي بتوضيح التباين المشترك بين المتغيرات في صورة تكوينات فرضية (عوامل) . فإذا كانت علاقات الصف الدراسي ودرجات الاستعداد والذكاء غير صفيرية فإن ذلك يقترح وجود تكوينات فرضية مشتركة بينها . وفي هذه الحالة قد تكون التكوينات لفظية أو مهارية ، وهذه التكوينات الفرضية هي العوامل المشتركة بين المتغيرات .

ولكن عدم توفر العلاقات التامة بين المتغيرات يؤدي إلى وجود عوامل خاصة بكل متغير منها ، وهذه العوامل الخاصة هي التي توضح التباين الخاص بالمتغير ، وقد يرجع جزء من التباين الخاص إلى أخطاء القياس . وحيث أنه من المفترض استقلالية الأخطاء في كل متغير عن درجات المتغيرات الأخرى ، فإن هذه الأخطاء لا تسهم في التباين المشترك ولكنها تسهم في التباين الخاص بكل متغير . ويعتقد كثير من المتخصصين في التحليل العاملي أن التباين الخاص يحتوي على تباين حقيقي (مستقل عن المتغيرات الأخرى) ولكنه يسمى بالتباين الخاص للمتغير .

وبناء على ذلك فإن تباين المتغيرات جزء منه مشترك وجزء آخر مستقل وهو التباين الخاص . ويمكن تقسيم التباين الكلي للمتغيرات إلى :

تباين مشترك + تباين خاص + تباين الخطأ .

أما التباين الحقيقي = التباين المشترك + جزء من التباين الخاص

والتباين النوعي = ما تبقى من التباين الخاص + جزء من تباين الخطأ



ومن المفترض أن تباين الخطأ يساوى الصفر ( إذا كان الخطأ عشوائياً ومستقلاً ) وعندئذ يكون التباين الكلى = التباين المشترك + التباين الخاص .

وبالرجوع الى معادلات التحليل العاملى المذكورة فى الجزء السابق وهى فى صورة درجات معيارية ، ومن المعلوم أن تباين الدرجات المعيارية لأى متغير يساوى الوحدة ، وعليه فإن تربيع المعادلة السابقة للمتغير الأول هو :

$$1 = \sum_{j=1}^n b_{1j}^2 + \sum_{j=1}^n b_{2j}^2 + \dots + \sum_{j=1}^n b_{nj}^2$$

لاحظ أنه لا يوجد حواصل ضرب لاستقلال العوامل عن بعضها البعض .

وتعنى هذه المعادلة أن : تباين المتغير الأول = جزء من التباين يرجع لكل عامل من العوامل المشتركة وجزء أخير (  $b_1^2$  ) للعامل الخاص بالمتغير .

وقد ذكرنا من قبل أن مجموع مربعات تشبعات العوامل للمتغير تساوى

$$1 = \sum_{j=1}^n b_{1j}^2 + \sum_{j=1}^n b_{2j}^2 + \dots + \sum_{j=1}^n b_{nj}^2$$

( وهى اشتراكيات المتغير الأول ) ، وبالمثل لبقية المتغيرات . ومعنى هذا أن الاشتراكيات هى جزء من التباين الكلى يرجع الى العوامل العامة ، والجزء المتبقى هو تباين خاص بالمتغير (  $b_1^2$  )

والتباين الخاص بالمتغير ينقسم الى جزئين : تباين نوعى ، وتباين للخطأ . والجزء النوعى من التباين يرجع الى عوامل نوعية للمتغيرات ولا يرجع الى خطأ القياس . وحيث أن كل المقاييس تتضمن أخطاء فى القياس ، فإن كل تطبيقات التحليل العاملى ترجع جزء من التباين الخاص الى خطأ القياس . ولا نستطيع معرفة تباين الخطأ أو التباين النوعى إلا إذا علمنا معامل ثبات المتغير حيث : تباين الخطأ للمتغير = 1 - معامل الثبات .

وحيث أن التباين الكلى للمتغير = الاشتراكيات + التباين الخاص + تباين الخطأ . ولأننا نستخدم الدرجات المعيارية فإن التباين الكلى للمتغير = الوحدة ، وعليه فإن :

$$1 = \text{الاشتراكيات} + \text{التباين الخاص} + \text{تباين الخطأ}$$

$$\text{وتكون الاشتراكيات} + \text{التباين الخاص} = 1 - \text{تباين الخطأ}$$

$$= \text{معامل ثبات المتغير}$$



$$هـ^2 + ع^2 = ر^2 \text{ معدل التباين}$$

وبذلك فإن اشتراكيات المتغير أقل ( أو تساوى أحياناً) معامل ثبات المتغير .  
ومن الصعب حساب ع<sup>2</sup> خطأ ، ع<sup>2</sup> الخاص لكل متغير بسبب تداخل المتغيرات معا . ويعد تحديد هذه المكونات السابقة مشكلة كبرى فى التحليل العاُملي وتوجد لها حلول مقترحة سنوضحها فيما بعد .

ويبدأ التحليل العاُملي بحساب مصفوفة معاملات الارتباط البسيط بين المتغيرات ، واستخدامها فى التحليل . إذا رمزنا لمصفوفة الارتباط بالرمز [ ر ]  
والتي تتكون من عوامل مشتركة وعوامل نوعية فإن :

$$[ ر ] = [ ل ل' ] + [ و و' ] \text{ (و' للعوامل النوعية)}$$

وتحسب معاملات الارتباط بين المتغيرات باستخدام الدرجات المعيارية

$$\text{حيث } ر = \frac{\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})(Z_i - \bar{Z})}{n - 1}$$

وإذا استخدمنا معادلات المتغيرات فى منوء العوامل الناتجة وهى :

$$Z_1 = ب_1 ل_1 + ب_2 ل_2 + \dots + ب_n ل_n + ب_{n+1} و_1$$

$$Z_2 = ب_1 ل_2 + ب_2 ل_3 + \dots + ب_n ل_n + ب_{n+1} و_2$$

فيمكن حساب معامل الارتباط بين المتغيرين ( ١ ، ٢ ) وهو يساوى مجموع حواصل ضرب تشبعات العوامل فى المتغيرين :

$$ر_{١٢} = ب_1 ب_2 ل_1 ل_2 + ب_2 ب_3 ل_2 ل_3 + \dots + ب_n ب_n ل_n ل_n + ب_{n+1} ب_{n+1} و_1 و_2$$

$$\text{وكذلك } ر_{١٣} = ب_1 ب_3 ل_1 ل_3 + ب_2 ب_4 ل_2 ل_4 + \dots + ب_n ب_n ل_n ل_n + ب_{n+1} ب_{n+1} و_1 و_3$$

كما نستطيع معرفة الزوايا بين كل منجهين من العلاقة  $ر_{١٢} = هـ_١ هـ_٢$  حاى  
حيث  $هـ_١$  ،  $هـ_٢$  هما طولى المتجهين للمتغيرين الاول والثانى ، حاى هـى  
جيب الزاوية (ى) المحصورة بينهما ، وبالمثل لبقية المتغيرات.

### التحليل العاملي الاستطلاعي والتوكيدي :

#### Exploratory and Confirmatory Factor Analysis.

التحليل العاملي هو أسلوب إحصائي يستخدم للتعرف على العلاقات المشتركة بين المتغيرات ، والتوصل إلى مسببات هذه العلاقات . أو هو الطريقة الإحصائية التي تعمل على خفض عدد المتغيرات المرتبطة إلى عدد أقل من العوامل والتي تفسر العلاقات بين المتغيرات . ويوجد نوعان أساسيان من التحليل العاملي: استطلاعي Exploratory وتوكيدي Confirmatory .

ويستخدم التحليل العاملي الاستطلاعي (الاستكشافي) في الحالة التي تكون فيها العلاقات بين المتغيرات والعوامل غير معروفة أو غير مؤكدة . ويسير التحليل في طريق الاستكشاف لتحديد العوامل الكامنة وعلاقتها بالمتغيرات المستخدمة . وعادة ما يتوصل التحليل إلى عدد من العوامل أقل من عدد المتغيرات لتفسير العلاقات بين المتغيرات . ولا يكون لدى الباحث معلومة مسبقة عن العوامل الناتجة من التحليل .

أما التحليل العاملي التوكيدي فيستخدم لاختبار الفرض بوجود صلة معينة بين المتغيرات والعوامل الكامنة ، اعتماداً على نظرية مسبقة أو أدبيات البحث ، ثم يختبر الباحث نظام الصلة المفترض إختباراً إحصائياً . وعليه فإن التحديد المسبق لنموذج التحليل العاملي التوكيدي يسمح للمتغيرات بحرية التشبع على عوامل محددة دون غيرها ، ثم يتم تقويم النموذج بطريقة إحصائية لتحديد دقة مطابقته للبيانات المستخدمة (Byrne, 1994:5-6) .

وباختصار يركز التحليل العاملي (الاستطلاعي أو التوكيدي) على توضيح الصلة بين المتغيرات المستخدمة وعواملها الكامنة . ويتحدد أكثر فهو يهتم بإمكانية التوصل إلى المتغيرات عن طريق المكونات الكامنة ، أو مدى تأثير المكونات الكامنة في التوصل إلى المتغيرات . ولذلك فهو يهتم بقوة مسارات الانحدار من العوامل إلى المتغيرات ، وعلى الرغم من الاهتمام بنظام التكوين الارتباطي بين العوامل ، إلا أننا لا نهتم بنظام الانحدار ، وإنما نركز اهتمامنا على الصلة بين العوامل ومتغيراتها . وفي التحليل التوكيدي يكون الاهتمام بالنموذج المسبق الذي يضعه الباحث اعتماداً على نظرية معينة أو دراسات سابقة أو كليهما ، ثم يحاول إختبار صحة النموذج باستخدام بيانات العينة عن المتغيرات الموجودة في النموذج ، ومدى ملاءمة البيانات للنموذج (Byrne, 1994: 6-7) وسوف نركز هنا على التحليل العاملي الاستطلاعي وطرق إجرائه ، ونشر فيما بعد إلى التحليل العاملي التوكيدي .

## طرق التحليل العائلي الاستطلاعي :

يبدأ إجراء التحليل العائلي الاستطلاعي باستخدام مصفوفة الارتباط بين المتغيرات أو مصفوفة التباينات . ثم يتم استخراج العوامل الأساسية ، حيث يتم استخراج العامل الأول وهو عادة عامل عام ويعد أفضل معادلة خطية للمتغيرات وتحتوي على أكبر تباين ممكن لها ، وتكون هذه المعادلة على الصورة :

$$Z_n = b_{11} Z_1 + b_{12} Z_2 + \dots + b_{1n} Z_n$$

حيث  $Z_n$  هي درجة الفرد على العامل المستخرج ،  $b_{11}$  ،  $b_{12}$  ، ...  $b_{1n}$  هي تشبعات العامل على المتغيرات المختلفة ( جدول ١٦ - ٤ ) ، وهي معاملات ارتباط بين العامل والمتغيرات ، ومجموع مربعات هذه المعاملات يسمى الجذر الكامن Eigenvalue ، وإذا قسم على عدد المتغيرات تنتج النسبة المئوية من التباين الكلي للمتغيرات ( جزء من التباين المشترك ) الذي يفسره العامل الأول ويتم استخراج تشبعات العامل الأول ( بالطريقة المركزية ) بقسمة مجموع ارتباطات الأعمدة ( بعد إضافة تقدير الاشتراكات في قطر المصفوفة ) على الجذر التربيعي لمجموع المصفوفة . ثم نحسب مصفوفة البواقي بطرح مصفوفة تشبعات العامل الأول من المصفوفة الأصلية للارتباطات ، ونستخدمها بنفس الطريقة لاستخراج تشبعات العامل الثاني والذي يكون مستقلاً عن العامل الأول ويمثل أفضل معادلة خطية تحتوي على جزء من التباين المتبقى ، ثم تتكرر الخطوات السابقة لاستخراج العوامل التالية حتى نصل إلى آخر عامل ( فواد البهي ١٩٧٨ ) . وتسمى هذه الطريقة بالطريقة المركزية Centroid ، وهي الطريقة القديمة التي طورها ثريستون . والعديد من أمثلة التحليل العائلي التي نشرت قبل استخدام الحاسوب كانت تستخدم الطريقة المركزية . وتتضمن الطريقة المركزية وضع أول محور مرجعي في منتصف تشكيل متجهات المتغيرات ، ثم الحصول على مصفوفة المتبقى من الارتباطات وإجراء بعض التعديلات اعتماداً على العامل الأول ، ثم نستخرج العامل الثاني ويكون محوره متعامداً مع الأول وهكذا حتى نصل إلى آخر عامل . والطريقة المركزية هي تعديل لطريقة العوامل الأساسية Principal axes التي استخدمها سبيرمان .

والتي تم تطويرها بعد ذلك وأصبحت تعرف باسم المكونات الأساسية Prin-cipal Components ، وهي من أكثر الطرق استخداماً في الوقت الحاضر للحصول على حل مباشر لمصفوفة الارتباط . وتوجد طرق أخرى للتحليل العائلي

وهي طريقة العوامل الأساسية Principal Factors ، وطريقة راول لتحليل العاملى Rao Canonical Factoring ، وطريقة ألفا Alpha Factoring ، والطريقة التخيلية Image Factoring .

## ١ - طريقة المكونات الأساسية (PC) Principal Components

وهي طريقة مباشرة لتحويل المتغيرات الى مكونات أساسية متعامدة ، وهذه المكونات هي أفضل تجميعات خطية Linear Combinations للمتغيرات والتي تفسر أكبر قدر من التباين الكلى فى البيانات . حيث يكون المكون ( العامل ) الأول هو أفضل تجمع خطى للعلاقات بين المتغيرات والذي يفسر أكبر قدر من التباين ، وعادة ما يكون عامل عام . أما العامل ( المكون ) الثانى فهو ثانى أفضل تجمع خطى لتفسير جزء من التباين لم يتم تفسيره بالعامل الاول ، أى بعد عزل تباين العامل الاول ، ويعنى هذا أن العامل الثانى متعامد على العامل الاول ، وهكذا فى بقية العوامل .

وتعتمد طريقة المكونات الأساسية على وضع العدد واحد فى قطر مصفوفة الارتباط ، بافتراض أن تباين أى متغير هو الوحدة ، ثم تجرى التحليلات على هذا الأساس . ولكن إذا تم وضع الاشتراكيات بدلاً من الوحدة فى قطر مصفوفة الارتباط ، فإن هذا يقلل رتبة المصفوفة وبالتالي يقلل عدد العوامل المستخرجة . إذا أن عدد العوامل المناسب لتفسير العلاقات بين المتغيرات يعتمد على رتبة مصفوفة الارتباط (Kim, 1965:472)

## ٢ - طريقة العوامل الأساسية : Principal Factors (PF)

وهي مشابهة لطريقة المكونات الأساسية إلى حد ما ، لكنها تختلف عنها فى أنها تصنع تقديراً للاشتراكيات فى قطر مصفوفة الارتباط ، مما يؤدي الى خفض رتبة المصفوفة وبالتالي يقل عدد العوامل المستخرجة .

وتقدير الاشتراكيات قد يكون مربع الارتباط المتعدد بين متغير ما وبقية المتغيرات الأخرى ، أو أعلى ارتباط بسيط فى كل عمود من أعمدة المصفوفة .

والعوامل الناتجة من طريقة العوامل الأساسية ليست تحويلاً خطياً مباشراً للمتغيرات ، بسبب تغيير قطر مصفوفة الارتباط ، وإنما هي عوامل مستنتجة In-ferred . حيث تفترض أن جزء معين من تباين المتغيرات هو المتضمن فى نمط التكرين العاملى لهذه المتغيرات . كما تفترض هذه الطريقة وجود عامل نوعى أو

تباين نوعي لكل متغير مستقل عن المتغيرات الأخرى ، وعن طريق إحلال قطر مصفوفة الارتباط بتقدير للاشتراكيات ، قاندا نعزل هذا التباين النوعي لكل متغير ونجرب تحليلاً للأجزاء المتبقية من تباين المتغيرات .

وتقدير الاشتراكيات الذي يوضع في قطر مصفوفة الارتباط يكون أقل من الوحدة واكبر من الصفر . وبالطبع لا توجد طريقة واحدة متفق عليها لتقدير الاشتراكيات ، لكن حدها الأعلى هو معامل الثبات وحدها الأدنى هو مربع معامل الارتباط المتعدد لمتغير ما مع المتغيرات الأخرى ( Kim,1975: 480 ) .

وفي حالة عدم وجود مقلوب لمصفوفة الارتباط أو تكون محددة Determinant المصفوفة صغيرة جداً يستخدم أعلى معامل ارتباط بسيط في كل عمود ليوضع في قطر المصفوفة كتقدير للاشتراكيات .

كما تستخدم طريقة العوامل الأساسية نظام يسمى تكرار التقدير Iteration . حيث يتم تحديد عدد العوامل من مصفوفة الارتباط الأساسية ، ثم يحسب مربع معامل الارتباط المتعدد للمتغير مع المتغيرات الأخرى في كل عمود ، وتعد هذه المعاملات تقديرات للاشتراكيات التي توضع في قطر المصفوفة وبالتالي نقل من رتبها . ثم يستخرج نفس العدد من العوامل وتستخدم تشبعاتها في تقدير الاشتراكيات التي توضع في قطر مصفوفة الارتباط ، وهكذا تتكرر عملية استخراج العوامل وتقدير الاشتراكيات حتى يكون الفرق في تقدير الاشتراكيات من محاولتين متتاليتين قريب من الصفر . وهذه الطريقة هي أكثر طرق التحليل العائلي تقبلاً وملاءمة في التوصل إلى العوامل الأساسية .

### ٣ - الطرق الأخرى للتحليل العائلي الاستطلاعي :

ذكرنا من قبل أن هناك طرق أخرى للتحليل العائلي الاستطلاعي وهي :  
راو Rao ، ألفا Alpha ، التخييل Image .

حيث تعمل طريقة راو على التوصل إلى أعلى معامل ارتباط بين مجموعة المتغيرات وبين العوامل مجتمعة ، وهي تتبع طريقة العوامل الأساسية ، ويعد تقدير الاشتراكيات مشكلة أساسية في هذه الطريقة . وتحاول طريقة راو تقدير معالم المجتمع ( العوامل الأساسية للمجتمع ) باستخدام بيانات العينة . ولا تستخدم هذه الطريقة بكثرة بالرغم من أنها تستخرج عدد أقل من العوامل .

أما طريقة ألفا فهي تعتبر المتغيرات المستخدمة عينة من مجتمع :

المتغيرات. وتحاول التوصل إلى العوامل الأكثر تعميماً ، والاستدلال من عينة المتغيرات إلى المجتمع . ويتم إجراء طريقة ألفا ، مثل طريقة العوامل الأساسية ، باستخدام مربع معامل الارتباط المتعدد للمتغير في قطر المصفوفة ، وتعديل معاملات الارتباط على أساس أن المتغيرات هي عينة من مجتمع المتغيرات .

وتعد هذه الطريقة أكثر تعقيداً من طريقة رار ، ولذلك فهي قليلة الاستخدام .

وتقوم طريقة التخيل Image على نظرية جتمان في تقدير الاشتراكيات للمتغير بمربع معامل الارتباط المتعدد بين المتغير والمتغيرات الأخرى بالإضافة إلى جميع المتغيرات في المجتمع . وتسمى الطريقة Image Factoring لأنها تقدر التباين المشترك للمتغير من مجموع حواصل ضرب معاملات الانحدار المعيارية في الدرجات المعيارية للمتغيرات الأخرى ، وهذا التباين المشترك يسمى Image . وتستخدم هذه الطريقة مصفوفة التباين بوضع Image في قطر مصفوفة الارتباط مع تعديل معاملات الارتباط . وعادة ما تتوصل هذه الطريقة إلى عدد من العوامل يعادل نصف عدد المتغيرات وهو عدد أكبر من اللازم . ولا تستخدم هذه الطريقة كثيراً لتعقيدات العمليات الحسابية .

ويتضح مما سبق أن طريقتي المكونات الأساسية (PC) والعوامل الأساسية (PF) هما الأكثر استخداماً في التحليل العاملي الاستطلاعي .

وتكمن المشكلة في هاتين الطريقتين في تقدير الاشتراكيات الذي يوضع في قطر مصفوفة الارتباط وبالتالي يؤثر على رتبته وعدد العوامل بها . كما أن معرفة عدد العوامل يساعد في التوصل إلى تقدير جيد للاشتراكيات .

#### عدد العوامل :

ذكرنا أن قيمة الاشتراكيات التي توضع في قطر مصفوفة الارتباط تؤثر على تحديد رتبة المصفوفة وبالتالي عدد العوامل التي نتضمنها . كما أن القيمة الفعلية للاشتراكيات تعتمد على عدد العوامل المستنتجة من مصفوفة الارتباط . وبذلك فإن عمليتي تقدير الاشتراكيات وتحديد عدد العوامل تعتمدان على بعضهما البعض ، وهي إحدى مشكلات التحليل العاملي الاستطلاعي .

وتوجد ثلاثة مداخل لتحديد عدد العوامل (Cattell, 1965) هي :



## ١ - المدخل الرياضى :

قيمة الاشتراكيات التى توضع فى قطر مصفوفة الارتباط تحدد رتبة المصفوفة . وحيث أننا نرغب فى التوصل للاشتراكيات التى تقل رتبة المصفوفة ، فإن الاقتراح بوضع مربع معامل الارتباط المتعدد للمتغير مع المتغيرات الأخرى يؤدى الى أقل رتبة ممكنة للمصفوفة ، لأن مربع الارتباط المتعدد يمثل الحد الأدنى للاشتراكيات . واستخدام هذا المدخل عليه اعتراض منطقي وهو أننا لا نهدف الى تقليل عدد العوامل ، وإنما نهدف الى معرفة عدد العوامل ذاتها التى تتضمنها مصفوفة الارتباط . ولذلك فإن البحث يكون عن أفضل تقدير ممكن للعدد الفعلى للعوامل التى تدل عليها البيانات المستخدمة .

## ٢ - المدخل الاحصائى :

ويهتم هذا المدخل بالتوصل الى أفضل موائمة ممكنة فى ضوء الاحتمالات والذى يعتمد بدوره على حجم العينة وعدد المتغيرات . وتوجد عدة طرق لهذا المحك والتي قدمها كل من بارتلت عام ١٩٥١ ، بيرت عام ١٩٥٢ ، لاولى عامى ١٩٤٠ ، ١٩٥٦ ، رار عام ١٩٥٢ وغيرهم . وقد ركزوا فى هذا المدخل على التطبيقات الفعلية للتحليل العاظمى . فاستخدام طريقة Maximum Likelihood تعد طريقة لكشف التغير الآنى Simultaneous أو المزدوج لعدد العوامل والاشتراكيات معا للتوصل الى ما يلائم مصفوفة الارتباط الأصلية عند مستوى دلالة مناسب . ويجب الحذر من الافتراض بأن عملية استخراج العوامل تتوصل فى البداية الى عوامل خالية من الخطأ وبعبارة أخرى عوامل الخطأ . لأن تباین الخطأ يظهر منذ البداية مع التباين الحقيقى ، وعدد تدوير العوامل يتم تدوير تباین الخطأ الى عوامل للخطأ . وعادة تظل نسبة تباین الخطأ ثابتة ولا نستطيع عزل تباین الخطأ دون فقد جزء من التباين الحقيقى إذا توقفنا مبكراً عن استخراج عوامل إضافية .

## ٣ - مدخل التكوين العاظمى :

من المؤلف أن المصادر التى تؤثر فى تباین عدة متغيرات قد يزيد على عدد المتغيرات ذاتها . وحيث أن رتبة المصفوفة لا تزيد عن درجتها ، فإننا لا نستطيع تجاهل الموقف الفعلى الذى يحاول النموذج العاظمى موائمته . فإذا وافق عالم الرياضيات على ٣٠ عامل مستخرجة من ٨٠ متغير تؤثر على أداء ١٠٠ من الافراد ، وإذا قسنا متغيرين عند فردين فقط بعد ذلك ، فلا يزال هناك ٣٠ عاملاً

تؤثر على الأداء وليس المتغيرين . ولذلك فإن الهدف هو التوصل الى العوامل التي يسمح بها المدخل الرياضي ثم نصنفها الى عوامل حقيقية وعوامل للخطأ .

وأحيانا تكون العوامل الحقيقية بعضها مهم والبعض الآخر بسيط ولا يفسر شئ يذكر . فعدد العوامل الممكنة في المصفوفة قد يساوي عدد المتغيرات (ن) ، ولكننا لا نستطيع التعامل مع هذا العدد الكبير للعوامل . ويكون الأقل في التوصل إلى قيم جيدة للاشتراكيات تؤدي إلى تقارب الخطأ ، وعليه يجب التوقف عند عدد من العوامل  $\frac{n}{p}$  . وفي معظم البحوث قد يكون عدد العوامل  $\frac{n}{p}$  عدداً كبيراً يتضمن عوامل بسيطة وعوامل للخطأ .

ويبدو من العرض السابق للمداخل الثلاثة أن تقدير عدد العوامل أمر ذاتي بدرجة كبيرة ، وذلك لعدم معرفة رتبة المصفوفة أو القيم الحقيقية للاشتراكيات . وقد يجري باحث تحليلاً عاملياً لعدد من المتغيرات ويستخرج منه عدداً من العوامل ، ثم يقرر تغيير عدد العوامل إلى عدد أقل ، وربما يتوصل إلى عدة حلول للعوامل التي تتضمنها مصفوفة الارتباط . ويستطيع الباحث تبرير هذه الحلول المختلفة بأنها تؤدي إلى تكوين قابل للتفسير أو غير ذلك من التبريرات مثل ثبات العوامل أو البعد عن عوامل الخطأ ، وكل هذه التبريرات أو بعضها قد يكون صحيحاً . وعليه فإن تقدير عدد العوامل التي تتضمنها مصفوفة الارتباط بين مجموعة من المتغيرات يعتمد على ذاتية الباحث .

وقد يرى البعض أن الحل الصحيح لتحديد عدد العوامل هو استخراج العوامل التي لا يقل جذرها الكامن Eigenvalue عن الوحدة ، وهو الحل الذي قدمه هوتلينج Hotelling . ويقوم هذا الحل على إفتراض أنه لايجوز استخراج عاملاً يحتوى على تباين أقل من تباين متغير واحد . ومع أن هذا الحل مقبول إلا أنه يؤدي إلى عدد كبير أيضاً من العوامل .

أما الحل الثاني الذي يلقى تأييداً كبيراً الآن هو الاعتماد على نظرية معينة أو دراسات سابقة أو كليهما في تحديد عدد العوامل . وهذا ما يحدث في التحليل العاملى التوكيدي . حيث يحدد الباحث عدداً من العوامل معتمداً على أسس نظرية أو بحثية سابقة ويتوصل بعد ذلك إلى مدى ملاءمة النتائج مع ما هو مفترض .



## تدوير العوامل : Factor Rotation

بعد اجراء التحليل العاُملي والتوصل الى العوامل وتشبعاتها ، يأتي دور المرحلة الثانية التي تستلزم تدوير المحاور إلى موقع آخر ( كما وضحنا في مثال رقم ٢ ) يساعد في تفسير العوامل . وقد أشار هارمان إلى العوامل الناتجة بعد التدوير بأنها عوامل مستنتجة . وتوجد طرق متعددة للوصول الى العوامل المستنتجة ، وجميع هذه الطرق تتضمن وضع المحاور في موضع يتحدد من خصائص تشكيل متجهات المتغيرات . وفي بدايات تاريخ التحليل العاُملي كان يتم التدوير بوضع تشبعات كل عاملين على صفحة مستقلة ، وتقدير الزاوية بينهما ثم تدوير المحاور بمقدار هذه الزاوية أما الآن فقد تم التوصل الى طرق أخرى تحليلية لتدوير العوامل كبديل للطريقة الهندسية .

والقصد من عملية تدوير العوامل هو التوصل الى تشكيل ( تكوين ) مناسب للعوامل له معنى ويمكن تفسيره ، وتوجد طرق مختلفة للتدوير يمكن أن ينتج عنها تشكيلات عاملية مختلفة وغير مخالفة لأي إفتراضات رياضية أو إحصائية . بمعنى أنه توجد عدة طرق إحصائية متكافئة للتوصل الى الأبعاد المتضمنة في البيانات المستخدمة في التحليل .

وعدم تحديد طريقة واحدة لتدوير العوامل يعد مشكلة أخرى في استخدام التحليل العاُملي . فقد نتوصل طريقة للتدوير الى تكوين عاملي مختلف عن طريقة أخرى ، وليست كل التكرينات العاملية التي نتوصل اليها لنفس البيانات مرتبطة بمعان نظرية معينة . وهنا تكمن المشكلة في إختيار طريقة للتدوير تساعد في تفسير العوامل الناتجة . حيث أننا نرغب في إختيار الطريقة الجيدة التي تؤدي الى حل يحقق الأسس المنطقية النظرية والعملية لموضوع البحث .

وتوجد طريقتان أساسيتان لتدوير العوامل هما : التدوير المتعامد Orthogonal والتدوير المائل Oblique . وكل من الطريقتين تحاول التوصل الى تكوين عاملي بسيط وله معنى . فالعوامل المتعامدة يسهل التعامل معها وتفسيرها لأنها مستقلة عن بعضها البعض ، أما العوامل المائلة فهي أكثر ملاءمة للواقع الفعلي وذلك لتداخل المتغيرات في الموقف الواحد وصعوبة تفسيره بعوامل مستقلة . ولا يوجد أساس علمي لتفضيل طريقة تدوير على الأخرى ، وإنما أساس التفضيل هو الطبيعة الخاصة لموضوع البحث .

وقد لخص هارمان ( Harman, 1967 ) القواعد التي وضعها ثرستون

لتدوير العوامل وهي :

١ - كل متغير في مصفوفة العوامل يكون تشبعه صفراً على عامل واحد على الأقل .

٢ - كل عامل من العوامل العامة يكون به عدد من التشبعات الصفرية مساو لعدد العوامل العامة .

٣ - لكل زوج من العوامل عدة متغيرات بعضها يتشبع على أحد العاملين والبعض الآخر على العامل الثاني .

٤ - لكل زوج من العوامل عدد كبير من المتغيرات لا تشبع عليهما وإنما تشبع على العوامل الأخرى

٥ - لكل زوج من العوامل عدد قليل من المتغيرات لها تشبعات على العاملين .  
وتستخدم هذه القواعد في أي طريقة من طرق التدوير المتعامد أو المائل وهي تركز على التشبعات الصفرية وغير الصفرية  
أ - التدوير المتعامد :

وهي تتضمن ثلاث طرق فرعية هي : كوارتيماكس Quartimax وفاريماكس Varimax واكريماكس Equimax، وفيما يلي توضيح لهذه الطرق :

١ - طريقة كوارتيماكس : وهي تهتم بتقليل تشبعات المتغيرات على العوامل بحيث ينشع المتغير مرتفعاً على عامل ومنخفضاً على العوامل الأخرى ، أي أنها تهتم بتبسيط تشبعات المتغيرات على العوامل . وتعتمد طريقة كوارتيماكس على تقليل مجموع مربعات حواصل ضرب تشبعات المتغيرات على العوامل . بمعنى أن محد  $\sum (b_{ij}^2)$  للمتغيرات في حالة عاملين تكون أقل ما يمكن . وحيث أن التدوير المتعامد لا يغير مجموع الاشتراكيات ( أي يظل ثابتاً ) . فإن تقليل مجموع مربعات حواصل ضرب تشبعات المتغيرات على العوامل ، يعني تكبير مربع مربعات تشبعات العوامل ( أي محد  $\sum b_{ij}^4$  ) . ويتم هذا إذا تشبع كل متغير على عامل ولم ينشع على العوامل الأخرى . وتميل هذه الطريقة إلى أن يكون العامل الأول عاملاً عاماً .

٢ - طريقة فاريماكس :

حيث أن طريقة كوارتيماكس تركز على تبسيط التشبعات في الصفوف (المتغيرات) ، فإن طريقة فاريماكس تركز على تبسيط التشبعات في الأعمدة (العوامل) (Kaiser, 1958) ففي طريقة كوارتيماكس يمكن لعدد من المتغيرات أن

تشبع مرتفعاً أو متوسطاً على عامل واحد ، أما طريقة فاريماكس فان التشبعات على العامل تكون واحد أو صفر . وحتى يحدث هذا التبسيط للتشبعات فان تباين مربعات التشبعات في كل عمود (عامل) يكون أكبر ما يمكن ، ولهذا سميت فاريماكس . وتعد هذه الطريقة تعديل لطريقة كوارنيماكس ، كما أن طريقة فاريماكس هي أكثر طرق التدوير المتعمد إستخداما .

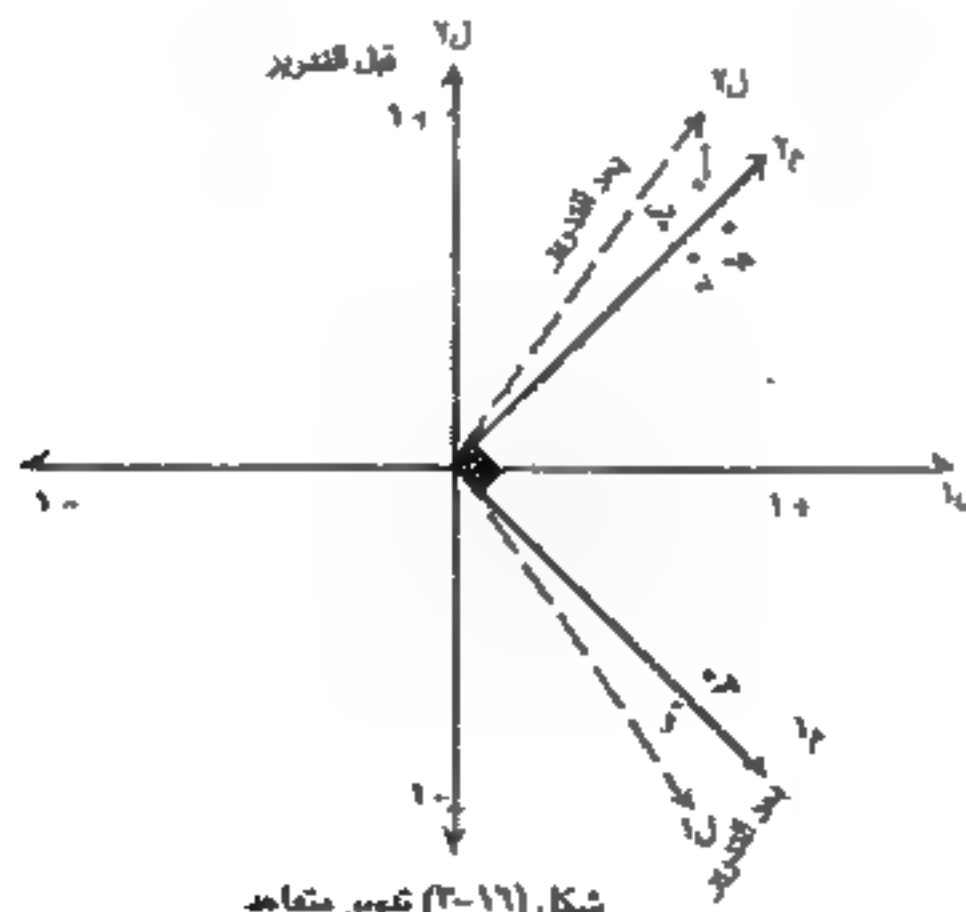
### ٣ - طريقة إكويماكس :

وهي تستخدم نفس الأسلوب المتبع في الطريقتين السابقتين ، وتحاول أن توازن بينهما ، بمعنى أنها تهتم بتبسيط تشبعات المتغيرات ( الصفوف ) وتبسيط تشبعات العوامل ( الأعمدة ) ، ولهذا سميت إكويماكس .

### ب - التدوير المائل :

وهي تعتمد أيضا على فكرة تبسيط التشبعات ، وتعطى للمتغيرات الحرية في التشبع على العامل القريب منها ، وهي تحاول تجميع كل عد من المتغيرات معا لتكوين عامل . ويمكن فهم هذه الطريقة هندسيا (كما سبق في شكل ١٦-٣) وتستخدم طريقة التدوير المائل فكرة تقليل حواصل ضرب تشبعات العوامل على المحاور الاسسية حتى يمكن تبسيط تشبعات العوامل قبل التدوير . وتسمح طريقة التدوير المائل للعوامل بالارتباط فيما بينها ، ويعتمد هذا الارتباط على البيانات المستخدمة ، ويحدد أو يختار الباحث الزوايا بين العوامل المائلة .

مثال (٣) : يوضح شكل (١٦-٣) تدوير متعامد لعاملين ل، ل<sub>٢</sub> ، ل<sub>٣</sub> يمثلان ستة متغيرات (أ، ب، ج، د، هـ، و) حيث يتضح أن تشبعات المتغيرات (أ، ب، ج) موجبة ومرتفعة على العاملين ل، ل<sub>٢</sub> قبل التدوير .



شكل (١٦-٣) تدوير متعامد

بينما المتغير (د) تشبعه موجب ومتوسط على كل من العاملين أيضا .

أما المتغيران (هـ، و) فتشبعاتهما موجبة ومتوسطة على العامل الأول (ل) وسالبة

ومتوسطة على العامل الثاني ( ل، ل<sub>٢</sub> ) .

كما يتضح من الشكل ( ١٦ - ٣ ) وجود تجمعين للمتغيرات حيث نلاحظ تقارب مجموعة المتغيرات ( أ ، ب ، ج ، د ) ، بينما المتغيرين ( د ، هـ ) يتجمعان معا . وإذا دورنا محوري العاملين فإن تشعبات المتغيرات على العاملين تتغير ويصبح بعضها مرتفعا على عامل ومنخفضا على العامل الآخر مما يسهل عملية تفسير العاملين ، كما أن مجموع الاشتراكيات الكلى لا يتغير .

جدول (١٦-٥)

تشعبات العوامل قبل وبعد التدوير

العوامل المتغيرات	قبل التدوير		بعد التدوير	
	ل	ل <sub>٢</sub>	ل	ل <sub>٢</sub>
أ	٠,٧٨	٠,٥٣	٠,١٥	٠,٩٥
ب	٠,٦٩	٠,٤٧	٠,١٠	٠,٨٣
ج	٠,٨١	٠,٤٢	٠,٢٢	٠,٩٠
د	٠,٦٧	٠,٣١	٠,١٩	٠,٧٢
هـ	٠,٧٥	٠,٤٥	٠,٨٦	٠,٢٠
و	٠,٦٥	٠,٤٢	٠,٧٥	٠,٢٧
الجزر الكائن	٣,١٧٥	١,١٥٣	١,٤١٩	٣,٠٣٣
نسبة التباين	٠,٥٢٩	٠,١٩٢		

ويتبين من الجدول ( ١٦ )

٥ - تشعبات المتغيرات على

العاملين بعد التدوير المتعامد ، حيث تتشعب المتغيرات أ ، ب ، ج ، د تشعبا مرتفعا على العامل الثاني ، ومنخفضا على العامل الاول . بينما يتشعب المتغيران هـ ، و تشعبا مرتفعا على العامل الاول ومنخفضا على العامل الثاني . كما نلاحظ أن التشعبات السالبة للمتغيرين هـ ، و على العامل الثاني أصبحت موجبة بعد التدوير .

أما التدوير المائل

للعاملين ( ل، ل<sub>٢</sub> ) فيتضح في

الشكل ( ١٦ - ٣ ) من المحاورين ( م<sub>١</sub> ، م<sub>٢</sub> ) حيث يمثل كل منهما عاملا بعد التدوير المائل . ونلاحظ أن العامل الاول م<sub>١</sub> يمر وسط تجمع المتغيرات ( أ ، ب ، ج ، د ) بينما العامل الثاني م<sub>٢</sub> يمر بين المتغيرين ( هـ ، و ) .

## درجات العوامل : Factor Scores

ذكرنا أن تشبعات المتغيرات على العوامل هو أوزان معيارية ومجموع مربعاتها ( أفقيا ) يساوي اشتراكيات المتغير المعنى . وتكون العلاقة بين المتغير الأول في صورته المعيارية والعوامل ( ك ) هي :

$$ذ_1 = ب_{11} ل_1 + ب_{12} ل_2 + ..... + ب_{1n} ل_n + ب_{1p}$$

وهي معادلة انحدار المتغير الأول على العوامل ( كمذبذبات ) ، وبالمثل معادلات المتغيرات الأخرى تكون مشابهة لهذه المعادلة .

كما أن العلاقة بين العامل والمتغيرات هي أيضا علاقة خطية وتعنى أنه يمكن التنبؤ بدرجات العامل من المتغيرات ، وتكون تشبعات المتغيرات على العوامل هي أيضا أوزان معيارية ومجموع مربعاتها ( رأسيا ) يساوي الجذر الكامن Eigenvalue للعامل . وتكون معادلة العامل الأول مع عدد ( ن ) من المتغيرات هي :

$$ل_1 = ب_{11} ذ_1 + ب_{12} ذ_2 + ..... + ب_{1n} ذ_n$$

وتستخدم هذه المعادلة في حساب الدرجات المعيارية للعامل الأول وبالمثل درجات العامل الثاني تحسب من المعادلة :

$$ل_2 = ب_{21} ذ_1 + ب_{22} ذ_2 + ..... + ب_{2n} ذ_n$$

ويتطابق هذه المعادلات على المثال ( ٣ ) فان :

$$ل_1 = ٠,١٥ ذ_1 + ٠,١٠ ذ_2 + ٠,٢٢ ذ_3 + ٠,١٩ ذ_4 + ٠,٨٦ ذ_5 + ٠,٧٥ ذ_6$$

$$ل_2 = ٠,٩٥ ذ_1 + ٠,٨٣ ذ_2 + ٠,٩٠ ذ_3 + ٠,٧٢ ذ_4 + ٠,٢٠ ذ_5 + ٠,٢٧ ذ_6$$

ويتم حساب درجات العوامل باستخدام الدرجات المعيارية للمتغيرات .

وتعتمد برامج التحليل العنقري الاستطلاعي في مجموعة برامج Spss على استخدام هذا الأسلوب في حساب درجات العوامل .

وأحيانا يقوم بعض الباحثين عند حساب درجات العوامل باستخدام الأوزان ( التشبعات ) التي تساوي ٠,٣ أو أكثر وإهمال الأوزان ( التشبعات ) الأقل من ٠,٣ وبعد هذا الإجراء ذاتي ( وغير صحيح ) ويعنى تقدير متحيز لدرجات العوامل ، ويؤدي هذا إلى وجود علاقات بين درجات العوامل المتعامدة والتي من المفترض أنها مستقلة عن بعضها البعض خاصة عند استخدام التدوير المتعامد .

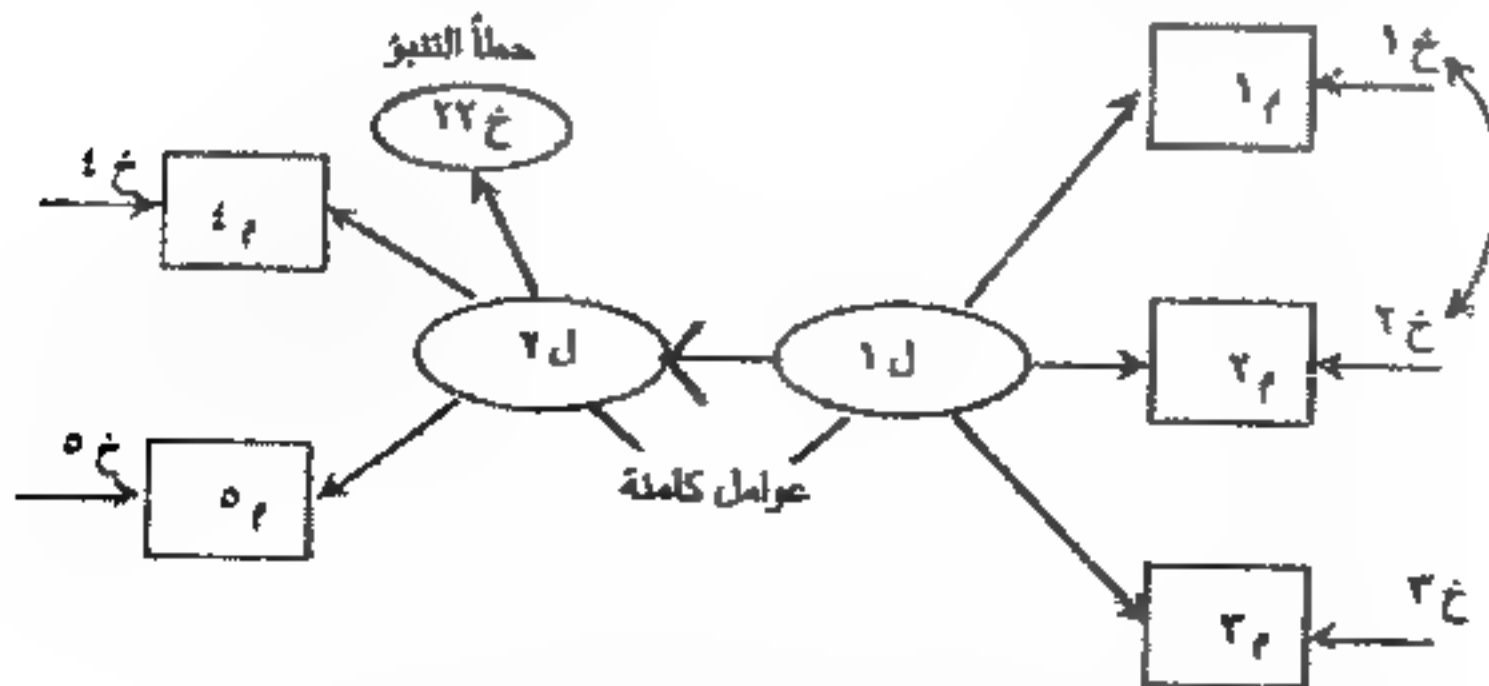
### التحليل العائلي التوكيدي : Confirmatory Factor Analysis (CFA)

يهتم التحليل العائلي التوكيدي باستخدام بيانات مجموعة من المتغيرات لاختبار صحة تكوين معين يعتمد على معرفة سابقة نظرية أو بحثية ، بمعنى أنه يبدأ بتصور لتكوين معين يجمع بين المتغيرات المستخدمة في التحليل ، ويحاول التأكد من صحة هذا الافتراض ، ويوضح الصلة المفترضة بين المتغيرات وتكوينها العائلي . وهو بذلك يضع تحديدا مسبقا للعوامل ونظاما للعلاقات أو الصلة بينها وبين المتغيرات ، ثم يحاول مطابقة النموذج المقترح مع البيانات المستخدمة . وبالطبع لا يكون التطابق تاما بين النموذج المقترح والبيانات وإنما يكون هناك جزء للخطأ يدل على الانحراف عن النموذج .

وفيما يلي مقترح للعلاقات بين خمس متغيرات مقبوس من بيرني (1994)

(Byrne, 1994 : 7-11)

ويفترض النموذج المقترح في الشكل ( ١٦ - ٤ ) وجود خمسة متغيرات محددة بمربعات ، وعاملين ( ١ ، ٢ ) محددة بدوائر قطع ناقص وخطأ للتنبؤ بالعامل الثاني ( ٢ ) هو ( ٢ ) ، كما توجد أخطاء بالمتغيرات الخمسة ( ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ) وتعدل الاسهم على معاملات الانحدار ، وأثر كل متغير على الآخر ويتضح من الشكل أن المتغيرات ١ ، ٢ ، ٣ متصلة بالعامل الأول ( ١ ) وهو المسبب لهذه المتغيرات ( حيث يشير اتجاه السهم من العامل الى المتغيرات ) وكذلك العامل الثاني ( ٢ ) هو المسبب للمتغيرين ( ٤ ، ٥ ) . كما يتضح أن العامل ١ يؤثر على العامل ٢ . ويدل السهم ذو الاتجاه الواحد على تأثير متغير على آخر ، أما إذا كان السهم يشير في الاتجاهين فإنه يدل على علاقة ارتباطية .



شكل (١٦-٤) نموذج لمبار العلاقات المفترضة بين المتغيرات

وتذكر بيرنى أن بنتلر -ويكس Bentler- Weeks قدما نظاما لتمثيل المتغيرات يعتمد على تقسيمها الى مستقلة وتابعة . فكل متغير يشير إليه سهم فى إتجاه واحد هو متغير تابع ، وإذا لم يصل إليه سهم بإتجاه واحد يعد متغيرا مستقلا . وبالطبع المتغير التابع تفسره متغيرات أخرى فى النموذج ، أما المتغيرات المستقلة فتقوم بدور التفسير للمتغيرات التابعة . ويتضح من الشكل أن السهم أحادى الإتجاه يربط العوامل مع المتغيرات ، وكذلك السهم من (ل) الى (ل) ، وهى تدل على معاملات انحدار حسب إتجاه السهم .

وتفسير إتصال الأخطاء بمتغيراتها يدل على أن الخطأ متضمن فى التنبؤ بمتغير من متغير آخر ، وعليه تعد الأخطاء معلومة ومحددة بمعامل انحدار يساوى الوحدة . فمثلا فى الانحدار البسيط يكون التنبؤ بالمتغير الاول (م) من العامل الاول (م) يمكن كتابته على الصورة

$$م = ب١ ل١ + خ١$$

حيث ب١ هى معامل الانحدار المعيارى ( بيتا ) ، وقيمتها غير معلومة ، أما خ١ فهو خطأ التنبؤ بالمتغير الاول ، لاحظ أن معامل خ١ هو الوحدة وعليه فان الوزن ( بيتا ) المرتبط بالخطأ لا يتم حسابه ونفترض أنه يساوى الوحدة .

وبالمثل التنبؤ بالعامل (ل) من العامل (ل) يمكن كتابته على الصورة

ل = ب٢ ل١ + ب٢ خ١ حيث ب٢ تدل على خطأ التنبؤ بالعامل (ل) ، وحيث أن هذا التنبؤ بعامل من عامل آخر ، وهو مختلف عن التنبؤ بمتغير من عامل وبذلك فان الخطأ الاول (خ١) يختلف عن الخطأ (خ٢) .

ويمكن ترجمة النموذج المقترح فى الشكل ( ١٦ - ٤ ) الى معادلات إنحدار كما يلى :

$$م = ب١ ل١ + خ١ \quad م = ب٢ ل٢ + خ٢$$

$$ل = ب٣ ل١ + خ٣ \quad ل = ب٤ ل٢ + خ٤$$

$$م = ب٣ ل١ + خ٣ \quad وكذلك \quad ل = ب٤ ل٢ + خ٤$$

وعلى الرغم من سهولة ترجمة شكل ( ١٦ - ٤ ) الى معادلات انحدار ، إلا أنها لا تشير إلى تباينات المتغيرات المستقلة ( ل١ ، ل٢ ) هى معالم فى النموذج ، وهامة فى وضع المعادلات وفى اجراء التحليل كله .



## نموذج عوامل الدرجة الاولى في التحليل التوكيدي :

## First-order CFA Model

يركز التحليل العاُملي التوكيدي على العلاقات بين المتغيرات والعوامل . وقد وضعنا نموذج للعلاقات بين خمسة متغيرات يمثلها عاملين ( ١ ، ٢ ) ، ويتضح من النموذج أن العاملين من الدرجة الأولى ، لأنهما مسؤولان عن المتغيرات ولا توجد عوامل أخرى مسئولة عن هذين العاملين .

ويمكن عرض نماذج التكوين العاُملي في مجموعة من معادلات الانحدار ، والتي تدل على عوامل الدرجة الاولى . وفيما يلي نعرض مثالا لذلك مقتبس من بيرني ( Byrne, 1994 : 13 - 17 )

نفترض أن لدينا نموذج رباعي عن مفهوم الذات ، وكل عامل من العوامل الاربعة تم قياسه بثلاثة متغيرات . فإذا كانت العوامل الاربعة هي : مفهوم الذات الأكاديمي ، ومفهوم الذات الاجتماعي ، ومفهوم الذات البدني ، ومفهوم الذات الوجداني . فإن تمثيل هذا النموذج يوضحه الشكل ( ١٦ - ٥ ) .

ويتضح من الشكل وجود معاملات إنحدار محددة قيمتها بالوحدة ، حيث يدل العدد ( ١ ) بالشكل على معاملات الانحدار المحددة للاخطاء وبين كل عامل وأول متغير مرتبط به . وهذه القيم مرتبطة بالنموذج الذي قدمه بلنتر - ويكس ولتسهيل تقدير معالم النموذج المقترح . فإذا توصلنا إلى حل واحد لقيم معالم النموذج ، فيصبح النموذج قابلاً للاختبار . أما إذا لم نستطع تحديد النموذج فتكون معالمه موضع نقديرات متحيزة . أي أنه قد توجد قيما مختلفة لمعالم نفس النموذج ، مما يعني أن التوصل إلى قيم لكل المعالم غير ممكن ، ويصبح النموذج غير قابل للتقويم التجريبي .

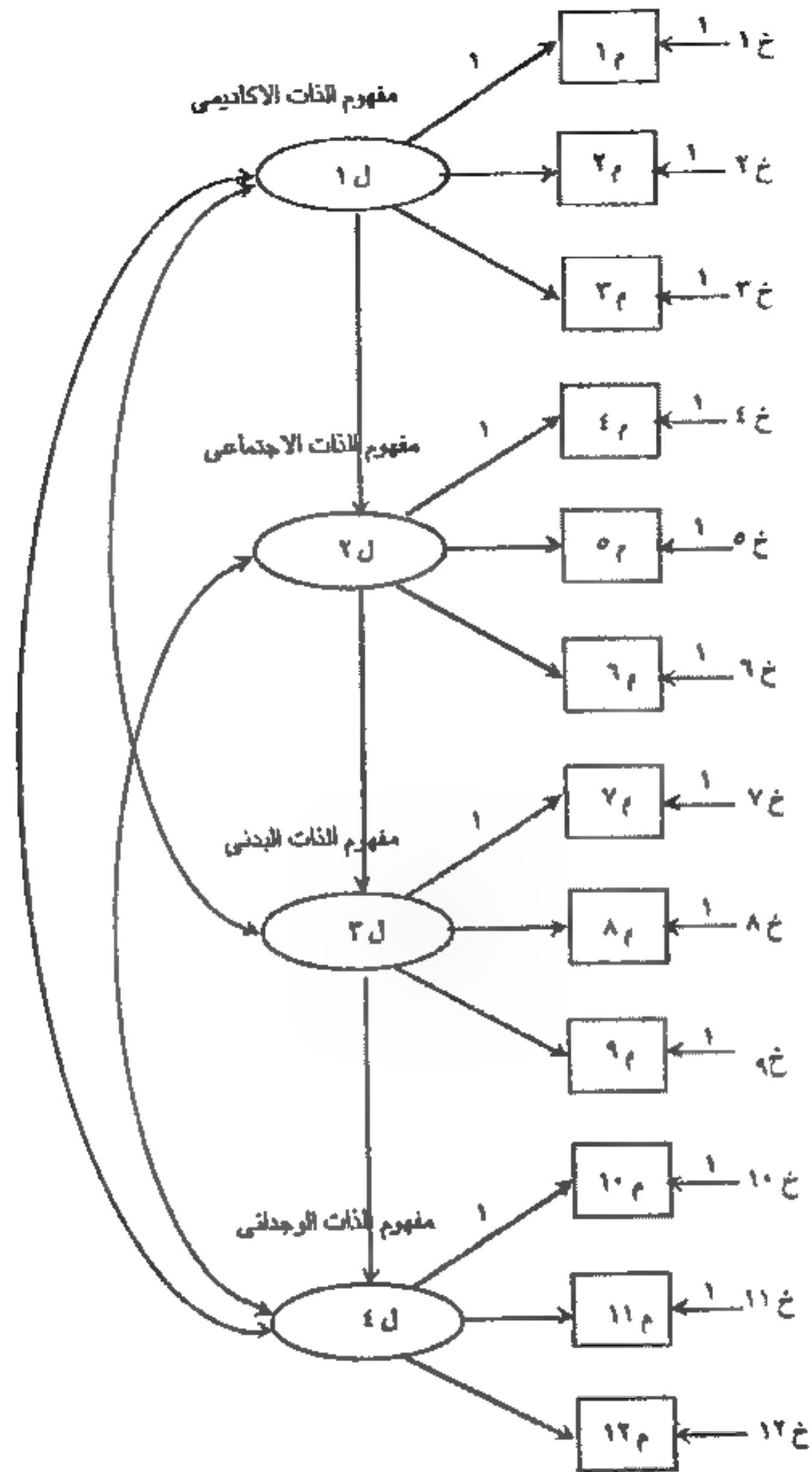
وتوجد ثلاثة احتمالات لتحديد النموذج وهي :

تحديد واضح Just-identified وتحديد أكثر من اللازم Over-identified ،

وتحديد أقل من اللازم Under - identified

والنموذج المحدد تحديداً واضحاً هو الذي يتضمن تناظراً أحادياً بين البيانات ومعالم التكوين . بمعنى أن عدد تباينات المتغيرات يساوي عدد المعالم المعقدة أو المطلوب تقديرها . وعلى الرغم من قدرة النموذج على التوصل إلى حل وحيد لكل معالمه ، فيكون النموذج المناسب غير دال علمياً لعدم وجود درجات حرية ، ومن ثم لا يمكن رفضه .





شكل (١٦-٥) نموذج لعوامل درجة أولى مقترحة  
عن التحليل العاملي التوكيدي

أما النموذج المحدد أكثر من اللازم فهو الذى يكون عدد معالمه المقدرة أقل من عدد تباينات المتغيرات ، ويؤدى هذا الموقف الى درجات حرية موحبة تسمح باختبار النموذج ، وتوضيح مدى مطابقته للبيانات .

بينما النموذج المحدد أقل من اللازم يكون عدد معالمه المقدرة أكثر من عدد تباينات المتغيرات ، وفى هذه الحالة يحتوى النموذج على معلومات غير كافية (من وجهة نظر البيانات) للتوصل الى حل مجدد لتقدير المعالم ، مما يؤدى الى حلول عديدة ( لا نهائية) .

وعدد تباينات المتغيرات  $= \frac{n(n+1)}{2}$  ، وفى حالة ١٢ متغير ( شكل ١٦ - ٥ )

$$\text{فان عدد التباينات} = \frac{12(1+12)}{2} = 78 .$$

وعدد المعالم المطلوب تقديرها فى النموذج المقترح هى : ٨ معاملات انحدار ( بين العوامل والمتغيرات ) ، ٤ تباينات للعوامل ، ٦ تغايرات للعوامل (علاقات بين العوامل) ، ١٢ للخطأ فيكون المجموع = ٣٠ ، وهو أقل من عدد تباينات المتغيرات . وعليه يكون تحديد النموذج أكثر من اللازم بدرجات حرية  $78 - 30 = 48$  .

والتحديد الزائد للنموذج أمر هام لكنه غير كاف لحل مشكلة التحديد ، أما وضع قيود على معالم النموذج يمكن أن تفيد فى مساعدة الباحث فى التوصل الى النموذج الأكثر تحديدا . وأحد هذه القيود هى المرتبطة بالخطاء حيث أننا نحدد معاملات انحدارها بالوحدة ثم نحسب تبايناتها ، أو يمكن أن نحدد التباينات بالوحدة ثم نقدر معاملات الانحدار . أما عدم وضع قيود على المعاملات أو التباينات فإنه يؤدى الى نموذج أقل تحديدا ولا نستطيع تقدير كل معالمه . كما أننا لا نستطيع تقييد بعض تشعبات العوامل بقيمة محددة .

وفى النموذج المقترح ( شكل ١٦ - ٥ ) نحدد بعض معاملات الانحدار بين مفهوم الذات الاكاديمى والمتغيرات الثلاثة ، والبديل لهذا التحديد هو أن نضع تباين العامل مساويا للوحدة ( فى حالة المتغيرات المستقلة فقط ) ثم نقدر تشعبات العامل . ومن المهم ملاحظة أن المتغيرات التابعة لا يمكن تحديدها بهذه الطريقة لأن تبايناتها ليست معالم فى النموذج .

وتكون معادلات مفهوم الذات الاكاديمى مثلا فى النموذج هى :

$$١٢ = ١٠ + ١٢$$

$$١٣ = ١٠ + ١٣$$

$$١٤ = ١٠ + ١٤$$

وبالمثل معادلات مفهوم الذات الاجتماعي ، والبدني ، والوجداني ، حيث يوجد في المعادلات تقييد لمعامل انحدار المتغير الاول ( لكل عامل ) بقيمة تساوي الوحدة .

ويتم اجراء التحليل لحساب قيم المعالم ( بيتا ) .

نموذج عوامل الدرجة الثانية في التحليل التوكيدي :

### Second-order CFA Model

يوجد في النموذج السابق أربعة عوامل تعد متغيرات مستقلة وكل منها يعد مستوى واحد يدل عليه اتجاه السهم . وهذه العوامل هي عوامل الدرجة الاولى . وقد ترى النظرية القائم عليها النموذج وجود عوامل من درجة أعلى تكون مسئولة عن المتغيرات . واتجاهات الاسهم من العوامل الى المتغيرات تحدد إذا ما كان نموذج التكوين يتضمن عوامل من درجة أعلى من الدرجة الاولى .

وتشير العلاقات بين العوامل الاربعة في شكل ( ١٦ - ٥ ) والتي تدل عليها اتجاهات الاسهم ، إلى وجود عوامل من الدرجة الثانية . ولذلك فقد اقترحت بيرني وجود عامل آخر من الدرجة الثانية مسئول عن العوامل الاربعة وهو مفهوم الذات العام . ولذلك يمكن إضافة هذا العامل ( مفهوم الذات العام ) وتخرج منه أسهم الى العوامل الأربعة في النموذج المقترح . وبعد هذا العامل من الدرجة الثانية ولا يرتبط بالمتغيرات مباشرة ، وإنما علاقته تكون بعوامل الدرجة الاولى الأربعة والتي ترتبط مباشرة بالمتغيرات .

ويتضمن النموذج في هذه الحالة أسهم من عامل مفهوم الذات العام الى العوامل الاربعة ، ثم أسهم من العوامل الاربعة الى متغيراتها . ويعني هذا أن العوامل الاربعة تعد متغيرات مستقلة وتابعة في نفس الوقت . ويدل هذا أيضا على أن تبانيات العوامل الاربعة لا تعد معالم في النموذج ، لأنها أصبحت متغيرات تابعة ومسئولة من عامل الدرجة الثانية . وتدل الاسهم من عامل الدرجة الثانية الى عوامل الدرجة الاولى على مسارات الانحدار ، أو تشبعات عامل الدرجة الثانية والتي يجب تقديرها من التحليل .

والنتيجة بعوامل الدرجة الأولى من عامل الدرجة الثانية يصاحبه أخطاء مرتبطة بعوامل الدرجة الأولى . ولأن تباينات هذه الأخطاء مهم فيمكن تحديد قيمة أوزان الأخطاء بالوحدة ( كما حدث مع أخطاء المتغيرات ) .

والخطوة الأولى لتحديد عامل الدرجة الثانية ، هي حساب عدد المعالم المطلوب تقديرها وهي : ٨ معاملات انحدار من الدرجة الأولى ، ٤ معاملات انحدار من الدرجة الثانية ، ١٢ تباينات أخطاء القياس ( للمتغيرات ) ، ٤ للأخطاء المرتبطة بعوامل الدرجة الأولى ويكون المجموع = ٢٨ . وحيث أن عدد تباينات المتغيرات هو ٧٨ ، فإن النموذج يتحدد بدرجات حرية = ٧٨ - ٢٨ = ٥٠

ثم نجرى التحليل لحساب معالم النموذج واختبار مدى مطابقته للبيانات المتاحة .

ويجب التنويه بأنه قد توجد نماذج معقدة بها عدد من تكوينات العوامل الكاملة التي لا نستطيع رؤيتها منفصلة . فعلى الرغم من إمكانية تحديد عوامل الدرجة الأولى في النموذج ( باستخدام البيانات ) فقد تكون عوامل الدرجة الثانية أقل تحديداً ويصعب التوصل إليها . أما النموذج السابق عرضه عن مفهوم الذات حيث افترضنا وجود أربعة عوامل وتبايناتها هي  $4 \times 5 \div 2 = 10$  ، والمطلوب تقدير ٨ معالم انحدار من الدرجة الأولى ، فيبقى لنا درجتى حرية تجعل النموذج أكثر تحديداً ويمكن اختباره .

وإذا فرضنا وجود عاملين فقط من الدرجة الأولى فإن عدد التباينات =  $2 \times 3 \div 3 = 3$  ، وعدد المعالم المطلوب تقديرها هي أربعة ، وبالتالي فلا نستطيع اختبار النموذج إلا إذا وضعنا قيوداً عليه . ومعنى هذا أن الباحث يضع نموذجاً في ضوء فكرة إمكانية اختبار بناء على درجات الحرية .

## المراجع

- ١- أحمد عبادة سرحان : طرق التحليل الإحصائي، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦٨.
- ٢- السيد محمد خيرى : الإحصاء فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية (ط ٤)، دار النهضة العربية، القاهرة، ١٩٧٠.
- ٣- رجاء أبوعلام : مدخل الى مناهج البحث التربوي، مكتبة الفلاح، الكويت، ١٩٨٩.
- ٤- صلاح أحمد مراد : المقارنات المتعددة للمتوسطات، مجلة كلية التربية، جامعة المنصورة، العدد الرابع، ١٩٨١، ٥٧-٨٨.
- ٥- صلاح أحمد مراد : القياس النفسى والإحصاء، قسم علم النفس التربوي، كلية التربية جامعة المنصورة، ١٩٩٢.
- ٦- صلاح الدين سلام : الاساليب الإحصائية الاستدلالية البارامترية واللابارامترية، دار الفكر العربى، القاهرة، ١٩٩٣.
- ٧- صفوت فرج : الإحصاء فى علم النفس (ط ٢)، دار النهضة العربية، القاهرة، ١٩٨٥.
- ٨- فؤاد أبو حطب، آمال صادق : مناهج البحث وطرق التحليل الإحصائي، الانجلو المصرية، القاهرة، ١٩٩١.
- ٩- فؤاد البهى السيد : علم النفس الإحصائي وقياس العقل البشرى، دار الفكر العربى، القاهرة، ١٩٧٨.
- ١٠- محمود عبد الحليم منسى : الإحصاء الوصفى والاستدلالي فى العلوم النفسية والتربوية، مكتبة الفلاح، الكويت، ١٩٨٦.
- ١١- محمود السيد أبو النيل : الإحصاء النفسى والاجتماعى والتربوي، دار النهضة العربية، القاهرة، ١٩٨٧.
12. Backham, D.X Mayas, J. Aspects of educational technology, vol. V. England : Pitman, 1971.
13. Box , G. E. P. Some theorems on quadrative forms applied in the study of analysis of variance problem† I : Effect of inequality of variance in the one-way classification : Annals of Math. Statistics, 1954 , 25 , 290 - 302 .

14. Byrne , B. M. Structural equation modeling with EQS and EQS-  
Windows . London : SAGE, 1994.
15. Cattell, B. C. Factor analysis : An introduction to essentials .  
Biometrics, 1965, 21, 190 - 215 .
16. Cohen, J. Statistical power and analysis for the behavioral sci-  
ences (2<sup>nd</sup> ed.) Hillsdale, N. J. : Lawrence Erlbaum  
Associates, 1988 .
17. David, F. N. Games, gods and gambling . N. Y. : Hafner, 1962 .
18. Duncan, O. D. Introduction to structural equation models . N. Y.  
: Academic press, 1975.
19. Edwards, A. L. Experimental design in Psychological research  
(3<sup>rd</sup> ed.) N. Y.: Holt, Rinehart and winston, 1968.
20. Ferguson, G. A. Statistical analysis in psychology and education  
N. Y. : Mc Graw Hill, 1971
21. Ferguson, G. A. & Takane, Y. Statistical analysis in psychology  
and education (6<sup>th</sup> ed.) N. Y. : Mc Graw Hill, 1989 .
22. Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. How to design and evaluate re-  
search in education (3<sup>rd</sup> ed.) N. Y. : Mc Graw Hill, 1996 .
23. Freund , R. J. & Wilson , W. J. Statistical methods (2<sup>nd</sup> ed.) N.  
Y. : Academic press, 1997.
24. Games, P. A. Multiple comparisons of means . AERJ , 1971 , 8  
, 531 - 565 .
25. Gibbons, J. D. Nonparametric methods for quantitative analysis.  
Newyork : Holt, Rinehart and Winston, 1976.
26. Glass, G. V. & Stanley, J. C. Statistical methods in education and  
psychology . Englewood Cliffs, N. J. : prentice Hall, 1970
27. Gronlund, N. E. How to Construct achievement tests (4<sup>th</sup> ed.) .  
Englewood Cliffs, N. J. : Prentice Hall, 1988.
28. Guilford, J. P. Fundamental statistics in psychology and educa-

- tion. New York : Mc Graw Hill, 1956 .
29. Haase, R. F. , Waechter, D. M. & Solomon, G. S. How significant is a significant difference ? Average effect size of research in Counseling psychology . Journal of Counseling Psychology, 1982, 29, 58 - 65 .
30. Hald, A. A history of mathematical statistics From 1750 to 1930, N. Y. : John Wiley & Sons, 1998 .
31. Harman , H. H. Modern Factor analysis . Chicago : university of Chicago press, 1967.
32. Harter, H. L. Error rates and sample sizes for rang tests in multiple compsrison . Biometrics , 1957 , 13 , 511 - 536 .
33. Hays, W. L. Statistics . New York : Holt , Rinehart and Winston , 1981 .
34. Hopkins, H. D. , Glass, G. V. & Hopkins , B. R. Basic statistics for the behavioral sciences. Boston : Allyn and Bacon, 1987 .
35. Huberty , C. J. Applied discriminant analysis . N. Y. : John Wiley & Sons , 1994
36. Huberty , C. J. & Mourad, S. A. Variable selection in discriminant analysis . AERA Annual meeting, San Francisco , CA, 1979 .
37. Huberty , C. J. & Mourad , S. A. Estimation in multiple correlation / prediction . Journal of Educational Measurement , 1980 , 40 , 101- 112 .
38. Kendall, M. G. Rank correlation methods (4<sup>th</sup> ed.) London : Charles Griffin & Company , 1970 .
39. Kenny , D. A. Statistics for the social and behavioral sciences . Boston : Little Brown & Company , 1987 .
40. Keppel, G. Design and analysis : A researcher handbook, Englewood Cliffs , N. J. : Prentice Hall, 1973.

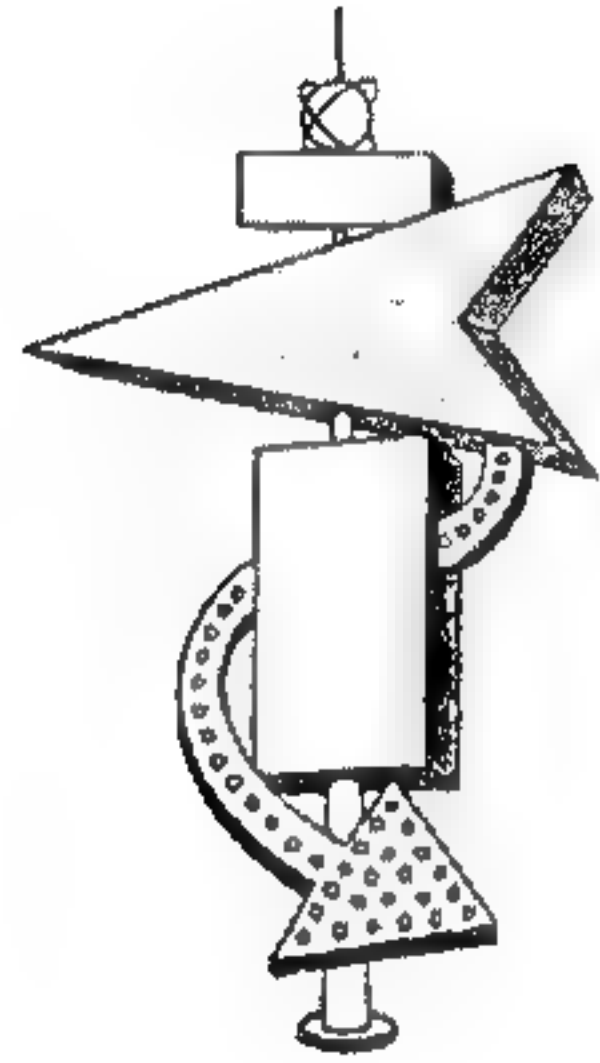


41. Kerlinger, F. N. & Pedhazur , E. J. Multiple Regression in behavioral research. N. Y. : Holt , Rinehart and Winston, 1973 .
42. Kiess, H. O. Statistical concepts for the behavioral sciences. Boston : Allyn and Bacon, 1989.
43. Kim, J. Factor analysis . In N. H. Nie et al. : Statistical Package for the Social Sciences (2<sup>nd</sup> ed.) N. Y. : Mc Graw Hill, 1975.
44. Kimble, G. A. How to use and misuse statistics. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice Hall, 1978.
45. Kramer, C. Y. Extension of multiple range tests to means with unequal numbers of replications. Biometrics, 1956, 12, 307 - 310
46. Linton, M. & Gallo, P. S. Jr. The practical statistician : Simplified handbook of statistics. Monterey, CA : Brooks Cole, 1975.
47. Milewski, E. G. The essentials of statistics I. Piscataway, N. J. : Research and education Association, 1996.
48. Milewski, E. G. The essentials of statistics II. Piscataway, N. J. : Research and education Association, 1996.
49. Mulaik, S. A. The foundation of factor analysis N. Y. : Mc Graw Hill, 1972.
50. Payne, D. A. Measuring and evaluating educational outcomes (2<sup>nd</sup> ed.) N. Y. : Maxwell Macmillan, Int., 1992 .
51. Pedhazur, E. J. & Schmelkin, L. P. Measurement Design, and analysis : An integrated approach. Hills dale, N. J. : Lawrence Erlbaum Associates, 1991.
52. Petrinovich, L. F. & Hardyek, C. D. Error rates for multiple comparison methods : Some evidence concerning the frequency of erroneous conclusions. Psychological Bulletin,



- 1969, 71, 43 - 54.
53. Scheffe, H. A. The analysis of variance. N. Y. : Wiley, 1959.
54. Shavelson, R. J. Statistical reasoning for the behavioral sciences (3<sup>rd</sup> ed.) . Boston : Allyn and Bacon, 1988 .
55. sirkin, R. M. statistics for the social Sciences. Thous and Oaks, London : SAGE, 1995 .
56. Warwick, P. V. Cononical correlation. In N. H. Nie etal. Statistical Pakage for Social sciences (2<sup>nd</sup> ed.) N. Y. : Me Graw Hill, 1975 .
57. Weinberg, S. L. & Goldberg, K. P. Basic Statistics for education and behavjoral sciences. Boston : Hughton Mifflin, 1979.
58. Winer, B. J. Statistical principles in experimental design (2<sup>nd</sup> ed.) N. Y. : Mc Graw Hill, 1971
59. Winer, B. J. , Brown, D. r. & Michels, K. m. Statistical principles in experimental design (3<sup>rd</sup> ed.) N. Y. : Me Graw Hill, 1991.
60. Wolfe, L. M. Strategies of path analysis. AERA , 1980 , 17 (2) , 183 - 209 .





الملاحق



ملحق رقم (١)  
جدول توزيع المنحنى الاعتنالى

الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى
صفر	٠.٥٠٠	٠.٢٣	٠.٥٩١	٠.٤٥	٠.٦٧٤	٠.٧٥٠	٠.٧٥٠
٠.٠١	٠.٥٠٤	٠.٢٤	٠.٥٩٥	٠.٤٦	٠.٦٧٧	٠.٧٥٢	٠.٧٥٢
٠.٠٢	٠.٥٠٨	٠.٢٥	٠.٥٩٩	٠.٤٧	٠.٦٨١	٠.٧٥٥	٠.٧٥٥
٠.٠٣	٠.٥١٢	٠.٢٥٣	٠.٦٠٠	٠.٤٨	٠.٦٨٤	٠.٧٥٨	٠.٧٥٨
٠.٠٤	٠.٥١٦	٠.٢٦	٠.٦٠٣	٠.٤٩	٠.٦٨٨	٠.٧٦١	٠.٧٦١
٠.٠٥	٠.٥٢٠	٠.٢٧	٠.٦٠٦	٠.٥٠	٠.٦٩١	٠.٧٦٤	٠.٧٦٤
٠.٠٦	٠.٥٢٤	٠.٢٨	٠.٦١٠	٠.٥١	٠.٦٩٥	٠.٧٦٧	٠.٧٦٧
٠.٠٧	٠.٥٢٨	٠.٢٩	٠.٦١٤	٠.٥٢	٠.٦٩٩	٠.٧٧٠	٠.٧٧٠
٠.٠٨	٠.٥٣٢	٠.٣٠	٠.٦١٨	٠.٥٢٤	٠.٧٠٠	٠.٧٧٣	٠.٧٧٣
٠.٠٩	٠.٥٣٦	٠.٣١	٠.٦٢٢	٠.٥٣	٠.٧٠٢	٠.٧٧٦	٠.٧٧٦
٠.١٠	٠.٥٤٠	٠.٣٢	٠.٦٢٦	٠.٥٤	٠.٧٠٥	٠.٧٧٩	٠.٧٧٩
٠.١١	٠.٥٤٤	٠.٣٣	٠.٦٢٩	٠.٥٥	٠.٧٠٩	٠.٧٨٢	٠.٧٨٢
٠.١٢	٠.٥٤٨	٠.٣٤	٠.٦٣٣	٠.٥٦	٠.٧١٢	٠.٧٨٥	٠.٧٨٥
٠.١٢٦	٠.٥٥٠	٠.٣٥	٠.٦٣٧	٠.٥٧	٠.٧١٦	٠.٧٨٨	٠.٧٨٨
٠.١٣	٠.٥٥٢	٠.٣٦	٠.٦٤١	٠.٥٨	٠.٧١٩	٠.٧٩١	٠.٧٩١
٠.١٤	٠.٥٥٦	٠.٣٧	٠.٦٤٤	٠.٥٩	٠.٧٢٢	٠.٧٩٤	٠.٧٩٤
٠.١٥	٠.٥٦٠	٠.٣٨	٠.٦٤٨	٠.٦٠	٠.٧٢٦	٠.٧٩٧	٠.٧٩٧
٠.١٦	٠.٥٦٤	٠.٣٨٥	٠.٦٥٠	٠.٦١	٠.٧٢٩	٠.٨٠٠	٠.٨٠٠
٠.١٧	٠.٥٦٧	٠.٣٩	٠.٦٥٢	٠.٦٢	٠.٧٣٢	٠.٨٠٢	٠.٨٠٢
٠.١٨	٠.٥٧١	٠.٤٠	٠.٦٥٥	٠.٦٣	٠.٧٣٦	٠.٨٠٥	٠.٨٠٥
٠.١٩	٠.٥٧٥	٠.٤١	٠.٦٥٩	٠.٦٤	٠.٧٣٩	٠.٨٠٨	٠.٨٠٨
٠.٢٠	٠.٥٧٩	٠.٤٢	٠.٦٦٣	٠.٦٥	٠.٧٤٢	٠.٨١١	٠.٨١١
٠.٢١	٠.٥٨٣	٠.٤٣	٠.٦٦٦	٠.٦٦	٠.٧٤٥	٠.٨١٣	٠.٨١٣
٠.٢٢	٠.٥٨٧	٠.٤٤	٠.٦٧٠	٠.٦٧	٠.٧٤٩	٠.٨١٦	٠.٨١٦

المساحة الدرجة المعيارية (د)	المساحة الدرجة المعيارية (د)	المساحة الدرجة المعيارية (د)	المساحة الدرجة المعيارية (د)	المساحة الدرجة المعيارية (د)	المساحة الدرجة المعيارية (د)	المساحة الدرجة المعيارية (د)	المساحة الدرجة المعيارية (د)
,٩٤٧	١,٦٢	,٩١٦	١,٢٨	,٨٧٢	١,١٤	,٨١٩	,,٩١
,٩٤٨	١,٦٣	,٩١٨	١,٢٩	,٨٧٥	١,١٥	,٨٢١	,,٩٢
,٩٤٩	١,٦٤	,٩١٩	١,٣٠	,٨٧٧	١,١٦	,٨٢٤	,,٩٣
,٩٥٠	١,٦٤٥	,٩٢١	١,٣١	,٨٧٩	١,١٧	,٨٢٦	,,٩٤
,٩٥١	١,٦٥	,٩٢٢	١,٣٢	,٨٨١	١,١٨	,٨٢٩	,,٩٥
,٩٥٢	١,٦٦	,٩٢٤	١,٣٣	,٨٨٣	١,١٩	,٨٣١	,,٩٦
,٩٥٣	١,٦٧	,٩٢٥	١,٣٤	,٨٨٥	١,٢٠	,٨٣٤	,,٩٧
,٩٥٤	١,٦٨	,٩٢٦	١,٣٥	,٨٨٧	١,٢١	,٨٣٦	,,٩٨
,٩٥٤	١,٦٩	,٩٢٨	١,٣٦	,٨٨٩	١,٢٢	,٨٣٩	,,٩٩
,٩٥٥	١,٧٠	,٩٢٩	١,٣٧	,٨٩١	١,٢٣	,٨٤١	١,٠٠
,٩٥٦	١,٧١	,٩٣١	١,٣٨	,٨٩٣	١,٢٤	,٨٤٤	١,٠١
,٩٥٧	١,٧٢	,٩٣٢	١,٣٩	,٨٩٤	١,٢٥	,٨٤٦	١,٠٢
,٩٥٨	١,٧٣	,٩٣٣	١,٤٠	,٨٩٦	١,٢٦	,٨٤٨	١,٠٣
,٩٥٩	١,٧٤	,٩٣٤	١,٤١	,٨٩٨	١,٢٧	,٨٥٠	١,٠٣٦
,٩٦٠	١,٧٥	,٩٣٦	١,٤٢	,٩٠٠	١,٢٨٢	,٨٥١	١,٠٤
,٩٦٠	١,٧٥١	,٩٣٧	١,٤٢	,٩٠١	١,٢٩	,٨٥٣	١,٠٥
,٩٦١	١,٧٦	,٩٣٨	١,٤٣	,٩٠٣	١,٣٠	,٨٥٥	١,٠٦
,٩٦٢	١,٧٧	,٩٣٩	١,٤٤	,٩٠٥	١,٣١	,٨٥٨	١,٠٧
,٩٦٢	١,٧٨	,٩٤١	١,٤٦	,٩٠٧	١,٣٢	,٨٦٠	١,٠٨
,٩٦٣	١,٧٩	,٩٤٢	١,٤٧	,٩٠٨	١,٣٣	,٨٦٣	١,٠٩
,٩٦٤	١,٨٠	,٩٤٣	١,٤٨	,٩١٠	١,٣٤	,٨٦٤	١,١٠
,٩٦٥	١,٨١	,٩٤٤	١,٤٩	,٩١١	١,٣٥	,٨٦٧	١,١١
,٩٦٦	١,٨٢	,٩٤٥	١,٥٠	,٩١٣	١,٣٦	,٨٦٩	١,١٢
,٩٦٦	١,٨٣	,٩٤٦	١,٥١	,٩١٥	١,٣٧	,٨٧١	١,١٣

المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	الدرجة المعيارية (ذ)	المساحة الكبرى	السرعة المعيارية (ذ)
.٩٩٤	٢,٥٢	.٩٨٩	٢,٢٠	.٩٨٠	٢,٠٦	.٩٦٧	١,٨٤
.٩٩٤	٢,٥٤	.٩٩٠	٢,٢١	.٩٨١	٢,٠٧	.٩٦٨	١,٨٥
.٩٩٥	٢,٥٥	.٩٩٠	٢,٢٢	.٩٨١	٢,٠٨	.٩٦٩	١,٨٦
.٩٩٥	٢,٥٦	.٩٩٠	٢,٢٢٦	.٩٨٢	٢,٠٩	.٩٦٩	١,٨٧
.٩٩٥	٢,٥٧	.٩٩٠	٢,٢٣	.٩٨٢	٢,١٠	.٩٧٠	١,٨٨
.٩٩٥	٢,٥٧٦	.٩٩٠	٢,٢٤	.٩٨٣	٢,١١	.٩٧٠	١,٨٨١
.٩٩٥	٢,٥٨	.٩٩١	٢,٢٥	.٩٨٣	٢,١٢	.٩٧١	١,٨٩
.٩٩٥	٢,٥٩	.٩٩١	٢,٢٦	.٩٨٣	٢,١٣	.٩٧١	١,٩٠
.٩٩٥	٢,٦٠	.٩٩١	٢,٢٧	.٩٨٤	٢,١٤	.٩٧٢	١,٩١
.٩٩٦	٢,٧٠	.٩٩١	٢,٢٨	.٩٨٤	٢,١٥	.٩٧٣	١,٩٢
.٩٩٧	٢,٨٠	.٩٩٢	٢,٢٩	.٩٨٥	٢,١٦	.٩٧٣	١,٩٣
.٩٩٨	٢,٩٠	.٩٩٢	٢,٤٠	.٩٨٥	٢,١٧	.٩٧٤	١,٩٤
.٩٩٩	٣,٠٠	.٩٩٢	٢,٤١	.٩٨٥	٢,١٨	.٩٧٤	١,٩٥
.٩٩٩	٣,٢٠	.٩٩٢	٢,٤٢	.٩٨٦	٢,١٩	.٩٧٥	١,٩٦
.٩٩٩٧	٣,٤٠	.٩٩٢	٢,٤٣	.٩٨٦	٢,٢٠	.٩٧٦	١,٩٧
.٩٩٩٩٨	٣,٦٠	.٩٩٣	٢,٤٤	.٩٨٦	٢,٢١	.٩٧٦	١,٩٨
.٩٩٩٩	٣,٨٠	.٩٩٣	٢,٤٥	.٩٨٧	٢,٢٢	.٩٧٧	١,٩٩
.٩٩٩٩٧	٤,٠٠	.٩٩٣	٢,٤٦	.٩٨٧	٢,٢٣	.٩٧٧	٢,٠٠
.٩٩٩٩٩٧	٥,٠٠	.٩٩٣	٢,٤٧	.٩٨٧	٢,٢٤	.٩٧٨	٢,٠١
		.٩٩٣	٢,٤٨	.٩٨٨	٢,٢٥	.٩٧٨	٢,٠٢
		.٩٩٤	٢,٤٩	.٩٨٨	٢,٢٦	.٩٧٩	٢,٠٣
		.٩٩٤	٢,٥٠	.٩٨٨	٢,٢٧	.٩٧٩	٢,٠٤
		.٩٩٤	٢,٥١	.٩٨٩	٢,٢٨	.٩٨٠	٢,٠٥
		.٩٩٤	٢,٥٢	.٩٨٩	٢,٢٩	.٩٨٠	٢,٠٥٤

ملحق رقم (٢)  
جدول دلالة معامل ارتباط بيرسون

ن	٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١	ن	٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١
٣	,٩٩٧	,٩٩٩٩	,٩٩٩٩٤	٢٧	,٢٨١	,٤٨٧	,٥٩٧
٤	,٩٥٠	,٩٩٠	,٩٩٩	٢٨	,٢٧٤	,٤٧٩	,٥٨٨
٥	,٨٧٨	,٩٥٩	,٩٩١	٢٩	,٢٦٧	,٤٧١	,٥٧٩
٦	,٨١١	,٩١٧	,٩٧٤	٣٠	,٢٦١	,٤٦٣	,٥٧٠
٧	,٧٥٤	,٨٧٤	,٩٥١	٣٥	,٢٣٣	,٤٢٨	,٥٣١
٨	,٧٠٧	,٨٣٤	,٩٢٥	٤٠	,٢١٢	,٤٠٢	,٥٠١
٩	,٦٦٦	,٧٩٨	,٨٩٨	٤٥	,٢٩٦	,٣٨١	,٤٧١
١٠	,٦٣٢	,٧٦٥	,٨٧٢	٥٠	,٢٧٦	,٣٦١	,٤٥١
١١	,٦٠٢	,٧٣٥	,٨٤٧	٦٠	,٢٥٤	,٣٣٠	,٤١٤
١٢	,٥٧٦	,٧٠٨	,٨٢٣	٧٠	,٢٣٥	,٣٠٥	,٣٨٥
١٣	,٥٥٣	,٦٨٤	,٨٠١	٨٠	,٢٢٠	,٢٨٦	,٣٦١
١٤	,٥٣٢	,٦٦١	,٧٨٠	٩٠	,٢٠٨	,٢٧٠	,٣٤٢
١٥	,٥١٤	,٦٤١	,٧٦٠	١٠٠	,١٩٦	,٢٥٦	,٣٢٤
١٦	,٤٩٧	,٦٢٣	,٧٤٢	١٥٠	,١٦١	,٢١٠	,٢٦٧
١٧	,٤٨٢	,٦٠٦	,٧٢٥	٢٠٠	,١٣٩	,١٨٢	,٢٣٢
١٨	,٤٦٨	,٥٩٠	,٧٠٨	٢٥٠	,١٢٤	,١٦٣	,٢٠٧
١٩	,٤٥٦	,٥٧٥	,٦٩٣	٣٠٠	,١١٣	,١٤٨	,١٨٩
٢٠	,٤٤٤	,٥٦١	,٦٧٩	٤٠٠	,٠٩٨	,١٢٨	,١٦٩
٢١	,٤٣٣	,٥٤٩	,٦٦٥	٥٠٠	,٠٨٨	,١١٥	,١٤٧
٢٢	,٤٢٣	,٥٣٧	,٦٥٢	١٠٠٠	,٠٦٢	,٠٨١	,١٠٤
٢٣	,٤١٣	,٥٢٦	,٦٤٠	٥٠٠٠	,٠٢٧٨	,٠٣٦٤	,٠٤٦٥
٢٤	,٤٠٤	,٥١٥	,٦٢٩	١٠٠٠٠	,٠١٩٦	,٠٢٥٨	,٠٣٩٣
٢٥	,٣٩٦	,٥٠٥	,٦١٨				
٢٦	,٣٨٨	,٤٩٦	,٦٠٧				



ملحق رقم (٣)  
جدول دلالة معامل ارتباط الرتب

ن	٠,٠٥	٠,٠١	ن	٠,٠٥	٠,٠١
٥	—	—	١٨	,٤٧٦	,٦٢٥
٦	,٨٨٦	—	١٩	,٤٦٢	,٦٠٨
٧	,٧٨٦	,٩٢٩	٢٠	,٤٥٠	,٥٩١
٨	,٧٣٨	,٨٨١	٢١	,٤٣٨	,٥٧٦
٩	,٧٠٠	,٨٢٢	٢٢	,٤٢٨	,٥٦٢
١٠	,٦٤٨	,٧٩٤	٢٣	,٤١٨	,٥٤٩
١١	,٦١٨	,٨١٨	٢٤	,٤٠٩	,٥٣٧
١٢	,٩٥١	,٧٨٠	٢٥	,٤٠٠	,٥٢٦
١٣	,٥٦٦	,٧٤٥	٢٦	,٣٩٢	,٥١٥
١٤	,٥٤٥	,٧١٦	٢٧	,٣٨٥	,٥٠٥
١٥	,٥٢٥	,٦٨٩	٢٨	,٣٧٧	,٤٩٦
١٦	,٥٠٧	,٦٦٦	٢٩	,٣٧٠	,٤٨٧
١٧	,٤٩٠	,٦٤٥	٣٠	,٣٦٤	,٤٧٨

ملحق رقم (٤)  
جدول تحويلات فيشر لمعاملات الارتباط

معامل الارتباط (ر)	تحويل فيشر (ز)	(ر)	(ز)	(ر)	(ز)	(ر)	(ز)
صفر	صفر	١٣٠	١٣١	٢٦٠	٢٦٦	٢٩٠	٤١٢
٠,٠٠٥	٠,٠٠٥	١٣٥	١٣٦	٢٦٥	٢٧١	٢٩٥	٤١٨
٠,٠١	٠,٠١	١٤٠	١٤١	٢٧٠	٢٧٧	٤٠٠	٤٢٤
٠,٠١٥	٠,٠١٥	١٤٥	١٤٦	٢٧٥	٢٨٢	٤٠٥	٤٢٠
٠,٠٢	٠,٠٢	١٥٠	١٥١	٢٨٠	٢٨٨	٤١٠	٤٢٦
٠,٠٢٥	٠,٠٢٥	١٥٥	١٥٦	٢٨٥	٢٩٣	٤١٥	٤٣٢
٠,٠٣	٠,٠٣	١٦٠	١٦١	٢٩٠	٢٩٩	٤٢٠	٤٣٨
٠,٠٣٥	٠,٠٣٥	١٦٥	١٦٧	٢٩٥	٣٠٤	٤٢٥	٤٥٤
٠,٠٤	٠,٠٤	١٧٠	١٧٢	٣٠٠	٣١٠	٤٣٠	٤٦٠
٠,٠٤٥	٠,٠٤٥	١٧٥	١٧٧	٣٠٥	٣١٥	٤٣٥	٤٦٦
٠,٠٥	٠,٠٥	١٨٠	١٨٢	٣١٠	٣٢١	٤٤٠	٤٧٢
٠,٠٥٥	٠,٠٥٥	١٨٥	١٨٧	٣١٥	٣٢٦	٤٤٥	٤٧٨
٠,٠٦	٠,٠٦	١٩٠	١٩٢	٣٢٠	٣٣٢	٤٥٠	٤٨٥
٠,٠٦٥	٠,٠٦٥	١٩٥	١٩٨	٣٢٥	٣٣٧	٤٥٥	٤٩١
٠,٠٧	٠,٠٧	٢٠٠	٢٠٢	٣٣٠	٣٤٣	٤٦٠	٤٩٧
٠,٠٧٥	٠,٠٧٥	٢٠٥	٢٠٨	٣٣٥	٣٤٨	٤٦٥	٥٠٤
٠,٠٨	٠,٠٨	٢١٠	٢١٣	٣٤٠	٣٥٤	٤٧٠	٥١٠
٠,٠٨٥	٠,٠٨٥	٢١٥	٢١٨	٣٤٥	٣٦٠	٤٧٥	٥١٧
٠,٠٩	٠,٠٩	٢٢٠	٢٢٤	٣٥٠	٣٦٥	٤٨٠	٥٢٣
٠,٠٩٥	٠,٠٩٥	٢٢٥	٢٢٩	٣٥٥	٣٧١	٤٨٥	٥٣٠
٠,١٠	٠,١٠	٢٣٠	٢٣٤	٣٦٠	٣٧٧	٤٩٠	٥٣٦
٠,١٠٥	٠,١٠٥	٢٣٥	٢٣٩	٣٦٥	٣٨٣	٤٩٥	٥٤٣
٠,١١	٠,١١	٢٤٠	٢٤٥	٣٧٠	٣٨٨	٥٠٠	٥٤٩
٠,١١٥	٠,١١٥	٢٤٥	٢٥٠	٣٧٥	٣٩٤	٥٠٥	٥٥٦
٠,١٢	٠,١٢	٢٥٠	٢٥٥	٣٨٠	٤٠٠	٥١٠	٥٦٣
٠,١٢٥	٠,١٢٥	٢٥٥	٢٦١	٣٨٥	٤٠٦	٥١٥	٥٧٠

تابع ملحق رقم (٤)  
جدول تحويلات فيشر لمعاملات الارتباط

معامل الارتباط (ر)	تحويل فيشر (ز)	(ر)	(ز)	(ر)	(ز)	(ر)	(ز)
.٥٢٠	.٥٧٦	.٦٥٠	.٧٧٥	.٧٨٠	.١٠٤٥	.٩١٠	١,٥٢٨
.٥٢٥	.٥٨٣	.٦٥٥	.٧٨٤	.٧٨٥	.١٠٥٨	.٩١٥	١,٥٥٧
.٥٣٠	.٥٩٠	.٦٦٠	.٧٩٣	.٧٩٠	.١٠٧١	.٩٢٠	١,٥٨٩
.٥٣٥	.٥٩٧	.٦٦٥	.٨٠٢	.٧٩٥	.١٠٨٥	.٩٢٥	١,٦٢٢
.٥٤٠	.٦٠٤	.٦٧٠	.٨١١	.٨٠٠	.١٠٩٩	.٩٣٠	١,٦٥٨
.٥٤٥	.٦١١	.٦٧٥	.٨٢٠	.٨٠٥	.١١١٣	.٩٣٥	١,٦٩٧
.٥٥٠	.٦١٨	.٦٨٠	.٨٢٩	.٨١٠	.١١٢٧	.٩٤٠	١,٧٢٨
.٥٥٥	.٦٢٦	.٦٨٥	.٨٣٨	.٨١٥	.١١٤٢	.٩٤٥	١,٧٨٣
.٥٦٠	.٦٣٣	.٦٩٠	.٨٤٨	.٨٢٠	.١١٥٧	.٩٥٠	١,٨٣٢
.٥٦٥	.٦٤٠	.٦٩٥	.٨٥٨	.٨٢٥	.١١٧٢	.٩٥٥	١,٨٨٦
.٥٧٠	.٦٤٨	.٧٠٠	.٨٦٧	.٨٣٠	.١١٨٨	.٩٦٠	١,٩٤٦
.٥٧٥	.٦٥٥	.٧٠٥	.٨٧٧	.٨٣٥	.١٢٠٤	.٩٦٥	٢,٠١٤
.٥٨٠	.٦٦٢	.٧١٠	.٨٨٧	.٨٤٠	.١٢٢١	.٩٧٠	٢,٠٩٢
.٥٨٥	.٦٧٠	.٧١٥	.٨٩٧	.٨٤٥	.١٢٣٨	.٩٧٥	٢,١٨٥
.٥٩٠	.٦٧٨	.٧٢٠	.٩٠٨	.٨٥٠	.١٢٥٦	.٩٨٠	٢,٢٩٨
.٥٩٥	.٦٨٥	.٧٢٥	.٩١٨	.٨٥٥	.١٢٧٤	.٩٨٥	٢,٤٤٣
.٦٠٠	.٦٩٣	.٧٣٠	.٩٢٩	.٨٦٠	.١٢٩٣	.٩٩٠	٢,٦٤٧
.٦٠٥	.٧٠١	.٧٣٥	.٩٤٠	.٨٦٥	.١٣١٣	.٩٩٥	٢,٩٩٤
.٦١٠	.٧٠٩	.٧٤٠	.٩٥٠	.٨٧٠	.١٣٣٣		
.٦١٥	.٧١٧	.٧٤٥	.٩٦٢	.٨٧٥	.١٣٥٤		
.٦٢٠	.٧٢٥	.٧٥٠	.٩٧٣	.٨٨٠	.١٣٧٦		
.٦٢٥	.٧٣٣	.٧٥٥	.٩٨٤	.٨٨٥	.١٣٩٨		
.٦٣٠	.٧٤١	.٧٦٠	.٩٩٦	.٨٩٠	.١٤٢٢		
.٦٣٥	.٧٥٠	.٧٦٥	١,٠٠٨	.٨٩٥	.١٤٤٧		
.٦٤٠	.٧٥٨	.٧٧٠	١,٠٢٠	.٩٠٠	.١٤٧٢		
.٦٤٥	.٧٦٧	.٧٧٥	١,٠٣٢	.٩٠٥	.١٤٩٩		

ملحق رقم (٥) جدول توزيع (ت)  
( اختبار الطرفين 2-tailed test )

مستوى الدلالة			درجات الحرية	مستوى الدلالة			درجات الحرية
٠,٠٠١	٠,٠١	٠,٠٥		٠,٠٠١	٠,٠١	٠,٠٥	
٢,٧٢	٢,٧٩	٢,٠٦	٢٥	—	٦٣,٦٦	١٢,٧١	١
٢,٧٠	٢,٧٨	٢,٠٦	٢٦	٢١,٦٠	٩,٩٢	٤,٣٠	٢
٢,٦٨	٢,٧٧	٢,٠٥	٢٧	١٢,٩٢	٥,٨٤	٣,١٨	٣
٢,٦٧	٢,٧٦	٢,٠٥	٢٨	٨,٦١	٤,٦٠	٢,٧٨	٤
٢,٦٦	٢,٧٦	٢,٠٥	٢٩	٦,٨٧	٤,٠٢	٢,٥٧	٥
٢,٦٥	٢,٧٥	٢,٠٤	٣٠	٥,٩٦	٣,٧١	٢,٤٥	٦
٢,٥٥	٢,٧٠	٢,٠٢	٤٠	٥,٤١	٣,٥٠	٢,٣٦	٧
٢,٥٠	٢,٦٨	٢,٠١	٥٠	٥,٠٤	٣,٣٦	٢,٣١	٨
٢,٤٦	٢,٦٦	٢,٠٠	٦٠	٤,٧٩	٣,٢٥	٢,٢٦	٩
٢,٤٢	٢,٦٤	١,٩٩	٨٠	٤,٥٨	٣,١٧	٢,٢٣	١٠
٢,٣٨	٢,٦٣	١,٩٨	١٠٠	٤,٤٤	٣,١١	٢,٢٠	١١
٢,٣٥	٢,٦٠	١,٩٧	٢٠٠	٤,٣١	٣,٠٥	٢,١٨	١٢
٢,٣٢	٢,٥٩	١,٩٦	٥٠٠	٤,٢٢	٣,٠١	٢,١٦	١٣
٢,٢٩	٢,٥٨	١,٩٦	∞	٤,١٤	٢,٩٨	٢,١٤	١٤
				٤,٠٧	٢,٩٥	٢,١٣	١٥
				٤,٠١	٢,٩٢	٢,١٢	١٦
				٣,٩٦	٢,٩٠	٢,١١	١٧
				٣,٩٢	٢,٨٨	٢,١٠	١٨
				٣,٨٩	٢,٨٦	٢,٠٩	١٩
				٣,٨٥	٢,٨٥	٢,٠٩	٢٠
				٣,٨٢	٢,٨٢	٢,٠٨	٢١
				٣,٧٩	٢,٨٢	٢,٠٧	٢٢
				٣,٧٦	٢,٨١	٢,٠٧	٢٣
				٣,٧٤	٢,٨٠	٢,٠٦	٢٤

ملحق رقم (٦)  
جدول توزيع (ف)

الدالة	ن. ح	د. ح. البسط							
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٠,٠٥	١	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٢٥	٢٣٠	٢٣٤	٢٣٧	٢٣٩
٠,٠١		٤٠٥٢	٥٠٠٠	٥٤٠٣	٥٦٢٥	٥٧٦٤	٥٨٥٩	٥٩٢٨	٥٩٨٢
٠,٠٠١		—	—	—	—	—	—	—	—
٠,٠٥	٢	١٨,٥	١٩,٠	١٩,٢	١٩,٣	١٩,٣	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤
٠,٠١		٩٨,٥	٩٩,٠	٩٩,٢	٩٩,٣	٩٩,٣	٩٩,٣	٩٩,٤	٩٩,٤
٠,٠٠١		٩٩٨,٥	٩٩٩,٠	٩٩٩,٢	٩٩٩,٣	٩٩٩,٣	٩٩٩,٤	٩٩٩,٤	٩٩٩,٤
٠,٠٥	٣	١٠,١	٩,٥٥	٩,٢٨	٩,١٢	٩,٠١	٨,٩٤	٨,٨٩	٨,٨٥
٠,٠١		٢٤,١	٢٠,٨	٢٩,٥	٢٨,٧	٢٨,٢	٢٧,٩	٢٧,٧	٢٧,٥
٠,٠٠١		١٦٧	١٤٩	١٤١	١٣٧	١٣٥	١٣٣	١٣٢	١٣١
٠,٠٥	٤	٧,٧١	٦,٩٤	٦,٥٩	٦,٢٩	٦,٢٦	٦,١٦	٦,٠٩	٦,٠٤
٠,٠١		٢١,٢	١٨,٠	١٦,٧	١٦,٠	١٥,٥	١٥,٢	١٥,٠	١٤,٨
٠,٠٠١		٧٤,١	٦١,٣	٥٦,٢	٥٣,٤	٥١,٧	٥٠,٥	٤٩,٧	٤٩,٠
٠,٠٥	٥	٦,٦١	٥,٧٩	٥,٤١	٥,١٩	٥,٠٥	٤,٩٥	٤,٨٨	٤,٨٢
٠,٠١		١٦,٣	١٣,٣	١٢,١	١١,٤	١١,٠	١٠,٧	١٠,٥	١٠,٣
٠,٠٠١		٤٧,٢	٣٧,١	٣٣,٢	٣١,١	٢٩,٨	٢٨,٨	٢٨,٢	٢٧,٦
٠,٠٥	٦	٥,٩٩	٥,١٤	٤,٧٦	٤,٥٣	٤,٣٩	٤,٢٨	٤,٢١	٤,١٥
٠,٠١		١٣,٨	١٠,٩	٩,٧٨	٩,١٥	٨,٧٥	٨,٤٧	٨,٢٦	٨,١٠
٠,٠٠١		٣٥,٥	٢٧,٠	٢٣,٧	٢١,٩	٢٠,٨	٢٠,٠	١٩,٥	١٩,٠
٠,٠٥	٧	٥,٥٩	٤,٧٤	٤,٣٥	٤,١٢	٣,٩٧	٣,٨٧	٣,٧٩	٣,٧٢
٠,٠١		١٢,٣	٩,٥٥	٨,٤٥	٧,٨٥	٧,٤٦	٧,١٩	٦,٩٩	٦,٨٤
٠,٠٠١		٢٩,٣	٢١,٧	١٨,٨	١٧,٢	١٦,٢	١٥,٥	١٥,٠	١٤,٦
٠,٠٥	٨	٥,٣٢	٤,٤٦	٤,٠٧	٣,٨٤	٣,٦٩	٣,٥٨	٣,٥٠	٣,٤٤
٠,٠١		١١,٣	٨,٦٥	٧,٥٩	٧,٠١	٦,٦٣	٦,٣٧	٦,١٨	٦,٠٣
٠,٠٠١		٢٥,٤	١٨,٥	١٥,٨	١٤,٤	١٣,٥	١٢,٩	١٢,٤	١٢,٠

تابع ملحق رقم (٦)  
جدول توزيع (ف)

الدلالة	ح العام	د . ح البسيط								
		٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٠.٠٥	٩	٢.١٨	٢.٢٣	٢.٢٩	٢.٣٧	٢.٤٨	٢.٦٣	٢.٨٦	٤.٢٦	٥.١٢
٠.٠١		٥.٣٥	٥.٤٧	٥.٥١	٥.٨٠	٦.٠٦	٦.٤٢	٦.٩٩	٨.٠٢	١٠.٦
٠.٠٠١		١٠.١	١٠.٤	١٠.٧	١١.١	١١.٧	١٢.٦	١٣.٩	١٦.٤	٢٢.٩
٠.٠٥	١٠	٢.٠٢	٢.٠٧	٢.١٤	٢.٢٢	٢.٣٣	٢.٤٨	٢.٧١	٤.١٠	٤.٩٦
٠.٠١		٤.٩٤	٥.٠٦	٥.٢٠	٥.٣٩	٥.٦٤	٥.٩٩	٦.٥٥	٧.٥٦	١٠.٠٠
٠.٠٠١		٨.٩٦	٩.٢٠	٩.٥٢	٩.٩٢	١٠.٠٥	١١.٣	١٢.٦	١٤.٩	٢١.٠
٠.٠٥	١١	٢.٩٠	٢.٩٥	٣.٠١	٣.٠٩	٣.٢٠	٣.٣٦	٣.٥٩	٤.٩٨	٤.٨٤
٠.٠١		٤.٦٣	٤.٧٤	٤.٨٩	٥.٠٧	٥.٣٢	٥.٦٧	٦.٢٢	٧.٢١	٩.٦٥
٠.٠٠١		٨.١٢	٨.٣٥	٨.٦٦	٩.٠٥	٩.٥٨	١٠.٤	١١.٦	١٣.٨	١٩.٧
٠.٠٥	١٢	٢.٨٠	٢.٨٥	٢.٩١	٢.٩٩	٣.١١	٣.٢٦	٣.٤٩	٤.٨٩	٤.٧٥
٠.٠١		٤.٣٩	٤.٥٠	٤.٦٤	٤.٨٢	٥.٠٦	٥.٤١	٥.٩٥	٦.٩٣	٩.٣٣
٠.٠٠١		٧.٤٨	٧.٧١	٨.٠٠	٨.٣٨	٨.٨٩	٩.٦٣	١٠.٨	١٣.٠	١٨.٦
٠.٠٥	١٣	٢.٧١	٢.٧٧	٢.٨٣	٢.٩٢	٣.٠٣	٣.١٨	٣.٤١	٤.٨١	٤.٦٧
٠.٠١		٤.١٩	٤.٣٠	٤.٤٤	٤.٦٢	٤.٨٦	٥.٢١	٥.٧٤	٦.٧٠	٩.٠٣
٠.٠٠١		٦.٩٨	٧.٢١	٧.٤٩	٧.٨٦	٨.٣٥	٩.٠٧	١٠.٣	١٢.٣	١٧.٨
٠.٠٥	١٤	٢.٦٥	٢.٧٠	٢.٧٦	٢.٨٥	٢.٩٦	٣.١١	٣.٣٤	٤.٧٤	٤.٦٠
٠.٠١		٤.٠٣	٤.١٤	٤.٢٨	٤.٤٦	٤.٦٩	٥.٠٤	٥.٥٦	٦.٥١	٨.٨٦
٠.٠٠١		٦.٥٨	٦.٨٠	٧.٠٨	٧.٤٣	٧.٩٢	٨.٦٢	٩.٧٣	١١.٨	١٧.١
٠.٠٥	١٥	٢.٥٩	٢.٦٤	٢.٧١	٢.٧٩	٢.٩٠	٣.٠٦	٣.٢٩	٤.٦٨	٤.٥٤
٠.٠١		٣.٨٩	٤.٠٠	٤.١٤	٤.٣٢	٤.٥٦	٤.٨٩	٥.٤٢	٦.٣٦	٨.٦٨
٠.٠٠١		٦.٢٦	٦.٤٧	٦.٧٤	٧.٠	٧.٥٧	٨.٢٥	٩.٣٤	١١.٣	١٦.٦
٠.٠٥	١٦	٢.٥٤	٢.٥٩	٢.٦٦	٢.٧٤	٢.٨٥	٣.٠١	٣.٢٤	٤.٦٣	٤.٤٩
٠.٠١		٣.٧٨	٣.٨٩	٤.٠٣	٤.٢٠	٤.٤٤	٤.٧٧	٥.٢٩	٦.٢٣	٨.٥٣
٠.٠٠١		٥.٩٨	٦.١٩	٦.٤٦	٦.٨١	٧.٢٧	٧.٩٤	٩.٠٠	١١.٠	١٦.١

تابع ملحق رقم (٦)  
جدول توزيع (ف)

الدالة	ج. د. المقام	ج. د. البسط							
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٠,٠٥	١٧	٤,٤٥	٣,٥٩	٣,٢٠	٢,٩٦	٢,٨١	٢,٧٠	٢,٦١	٢,٥٥
٠,٠١		٨,٤٠	٦,١١	٥,١٨	٤,٦٧	٤,٣٤	٤,١٠	٣,٩٣	٣,٧٩
٠,٠٠١		١٥,٧	١٠,٧	٨,٧٣	٧,٦٨	٧,٠٢	٦,٥٦	٦,٢٢	٥,٩٦
٠,٠٥	١٨	٤,٤١	٣,٥٥	٣,١٦	٢,٩٣	٢,٧٧	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٥١
٠,٠١		٨,٢٩	٦,٠١	٥,٠٩	٤,٥٨	٤,٢٥	٤,٠١	٣,٨٤	٣,٧١
٠,٠٠١		١٥,٤	١٠,٤	٨,٤٩	٧,٤٦	٦,٨١	٦,٣٥	٦,٠٢	٥,٧٦
٠,٠٥	١٩	٤,٣٨	٣,٥٢	٣,١٣	٢,٩٠	٢,٧٤	٢,٦٣	٢,٥٤	٢,٤٨
٠,٠١		٨,١٨	٥,٩٣	٥,٠١	٤,٥٠	٤,١٧	٣,٩٤	٣,٧٧	٣,٦٣
٠,٠٠١		١٥,١	١٠,٢	٨,٢٨	٧,٢٦	٦,٦٢	٦,١٨	٥,٨٥	٥,٥٩
٠,٠٥	٢٠	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٥١	٢,٤٥
٠,٠١		٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٧٠	٣,٥٦
٠,٠٠١		١٤,٨	٩,٩٥	٨,١٠	٧,١٠	٦,٤٦	٦,٠٢	٥,٦٩	٥,٤٤
٠,٠٥	٢٢	٤,٣٠	٣,٤٤	٣,٠٥	٢,٨٢	٢,٦٦	٢,٥٥	٢,٤٦	٢,٤٠
٠,٠١		٧,٩٥	٥,٧٢	٤,٨٢	٤,٣١	٣,٩٩	٣,٧٦	٣,٥٩	٣,٤٥
٠,٠٠١		١٤,٤	٩,٦١	٧,٨٠	٦,٨١	٦,١٩	٥,٧٦	٥,٤٤	٥,١٩
٠,٠٥	٢٤	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٢	٢,٣٦
٠,٠١		٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٥٠	٣,٣٦
٠,٠٠١		١٤,٠	٩,٣٤	٧,٥٥	٦,٥٩	٥,٩٨	٥,٥٥	٥,٢٣	٤,٩٩
٠,٠٥	٢٦	٤,٢٣	٣,٣٧	٢,٩٨	٢,٧٤	٢,٥٩	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٢
٠,٠١		٧,٧٢	٥,٥٣	٤,٦٤	٤,١٤	٣,٨٢	٣,٥٩	٣,٤٢	٣,٢٩
٠,٠٠١		١٣,٧	٩,١٢	٧,٣٦	٦,٤١	٥,٨٠	٥,٣٨	٥,٠٧	٤,٨٣
٠,٠٥	٢٨	٤,٢٠	٣,٣٤	٢,٩٥	٢,٧١	٢,٥٦	٢,٤٥	٢,٣٦	٢,٢٩
٠,٠١		٧,٦٤	٥,٤٥	٤,٥٧	٤,٠٧	٣,٧٥	٣,٥٣	٣,٣٦	٣,٢٣
٠,٠٠١		١٣,٥	٨,٩٣	٧,١٩	٦,٢٥	٥,٦٦	٥,٢٤	٤,٩٢	٤,٦٩

تابع ملحق رقم (٦)  
جدول توزيع (ف)

د . ح المسط									د ح المقام	الدالة
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		
٢ ٢١	٢,٢٧	٢,٢٣	٢,٤٢	٢,٥٢	٢,٦٩	٢,٩٢	٢,٣٢	٤,١٧	٢٠	٠,٠٠٥
٢,٠٧	٢,١٧	٢,٣٠	٢,٤٧	٢,٧٠	٤,٠٢	٤,٥١	٥,٣٩	٧,٥٦		٠,٠٠١
٤,٣٩	٤,٥٨	٤,٨٢	٥,١٢	٥,٥٢	٦,١٢	٧,٠٥	٨,٧٧	١٣,٢		٠,٠٠١
٢,١٢	٢,١٨	٢,٢٥	٢,٣٤	٢,٤٥	٢,٦١	٢,٨٤	٢,٢٣	٤,٠٨	٤٠	٠,٠٠٥
٢,٨٩	٢,٩٩	٣,١٢	٣,٢٩	٣,٥١	٢,٨٣	٤,٣١	٥,١٨	٧,٣١		٠,٠٠١
٤ ٠٢	٤,٢١	٤,٤٤	٤,٧٢	٥,١٣	٥,٧٠	٦,٦٠	٨,٢٥	١٢,٦		٠,٠٠١
٢ ٠٤	٢,١٠	٢,١٧	٢,٢٥	٢,٣٧	٢,٥٢	٢,٧٦	٢,١٥	٤,٠٠	٦٠	٠,٠٠٥
٢,٧٢	٢,٨٢	٢,٩٥	٣,١٢	٣,٢٤	٢,٦٥	٤,١٢	٤,٩٨	٧,٠٨		٠,٠٠١
٣ ٦٩	٣,٨٧	٤,٠٩	٤,٣٧	٤,٧٦	٥,٣١	٦,١٧	٧,٧٦	١٢,٠		٠,٠٠١
١ ٩٦	٢,٠٢	٢,٠٩	٢,١٧	٢,٢٩	٢,٤٥	٢,٦٨	٢,٠٧	٣,٩٢	١٢٠	٠,٠٠٥
٢,٥٦	٢,٦٦	٢,٧٩	٢,٩٦	٣,١٧	٣,٤٨	٣,٩٥	٤,٧٩	٦,٨٥		٠,٠٠١
٣ ٢٨	٣ ٥٥	٣,٧٧	٤,٠٤	٤,٤٢	٤,٩٥	٥,٧٩	٧,٣٢	١١,٤		٠,٠٠١
١,٩٣	١,٩٨	٢,٠٦	٢,١٤	٢,٢٦	٢,٤٢	٢,٦٥	٢,٠٤	٣,٨٩	٢٠٠	٠,٠٠٥
٢ ٥٠	٢,٦٠	٢,٧٣	٢,٨٩	٣,١١	٣,٤١	٣,٨٨	٤,٧١	٦,٧٦		٠,٠٠١
٣,٢٦	٣,٤٣	٣,٦٥	٣,٩٢	٤,٢٩	٤,٨١	٥,٦٢	٧,١٥	١١,٢		٠,٠٠١
١ ٩٠	١,٩٦	٢,٠٣	٢,١٢	٢,٢٢	٢,٣٩	٢,٦٢	٢,٠١	٣,٨٦	٥٠٠	٠,٠٠٥
٢,٤٩	٢,٥٥	٢,٦٨	٢,٨٤	٣,٠٥	٣,٣٦	٣,٨٢	٤,٦٥	٦,٦٩		٠,٠٠١
٣,١٦	٣,٣٢	٣,٥٤	٣,٨١	٤,١٧	٤,٦٩	٥,٥٠	٧,٠٠	١١,٠		٠,٠٠١



(تابع) جدول توزيع (ف)

د . ح البساط									ح المقام	الدلالة
٦٠	٥٠	٤٠	٣٠	٢٤	٢٠	١٥	١٢	١٠		
٢٥٢	٢٥٢	٢٥١	٢٥٠	٢٤٩	٢٤٨	٢٤٦	٢٤٤	٢٤٢	١	٠,٠٥
٦٣١٢	٦٣٠٠	٦٢٨٧	٦٢٦١	٦٢٣٥	٦٢٠٩	٦١٥٧	٦١٠٦	٦٠٥٦		٠,٠١
—	—	—	—	—	—	—	—	—		٠,٠٠١
١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	٢	٠,٠٥
٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤		٠,٠١
٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٥	٩٩٩,٤	٩٩٩,٤	٩٩٩,٤		٠,٠٠١
٨,٥٧	٨,٥٨	٨,٥٩	٨,٦٢	٨,٦٤	٨,٦٦	٨,٧٠	٨,٧٤	٨,٧٩	٣	٠,٠٥
٢٦,٣	٢٦,٤	٢٦,٤	٢٦,٥	٢٦,٦	٢٦,٧	٢٦,٩	٢٧,١	٢٧,٢		٠,٠١
١٢٥	١٢٥	١٢٥	١٢٥	١٢٦	١٢٦	١٢٧	١٢٨	١٢٩		٠,٠٠١
٥,٦٩	٥,٧٠	٥,٧٢	٥,٧٥	٥,٧٧	٥,٨٠	٥,٨٦	٥,٩١	٥,٩٦	٤	٠,٠٥
١٣,٧	١٣,٧	١٣,٨	١٣,٨	١٣,٩	١٤,٠	١٤,٢	١٤,٤	١٤,٦		٠,٠١
٤٤,٨	٤٤,٩	٤٥,١	٤٥,٤	٤٥,٨	٤٦,١	٤٦,٨	٤٧,٤	٤٨,١		٠,٠٠١
٤,٤٣	٤,٤٤	٤,٤٦	٤,٥٠	٤,٥٢	٤,٥٦	٤,٦٢	٤,٦٨	٤,٧٤	٥	٠,٠٥
٩,٢٠	٩,٢٤	٩,٢٩	٩,٣٨	٩,٤٧	٩,٥٥	٩,٧٢	٩,٨٩	١٠,١		٠,٠١
٢٤,٣	٢٤,٤	٢٤,٦	٢٤,٩	٢٥,١	٢٥,٤	٢٥,٩	٢٦,٤	٢٦,٩		٠,٠٠١
٣,٧٤	٣,٧٥	٣,٧٧	٣,٨١	٣,٨٤	٣,٨٧	٣,٩٤	٤,٠٠	٤,٠٦	٦	٠,٠٥
٧,٠٦	٧,٠٩	٧,١٤	٧,٢٣	٧,٣١	٧,٤٠	٧,٥٦	٧,٧٢	٧,٨٧		٠,٠١
١٦,٢	١٦,٣	١٦,٤	١٦,٧	١٦,٩	١٧,١	١٧,٦	١٨,٠	١٨,٤		٠,٠٠١
٢,٣٠	٢,٣٢	٢,٣٤	٢,٣٨	٢,٤١	٢,٤٤	٢,٥١	٢,٥٧	٢,٦٤	٧	٠,٠٥
٥,٨٢	٥,٨٦	٥,٩١	٥,٩٩	٦,٠٧	٦,١٦	٦,٣١	٦,٤٧	٦,٦٢		٠,٠١
١٢,١	١٢,٢	١٢,٣	١٢,٥	١٢,٧	١٢,٩	١٣,٣	١٣,٧	١٤,١		٠,٠٠١
٣,٠١	٣,٠٢	٣,٠٤	٣,٠٨	٣,١٢	٣,١٥	٣,٢٢	٣,٢٨	٣,٣٥	٨	٠,٠٥
٥,٠٢	٥,٠٧	٥,١٢	٥,٢٠	٥,٢٨	٥,٣٦	٥,٥٢	٥,٦٧	٥,٨١		٠,٠١
٩,٧٢	٩,٨٠	٩,٩٢	١٠,١	١٠,٣	١٠,٥	١٠,٨	١١,٢	١١,٥		٠,٠٠١

(تابع) جدول توزيع (ف)

الدالة	ح. ح	ح. ح البسيط							
		١٠	١٢	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٦٠
٠,٠٥	٩	٢,١٤	٢,٠٧	٢,٠١	٢,٩٤	٢,٩٠	٢,٨٦	٢,٨٢	٢,٧٩
٠,٠١		٥,٢٦	٥,١١	٤,٩٦	٤,٨١	٤,٧٣	٤,٦٥	٤,٥٧	٤,٤٨
٠,٠٠١		٩,٨٩	٩,٥٧	٩,٢٤	٨,٩٠	٨,٧٢	٨,٥٥	٨,٣٧	٨,١٩
٠,٠٥		٢,٩٨	٢,٩١	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٦	٢,٦٢
٠,٠١	١٠	٤,٨٥	٤,٧١	٤,٥٦	٤,٤١	٤,٣٣	٤,٢٥	٤,١٧	٤,٠٨
٠,٠٠١		٨,٧٥	٨,٤٥	٨,١٢	٧,٨٠	٧,٦٤	٧,٤٧	٧,٣٠	٧,١٢
٠,٠٥		٢,٨٥	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٦٥	٢,٦١	٢,٥٧	٢,٥٣	٢,٤٩
٠,٠١	١١	٤,٥٤	٤,٤٠	٤,٢٥	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٧٨
٠,٠٠١		٧,٩٢	٧,٦٣	٧,٣٢	٧,٠١	٦,٨٥	٦,٦٨	٦,٥٢	٦,٣٥
٠,٠٥		٢,٧٥	٢,٦٩	٢,٦٢	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٣	٢,٣٥
٠,٠١	١٢	٤,٣٠	٤,١٦	٤,٠١	٣,٨٦	٣,٧٨	٣,٧٠	٣,٦٢	٣,٥٤
٠,٠٠١		٧,٣٩	٧,٠٠	٦,٧١	٦,٤٠	٦,٢٥	٦,٠٩	٥,٩٣	٥,٧٦
٠,٠٥		٢,٦٧	٢,٦٠	٢,٥٣	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٣٨	٢,٣٤	٢,٣٠
٠,٠١	١٣	٤,١٠	٣,٩٦	٣,٨٢	٣,٦٦	٣,٥٩	٣,٥١	٣,٤٣	٣,٣٤
٠,٠٠١		٦,٨٠	٦,٥٢	٦,٢٣	٥,٩٣	٥,٧٨	٥,٦٣	٥,٤٧	٥,٣٠
٠,٠٥		٢,٦٠	٢,٥٣	٢,٤٦	٢,٣٩	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٧	٢,٢٢
٠,٠١	١٤	٣,٩٤	٣,٨٠	٣,٦٦	٣,٥١	٣,٤٢	٣,٣٥	٣,٢٧	٣,١٨
٠,٠٠١		٦,٤٠	٦,١٣	٥,٨٥	٥,٥٦	٥,٤١	٥,٢٥	٥,١٠	٤,٩٤
٠,٠٥		٢,٥٤	٢,٤٨	٢,٤٠	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢٠	٢,١٦
٠,٠١	١٥	٣,٨٠	٣,٦٧	٣,٥٢	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢١	٣,١٣	٣,٠٥
٠,٠٠١		٦,٠٨	٥,١٨	٥,٥٤	٥,٢٥	٥,١٠	٤,٩٥	٤,٨٠	٤,٦٤
٠,٠٥		٢,٤٩	٢,٤٢	٢,٣٥	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,١٩	٢,١٥	٢,١١
٠,٠١	١٦	٣,٦٩	٣,٥٥	٣,٤١	٣,٢٦	٣,١٨	٣,١٠	٣,٠٢	٢,٩٣
٠,٠٠١		٥,٨١	٥,٥٥	٥,٢٧	٤,٩٩	٤,٨٥	٤,٧٠	٤,٥٤	٤,٣٩

(تابع) جدول توزيع (ف)

د . ح البساط									د ح	الدالة
٦٠	٥٠	٤٠	٣٠	٢٤	٢٠	١٥	١٢	١٠	المقام	
٢,٠٦	٢,٠٨	٢,١٠	٢,١٥	٢,١٩	٢,٢٣	٢,٢١	٢,٢٨	٢,٤٥	١٧	٠,٠٥
٢,٨٢	٢,٨٧	٢,٩٢	٣,٠٠	٣,٠٨	٣,١٦	٣,٢١	٣,٤٦	٣,٥٩		٠,٠١
٤,١٨	٤,٢٤	٤,٣٢	٤,٤٨	٤,٦٣	٤,٧٨	٥,٠٥	٥,٢٢	٥,٥٨		٠,٠٠١
٢,٠٢	٢,٠٤	٢,٠٦	٢,١١	٢,١٥	٢,١٩	٢,٢٧	٢,٢٤	٢,٤١	١٨	٠,٠٥
٢,٧٥	٢,٧٨	٢,٨٤	٢,٩٢	٣,٠٠	٣,٠٨	٣,٢٣	٣,٢٧	٣,٥١		٠,٠١
٤,٠٠	٤,٠٥	٤,١٥	٤,٢٠	٤,٤٥	٤,٥٩	٤,٨٧	٥,١٣	٥,٣٩		٠,٠٠١
١,٩٨	٢,٠٠	٢,٠٣	٢,٠٧	٢,١١	٢,١٦	٢,٢٣	٢,٢١	٢,٢٨	١٩	٠,٠٥
٢,٦٧	٢,٧١	٢,٧٦	٢,٨٤	٢,٩٢	٣,٠٠	٣,١٥	٣,٢٠	٣,٤٣		٠,٠١
٣,٨٤	٣,٩٠	٣,٩٩	٤,١٤	٤,٢٩	٤,٤٣	٤,٧٠	٤,٩٧	٥,٢٢		٠,٠٠١
١,٩٥	١,٩٧	١,٩٩	٢,٠٤	٢,٠٨	٢,١٢	٢,٢٠	٢,٢٨	٢,٣٥	٢٠	٠,٠٥
٢,٦١	٢,٦٤	٢,٦٩	٢,٧٨	٢,٨٦	٢,٩٤	٣,٠٩	٣,٢٣	٣,٣٧		٠,٠١
٣,٧٠	٣,٧٧	٣,٨٦	٤,٠٠	٤,١٥	٤,٢٩	٤,٥٦	٤,٨٢	٥,٠٨		٠,٠٠١
١,٨٩	١,٩١	١,٩٤	١,٩٨	٢,٠٣	٢,٠٧	٢,١٥	٢,٢٣	٢,٣٠	٢٢	٠,٠٥
٢,٥٠	٢,٥٢	٢,٥٨	٢,٦٧	٢,٧٥	٢,٨٣	٢,٩٨	٣,١٢	٣,٢٦		٠,٠١
٣,٤٨	٣,٥٣	٣,٦٣	٣,٧٨	٣,٩٢	٤,٠٦	٤,٣٣	٤,٥٨	٤,٨٣		٠,٠٠١
١,٨٤	١,٨٦	١,٨٩	١,٩٤	١,٩٨	٢,٠٣	٢,١١	٢,١٨	٢,٢٥	٢٤	٠,٠٥
٢,٤٠	٢,٤٤	٢,٤٩	٢,٥٨	٢,٦٦	٢,٧٤	٢,٨٩	٣,٠٣	٣,١٧		٠,٠١
٣,٢٩	٣,٣٥	٣,٤٥	٣,٥٩	٣,٧٤	٣,٨٧	٤,١٤	٤,٣٩	٤,٦٤		٠,٠٠١
١,٨٠	١,٨٢	١,٨٥	١,٩٠	١,٩٥	١,٩٩	٢,٠٧	٢,١٥	٢,٢٢	٢٦	٠,٠٥
٢,٢٢	٢,٢٦	٢,٤٢	٢,٥٠	٢,٥٨	٢,٦٦	٢,٨١	٢,٩٦	٣,٠٩		٠,٠١
٣,١٥	٣,٢١	٣,٣٠	٣,٤٤	٣,٥٩	٣,٧٣	٣,٩٩	٤,٢٤	٤,٤٨		٠,٠٠١
١,٧٧	١,٧٩	١,٨٢	١,٨٧	١,٩١	١,٩٦	٢,٠٤	٢,١٢	٢,١٩	٢٨	٠,٠٥
٢,٢٦	٢,٣٠	٢,٣٥	٢,٤٤	٢,٥٢	٢,٦٠	٢,٧٥	٢,٩٠	٣,٠٣		٠,٠١
٣,٠٢	٣,٠٨	٣,١٨	٣,٢٢	٣,٤٦	٣,٦٠	٣,٨٦	٤,١١	٤,٣٥		٠,٠٠١

(تابع) جدول توزيع (ف)

الدلالة	ح. ح	ح. ح البسيط								
		١٠	١٢	١٥	٢٠	٢٤	٢٠	٤٠	٥٠	٦٠
٠,٠٥	٣٠	٢,١٦	٢,٠٩	٢,٠١	١,٩٣	١,٨٩	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٤
٠,٠١	٣٠	٢,٩٨	٢,٨٤	٢,٧٠	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢١
٠,٠٠١	٣٠	٤,٢٤	٤,٠٠	٣,٧٥	٣,٤٩	٣,٣٦	٣,٢٢	٣,٠٧	٢,٩٨	٢,٩٢
٠,٠٥	٤٠	٢,٠٨	٢,٠٠	١,٩٢	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤
٠,٠١	٤٠	٢,٨٠	٢,٦٦	٢,٥٢	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٢
٠,٠٠١	٤٠	٣,٨٧	٣,٦٤	٣,٤٠	٣,١٥	٣,٠١	٢,٨٧	٢,٧٣	٢,٦٤	٢,٥٧
٠,٠٥	٦٠	١,٩٩	١,٩٢	١,٨٤	١,٧٥	١,٧٠	١,٦٥	١,٥٩	١,٥٦	١,٥٢
٠,٠١	٦٠	٢,٦٣	٢,٥٠	٢,٣٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٤
٠,٠٠١	٦٠	٣,٥٤	٣,٣١	٣,٠٨	٢,٨٣	٢,٦٩	٢,٥٥	٢,٤١	٢,٣١	٢,٢٥
٠,٠٥	١٢٠	١,٩١	١,٨٣	١,٧٥	١,٦٦	١,٦١	١,٥٥	١,٥٠	١,٤٦	١,٤٣
٠,٠١	١٢٠	٢,٤٧	٢,٣٤	٢,١٩	٢,٠٣	١,٩٥	١,٨٦	١,٧٦	١,٧٠	١,٦٦
٠,٠٠١	١٢٠	٣,٢٤	٣,٠٢	٢,٧٨	٢,٥٢	٢,٤٠	٢,٢٦	٢,١١	٢,٠٢	١,٩٥
٠,٠٥	٣٠٠	١,٨٨	١,٨٠	١,٧٢	١,٦٢	١,٥٧	١,٥٢	١,٤٦	١,٤١	١,٣٩
٠,٠١	٣٠٠	٢,٤١	٢,٣٧	٢,١٣	١,٩٧	١,٨٩	١,٧٩	١,٦٩	١,٦٣	١,٥٨
٠,٠٠١	٣٠٠	٣,١٢	٢,٩٠	٢,٦٧	٢,٤٢	٢,٢٩	٢,١٥	٢,٠٠	١,٩٠	١,٨٣
٠,٠٥	٥٠٠	١,٨٥	١,٧٧	١,٦٩	١,٥٩	١,٥٤	١,٤٨	١,٤٢	١,٣٨	١,٣٥
٠,٠١	٥٠٠	٢,٣٦	٢,٢٢	٢,٠٧	١,٩٢	١,٨٣	١,٧٤	١,٦٣	١,٥٧	١,٥٢
٠,٠٠١	٥٠٠	٣,٠٢	٢,٨٠	٢,٥٧	٢,٣٣	٢,١٩	٢,٠٥	١,٩٠	١,٨٠	١,٧٣

ملحق رقم (٧) جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة  
Studentized Range Statistic

د ج	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات							
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١	٠.٠٥	١٨	٢٠.٧	٢٢.٨	٢٧.١	٤٠.٤	٤٢.١	٤٥.٤	٤٧.٤
	٠.٠١	٩.	١٢.٥	١٦.٤	١٨.٦	٢.٢	٢١.٦	٢٢.٧	٢٤.٦
٢	٠.٠٥	٦.٠٩	٨.٣	٩.٨	١٠.٩	١١.٧	١٢.٤	١٣.٠	١٣.٥
	٠.٠١	١٤	١٩	٢٢.٣	٢٤.٧	٢٦.٦	٢٨.٢	٢٩.٥	٣٠.٧
٣	٠.٠٥	٤.٥	٥.٩١	٦.٨٢	٧.٥٠	٨.٠٤	٨.٤٨	٨.٨٥	٩.١٨
	٠.٠١	٨.٢٦	١٠.٦	١٢.٢	١٣.٣	١٤.٢	١٥.٠	١٥.٦	١٦.٢
٤	٠.٠٥	٣.٩٢	٥.٠٤	٥.٧٦	٦.٢٩	٦.٧١	٧.٠٥	٧.٢٥	٧.٦٠
	٠.٠١	٦.٥١	٨.١٢	٩.١٧	٩.٩٦	١٠.٦	١١.١	١١.٥	١١.٩
٥	٠.٠٥	٣.٦٤	٤.٦٠	٥.٢٢	٥.٦٧	٦.٠٣	٦.٢٣	٦.٥٨	٦.٨٠
	٠.٠١	٥.٧٠	٦.٩٧	٧.٨٠	٨.٤٢	٨.٩١	٩.٢٢	٩.٦٧	٩.٩٧
٦	٠.٠٥	٣.٤٦	٤.٣٤	٤.٩٠	٥.٣١	٥.٦٢	٥.٨٩	٦.١٢	٦.٣٢
	٠.٠١	٥.٢٤	٦.٢٣	٧.٠٣	٧.٥٦	٧.٩٧	٨.٢٢	٨.٦١	٨.٨٧
٧	٠.٠٥	٣.٣٤	٤.١٦	٤.٦٩	٥.٠٦	٥.٣٦	٥.٦١	٥.٨٢	٦.٠٠
	٠.٠١	٤.٩٥	٥.٩٢	٦.٥٤	٧.٠١	٧.٣٧	٧.٦٨	٧.٩٤	٨.١٧
٨	٠.٠٥	٣.٣٦	٤.٠٤	٤.٥٣	٤.٨٩	٥.١٧	٥.٤٠	٥.٦٠	٥.٧٧
	٠.٠١	٤.٧٤	٥.٦٣	٦.٢٠	٦.٦٣	٦.٩٦	٧.٢٤	٧.٤٧	٧.٦٨
٩	٠.٠٥	٣.٢٠	٣.٩٥	٤.٤٢	٤.٧٦	٥.٠٢	٥.٢٤	٥.٤٢	٥.٦٠
	٠.٠١	٤.٦٠	٥.٤٢	٥.٩٦	٦.٣٥	٦.٦٦	٦.٩١	٧.١٣	٧.٣٢
١٠	٠.٠٥	٣.١٥	٣.٨٨	٤.٣٣	٤.٦٥	٤.٩١	٥.١٢	٥.٣٠	٥.٤٦
	٠.٠١	٤.٤٨	٥.٣٧	٥.٧٧	٦.١٤	٦.٤٣	٦.٦٧	٦.٨٧	٧.٠٥
١١	٠.٠٥	٣.١١	٣.٨٢	٤.٢٦	٤.٥٧	٤.٨٢	٥.٠٣	٥.٢٠	٥.٣٥
	٠.٠١	٤.٣٩	٥.١٤	٥.٦٢	٥.٩٧	٦.٢٥	٦.٤٨	٦.٦٧	٦.٨٤
١٢	٠.٠٥	٣.٠٨	٣.٧٧	٤.٢٠	٤.٥١	٤.٧٥	٤.٩٥	٥.١٢	٥.٢٧
	٠.٠١	٤.٣٢	٥.٠٤	٥.٥٠	٥.٨٤	٦.١٠	٦.٣٢	٦.٥١	٦.٦٧

تابع جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة  
Studentized Range Statistic

ح.د	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات							
		٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
١٣	٠.٠٥	٣.٠٦	٣.٧٣	٤.١٥	٤.٤٥	٤.٦٩	٤.٨٨	٥.٠٠	٥.١٩
	٠.٠١	٤.٢٦	٤.٩٦	٥.٤٠	٥.٧٣	٥.٩٨	٦.١٩	٦.٣٧	٦.٥٣
١٤	٠.٠٥	٣.٠٣	٣.٧٠	٤.١١	٤.٤١	٤.٦٤	٤.٨٣	٤.٩٩	٥.١٣
	٠.٠١	٤.٢١	٤.٨٩	٥.٣٢	٥.٦٣	٥.٨٨	٦.٠٨	٦.٢٦	٦.٤١
١٦	٠.٠٥	٣.٠٠	٣.٦٥	٤.٠٥	٤.٣٣	٤.٥٦	٤.٧٤	٤.٩٠	٥.١٥
	٠.٠١	٤.١٣	٤.٧٨	٥.١٩	٥.٤٩	٥.٧٢	٥.٩٢	٦.٠٨	٦.٢٢
١٨	٠.٠٥	٢.٩٧	٣.٦١	٤.٠٠	٤.٢٨	٤.٤٩	٤.٦٧	٤.٨٢	٤.٩٦
	٠.٠١	٤.٠٧	٤.٧٠	٥.١٦	٥.٢٨	٥.٦٠	٥.٧٩	٥.٩٤	٦.٠٨
٢٠	٠.٠٥	٢.٩٥	٣.٥٨	٣.٩٦	٤.٢٣	٤.٤٥	٤.٦٢	٤.٧٧	٤.٩٠
	٠.٠١	٤.٠٢	٤.٦٤	٥.٠٢	٥.٢٩	٥.٥١	٥.٦٩	٥.٨٤	٥.٩٧
٢٤	٠.٠٥	٢.٩٢	٣.٥٣	٣.٩٠	٤.١٧	٤.٣٧	٤.٥٤	٤.٦٨	٤.٨١
	٠.٠١	٣.٩٦	٤.٥٤	٤.٩١	٥.١٧	٥.٣٧	٥.٥٤	٥.٦٩	٥.٨١
٢٠	٠.٠٥	٢.٨٩	٣.٤٩	٣.٨٤	٤.١٠	٤.٣٠	٤.٤٦	٤.٦٠	٤.٧٢
	٠.٠١	٣.٨٩	٤.٤٥	٤.٨٠	٥.٠٥	٥.٢٤	٥.٤٠	٥.٥٤	٥.٦٦
٤٠	٠.٠٥	٢.٨٦	٣.٤٤	٣.٧٩	٤.٠٤	٤.٢٣	٤.٣٩	٤.٥٢	٤.٦٣
	٠.٠١	٣.٨٢	٤.٣٧	٤.٧٠	٤.٩٣	٥.١١	٥.٢٧	٥.٣٩	٥.٥٠
٦٠	٠.٠٥	٢.٨٢	٣.٤٠	٣.٧٤	٣.٩٨	٤.١٦	٤.٣١	٤.٤٤	٤.٥٥
	٠.٠١	٣.٧٦	٤.٢٨	٤.٦٠	٤.٨٢	٤.٩٩	٥.١٣	٥.٢٥	٥.٣٦
١٢٠	٠.٠٥	٢.٨٠	٣.٣٦	٣.٦٩	٣.٩٢	٤.١٠	٤.٢٤	٤.٣٦	٤.٤٨
	٠.٠١	٣.٧٠	٤.٢٠	٤.٥٠	٤.٧١	٤.٨٧	٥.٠١	٥.١٢	٥.٢١
∞	٠.٠٥	٢.٧٧	٣.٣١	٣.٦٣	٣.٨٦	٤.٠٣	٤.١٧	٤.٢٩	٤.٣٩
	٠.٠١	٣.٦٤	٤.١٢	٤.٤٠	٤.٦٠	٤.٧٦	٤.٨٨	٤.٩٩	٥.٠٨

تابع جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة  
Studentized Range Statistic

د.ح	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات				
		١٥	١٤	١٣	١٢	١١
١	٠.٠٥	٥٥.٤	٥٤.٢	٥٣.٢	٥٢.٠	٥٠.٦
	٠.٠١	٢٧٧	٢٧٢	٢٦٦	٢٦٠	٢٥٣
٢	٠.٠٥	١٥.٧	١٥.٤	١٥.١	١٤.٧	١٤.٤
	٠.٠١	٢٥.٤	٢٤.٨	٢٤.١	٢٣.٤	٢٢.٦
٣	٠.٠٥	١٠.٥	١٠.٤	١٠.٢	٩.٩٥	٩.٧٢
	٠.٠١	١٨.٥	١٨.٢	١٧.٩	١٧.٥	١٧.١
٤	٠.٠٥	٨.٦٦	٨.٥٢	٨.٣٧	٨.٢١	٨.٠٣
	٠.٠١	١٣.٥	١٣.٣	١٣.١	١٢.٨	١٢.٦
٥	٠.٠٥	٧.٧٢	٧.٦٠	٧.٤٧	٧.٣٢	٧.١٧
	٠.٠١	١١.٢	١١.١	١٠.٩	١٠.٧	١٠.٥
٦	٠.٠٥	٧.١٤	٧.٠٣	٦.٩٢	٦.٧٩	٦.٦٥
	٠.٠١	٩.٩٥	٩.١٨	٩.٦٥	٩.٤٩	٩.٣٠
٧	٠.٠٥	٦.٧٦	٦.٦٦	٦.٥٥	٦.٤٢	٦.٣٠
	٠.٠١	٩.١٢	٩.٠٠	٨.٨٦	٨.٧١	٨.٥٥
٨	٠.٠٥	٦.٤٨	٦.٣٩	٦.٢٩	٦.١٨	٦.٠٥
	٠.٠١	٨.٥٥	٨.٤٤	٨.٣١	٨.١٨	٨.٠٣
٩	٠.٠٥	٦.٢٨	٦.١٩	٦.٠٩	٥.٩٨	٥.٨٧
	٠.٠١	٨.١٣	٨.٠٣	٧.٩١	٧.٧٨	٧.٦٥
١٠	٠.٠٥	٦.١١	٦.٠٣	٥.٩٣	٥.٨٣	٥.٧٢
	٠.٠١	٧.٨١	٧.٧١	٧.٦٠	٧.٤٨	٧.٣٦
١١	٠.٠٥	٥.٩٩	٥.٩٠	٥.٨١	٥.٧١	٥.٦١
	٠.٠١	٧.٥٦	٧.٤٦	٧.٣٦	٧.٢٦	٧.١٣
١٢	٠.٠٥	٥.٨٨	٥.٨٠	٥.٧١	٥.٦٢	٥.٥١
	٠.٠١	٧.٣٦	٧.٢٦	٧.١٧	٧.٠٦	٦.٩٤

تابع جدول توزيع مدى المقارنات المتعددة  
Studentized Range Statistic

ح.د	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات				
		١٥	١٤	١٣	١٢	١١
١٢	٠.٠٥	٥.٧٩	٥.١٧	٥.٦٢	٥.٥٢	٥.٤٢
	٠.٠١	٧.١٩	٧.١٠	٧.٠١	٦.٩٠	٦.٧٩
١٤	٠.٠٥	٥.٧٢	٦.٦٤	٥.٥٥	٥.٤٦	٥.٣٦
	٠.٠١	٧.٠٥	٦.٩٦	٦.٨٧	٦.٧٧	٦.٦٦
١٦	٠.٠٥	٥.٥٩	٥.٥٢	٥.٤٤	٥.٣٥	٥.٢٦
	٠.٠١	٦.٨٢	٦.٧٤	٦.٦٦	٦.٥٦	٦.٤٦
١٨	٠.٠٥	٥.٥٠	٥.٤٢	٥.٣٥	٥.٢٧	٥.١٧
	٠.٠١	٦.٦٥	٦.٥٨	٦.٥٠	٦.٤١	٦.٣١
٢٠	٠.٠٥	٥.٤٢	٥.٣٦	٥.٢٨	٥.٢٠	٥.١١
	٠.٠١	٦.٥٢	٦.٤٥	٦.٣٧	٦.٢٩	٦.١٩
٢٤	٠.٠٥	٥.٣٢	٥.٢٥	٥.١٨	٥.١٠	٥.٠١
	٠.٠١	٦.٣٢	٦.٢٦	٦.١٩	٦.١١	٦.٠٢
٢٠	٠.٠٥	٥.٢١	٥.١٥	٥.٠٨	٥.٠٠	٤.٩٢
	٠.٠١	٦.١٤	٦.٠٨	٦.٠١	٥.٩٣	٥.٨٥
٤٠	٠.٠٥	٥.١١	٥.٠٥	٤.٩٨	٤.٩١	٤.٨٢
	٠.٠١	٥.٩٦	٥.٩٠	٥.٨٤	٥.٧٧	٥.٦٩
٦٠	٠.٠٥	٥.٠٠	٤.٩٤	٤.٨٨	٤.٨١	٤.٧٢
	٠.٠١	٥.٧٩	٥.٧٣	٥.٦٧	٥.٦٠	٥.٥٢
١٢٠	٠.٠٥	٤.٩٠	٤.٨٤	٤.٧٨	٤.٧٢	٤.٦٤
	٠.٠١	٥.٦١	٥.٥٦	٥.٥١	٥.٤٤	٥.٣٨
∞	٠.٠٥	٤.٨٠	٤.٧٢	٤.٦٨	٤.٦٢	٤.٥٥
	٠.٠١	٥.٤٥	٥.٤٠	٥.٣٥	٥.٢٩	٥.٢٣



## ملحق رقم (٨)

## جدول توزيع ف العظمى F- max لاختبار التجانس

د ج	مستوى الدلالة	عدد التباينات							
		١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣
٤	٠.٠٥	٤٤.٦	٤١.٤	٣٧.٥	٣٣.٦	٢٩.٥	٢٥.٢	٢٠.٦	١٥.٥
	٠.٠١	١.٦	٩٧	٨٩	٧٩	٦٩	٥٩	٤٩	٣٧
٥	٠.٠٥	٢٦.٥	٢٤.٧	٢٢.٩	٢٠.٨	١٨.٧	١٦.٣	١٣.٧	١٠.٨
	٠.٠١	٥٤	٥٠	٤٦	٤٢	٣٨	٣٣	٢٨	٢٢
٦	٠.٠٥	١٨.٦	١٧.٥	١٦.٣	١٥.٠	١٣.٧	١٢.١	١٠.٤	٨.٣٨
	٠.٠١	٢٤	٢٢	٢٠	١٧	١٥	١٢	١٠.١	١٥.٥
٧	٠.٠٥	١٤.٣	١٣.٥	١٢.٧	١١.٨	١٠.٨	٩.٧٠	٨.٤٤	٦.٩٤
	٠.٠١	٢٤	٢٣	٢٢	٢٠	١٨.٤	١٦.٥	١٤.٥	١٢.١
٨	٠.٠٥	١١.٧	١١.١	١٠.٥	٩.٧٨	٩.٠٢	٨.١٢	٧.١٨	٦.٠
	٠.٠١	١٨.٩	١٧.٩	١٦.٩	١٥.٨	١٤.٥	١٣.٢	١١.٧	٩.٩
٩	٠.٠٥	٩.٩١	٩.٤٥	٨.٩٥	٨.٤١	٧.٨٠	٧.١١	٦.٣١	٥.٣٤
	٠.٠١	١٥.٣	١٤.٧	١٣.٩	١٣.١	١٢.١	١١.١	٩.٩	٨.٥
١٠	٠.٠٥	٨.٦٠	٨.٢٨	٧.٨٧	٧.٤٢	٦.٩٢	٦.٣٤	٥.٦٧	٤.٨٥
	٠.٠١	١٢.٩	١٢.٤	١١.٨	١١.١	١٠.٤	٩.٦	٨.٦	٧.٤
١٢	٠.٠٥	٧.٠٠	٦.٧٢	٦.٤٢	٦.٠٩	٥.٧٢	٥.٣٠	٤.٧٩	٤.١٦
	٠.٠١	٩.٩	٩.٥	٩.١	٨.٧	٨.٢	٧.٦	٦.٩	٦.١
١٥	٠.٠٥	٥.٥٩	٥.٤٠	٥.١٩	٤.٩٥	٤.٦٨	٤.٣٧	٤.٠١	٣.٥٤
	٠.٠١	٧.٥	٧.٣	٧.١	٦.٧	٦.٤	٦.٠	٥.٥	٤.٩
٢٠	٠.٠٥	٤.٣٧	٤.٢٤	٤.١٠	٣.٩٤	٣.٧٦	٣.٥٤	٣.٣٩	٣.٢٥
	٠.٠١	٥.٦	٥.٥	٥.٣	٥.١	٤.٩	٤.٦	٤.٣	٣.٨
٣٠	٠.٠٥	٣.٢٩	٣.٢١	٣.١٢	٣.٠٢	٢.٩١	٢.٧٨	٢.٦١	٢.٤٠
	٠.٠١	٤.٠	٣.٩	٣.٨	٣.٧	٣.٦	٣.٤	٣.٣	٣.٠
٦٠	٠.٠٥	٢.٣٠	٢.٢٦	٢.٢٢	٢.١٧	٢.١١	٢.٠٤	١.٩٦	١.٨٥
	٠.٠١	٢.٦	٢.٦	٢.٥	٢.٥	٢.٤	٢.٤	٢.٣	٢.٢
∞	٠.٠٥	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠
	٠.٠١	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠	١.٠٠

ملحق رقم (٩)

القيم الحرجة لاختبار كوكران Cochran لتجانس التباين

ح.د	مستوى الدلالة	عدد التباينات										
		٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٥	٢٠
١	٠.٠٥	٩٩٨٥	٩٦٦٩	٩٠.٦٥	٨٤١٢	٧٨٠.٨	٧٢٧١	٦٧٩٨	٦٣٨٥	٦٠٢٠	٤٧.٩	٣٨٩٤
	٠.٠١	٩٩٩٩	٩٩٣٣	٩٦٧٦	٩٢٧٩	٨٨٢٨	٨٣٧٦	٧٩٤٥	٧٥٤٤	٧١٧٥	٥٧٤٧	٤٧٩٩
٢	٠.٠٥	٩٧٥٠	٨٧.٩	٧٦٧٩	٦٨٣٨	٦١٦١	٥٦١٢	٥١٥٧	٤٧٧٥	٤٤٥٠	٣٣٤٦	٢٧.٥
	٠.٠١	٩٩٥٠	٩٤٢٣	٨٦٤٣	٧٨٨٥	٧٢١٨	٦٦٤٤	٦١٥٢	٥٧٢٧	٥٣٥٨	٤٠.٦٩	٣٢٩٧
٣	٠.٠٥	٩٣٩٢	٧٩٧٧	٦٨٤١	٥٩٨١	٥٣٢١	٤٨٠٠	٤٣٧٧	٤٠٢٧	٣٧٣٣	٢٧٥٨	٢٢.٥
	٠.٠١	٩٧٩٤	٨٨٣١	٧٨٩٤	٦٩٥٧	٦٢٥٨	٥٦٨٥	٥٢٠٩	٤٨١٠	٤٤٦٩	٣٣١٧	٢٦٥٤
٤	٠.٠٥	٩٠٥٧	٧٤٥٧	٦٢٨٧	٥٤٤١	٤٨٠٣	٤٣٠٧	٣٩١٠	٣٥٨٤	٣٣١١	٢٤١٩	١٩٢١
	٠.٠١	٩٥٨٦	٨٣٣٥	٧٢١٢	٦٣٢٩	٥٦٣٥	٥٠٨٠	٤٦٢٧	٤٢٥١	٣٩٣٤	٢٨٨٢	٢٢٨٨
٥	٠.٠٥	٨٧٧٢	٧٠.٧١	٥٨٩٥	٥٠.٦٥	٤٤٤٧	٣٩٧٤	٣٥٩٥	٣٢٨٦	٣٠٢٩	٢١٩٥	١٧٣٥
	٠.٠١	٩٣٧٣	٨٣٦١	٧٩٣٣	٦٧٦١	٥٨٧٥	٥١٩٥	٤٦٥٩	٤٢٢٦	٣٨٧٠	٢٥٧٢	٢٠.٤٨
٦	٠.٠٥	٨٥٣٤	٦٧٧١	٥٥٩٨	٤٧٨٣	٤١٨٤	٣٧٧٦	٣٣٦٢	٣٠٦٧	٢٨٢٣	٢٠.٣٤	١٦.٠٢
	٠.٠١	٩١٧٢	٨١٧٢	٦٤١٠	٥٥٣١	٤٨٦٦	٤٣٤٧	٣٩٣٢	٣٥٩٢	٣٣٠٨	٢٣٨٦	١٨٧٧
٧	٠.٠٥	٨٣٣٢	٦٥٣٠	٥٣٦٥	٤٥٦٤	٣٩٨٠	٣٥٣٥	٣١٨٥	٢٩٠١	٢٦٦٦	١٩١١	١٥.١
	٠.٠١	٨٩٨٨	٧٣٣٥	٦١٢٩	٥٢٥٩	٤٦.٨	٤١.٥	٣٧.٤	٣٣٧٨	٣١.٦	٢٢٢٨	١٧٤٨
٨	٠.٠٥	٨١٥٩	٦٣٣٣	٥١٧٥	٤٣٨٧	٣٨١٧	٣٣٨٤	٣٠٤٣	٢٧٦٨	٢٥٤١	١٨١٥	١٤٢٢
	٠.٠١	٨٨٢٣	٧١.٧	٥٨٩٧	٥٠.٣٧	٤٤.١	٣٩١١	٣٥٣٢	٣٢.٧	٢٩٤٥	٢١.٤	١٦.٤٦
٩	٠.٠٥	٨٠.١٠	٦١٦٧	٥٠.١٧	٤٣٤١	٣٦٨٢	٣٢٥٩	٢٩٢٦	٢٦٥٩	٢٤٢٩	١٧٣٦	١٣٥٧
	٠.٠١	٨٦٧٤	٦٩١٢	٥٧.٢	٤٨٥٤	٤٢٢٩	٣٧٥١	٣٣٧٣	٣٠.٦٧	٢٨١٣	٢٠.٢	١٥.٦٧
١٦	٠.٠٥	٧٣٤١	٥٤٦٦	٤٣٦٦	٣٦٤٥	٣١٣٥	٢٧٥٦	٢٤٦٢	٢٢٢٦	٢٠.٣٢	١٤٢٩	١١.٨
	٠.٠١	٧٩٤٩	٦٠٥٩	٤٨٨٤	٤٠.٩٤	٣٥٣٩	٣١.٥	٢٧٧٩	٢٥١٤	٢٢٩٧	١٦١٢	١٢.٤٨
٢٦	٠.٠٥	٦٦.٢	٤٧٤٨	٣٧٧٠	٣٠.٦٦	٢٦١٢	٢٢٧٨	٢٠.٢٢	١٨٢٠	١٦٥٥	١١٤٤	٨.٧٩
	٠.٠١	٧٠.٦٧	٥١٥٣	٤٠.٥٧	٣٣٥١	٢٨٥٨	٢٤٩٤	٢٢١٤	١٩٩٢	١٨١١	١٢٥١	٩.٦٠
٣٣	٠.٠٥	٦١.٨١٢	٤٠.٣١	٣٠.٩٣	٢٥١٣	٢١١٩	١٨٢٣	١٦١٦	١٤٤٦	١٣.٨	٨.٨٨٩	٦.٧٥
	٠.٠١	٦٠.٦٢	٤٢٣٠	٣٢٠١	٢٦٤٤	٢٢٢٩	١٩٢٩	١٧.٠٠	١٥٢١	١٣٧٦	١٢٣٤	٧.٧.٩

ملحق رقم (١٠)  
جدول توزيع مربع كاى (كا<sup>٢</sup>)

مستوى الدلالة			درجات الحرية	مستوى الدلالة			درجات الحرية
٠,٠٠١	٠,٠١	٠,٠٥		٠,٠٠١	٠,٠١	٠,٠٥	
٥٢,٦	٤٤,٣	٣٧,٧	٢٥	١٠,٨	٦,٦٣	٣,٨٤	١
٥٤,١	٤٥,٦	٣٨,٩	٢٦	١٣,٨	٩,٢١	٥,٩٩	٢
٥٥,٥	٤٧,٠	٤٠,١	٢٧	١٦,٢	١١,٣	٧,٨١	٣
٥٦,٩	٤٨,٣	٤١,٣	٢٨	١٨,٥	١٣,٢	٩,٤٩	٤
٥٨,٢	٤٩,٦	٤٢,٦	٢٩	٢٠,٥	١٥,١	١١,١٠	٥
٥٩,٧	٥٠,٩	٤٣,٨	٣٠	٢٢,٥	١٦,٨	١٢,٦٠	٦
٧٣,٤	٦٣,٧	٥٥,٨	٤٠	٢٤,٢	١٨,٥	١٤,١٠	٧
٨٦,٧	٧٦,٢	٦٧,٥	٥٠	٢٦,١	٢٠,١	١٥,٥٠	٨
٩٩,٦	٨٨,٤	٧٩,١	٦٠	٢٧,٩	٢١,٧	١٦,٩	٩
١٤٩,٥	١٣٥,٨	١٢٤,٣	١٠٠	٢٩,٦	٢٣,٢	١٨,٣	١٠
				٢١,٣	٢٤,٧	١٩,٧	١١
				٢٢,٩	٢٦,٢	٢١,٠	١٢
				٢٤,٥	٢٧,٧	٢٢,٤	١٣
				٢٦,١	٢٩,١	٢٣,٧	١٤
				٢٧,٧	٣٠,٦	٢٥,٠	١٥
				٢٩,٣	٣٢,٠	٢٦,٣	١٦
				٤٠,٨	٣٣,٤	٢٧,٦	١٧
				٤٢,٣	٣٤,٨	٢٨,٩	١٨
				٤٣,٨	٣٦,٢	٣٠,١	١٩
				٤٥,٣	٣٧,٦	٣١,٤	٢٠
				٤٦,٨	٣٨,٩	٣٢,٧	٢١
				٤٨,٣	٤٠,٣	٣٣,٩	٢٢
				٤٩,٧	٤١,٦	٣٥,٢	٢٣
				٥١,٢	٤٣,٠	٣٦,٤	٢٤





# الأساليب الإحصائية

في العلوم

النفسية  
والتربوية  
والاجتماعية



## هذا الكتاب

- يتضمن الكتاب معلومات تاريخية ومفاهيم أساسية للأساليب الإحصائية
- يوضح الأساليب الإحصائية الوصفية بطريقة مبسطة للمبتدئين
- يتناول الأساليب الإحصائية الاستدلالية بطريقة تطبيقية وعملية
- يعرض عدة طرائق للمقارنات المتعددة للمتوسطات
- يوضح الدلالة الإحصائية والعملية من خلال حجم التأثير
- يهتم بتفسير نتائج التحليل للأساليب الإحصائية الاستدلالية
- يبين العلاقة بين الأساليب الإحصائية الاستدلالية
- يقدم "أحياناً" بعض الأسس النظرية الرياضية للمختصين
- يقدم عرضاً مختصراً لبعض الأساليب الإحصائية المتقدمة للمهتمين
- يعد الجزء الأول مفيداً للمبتدئين من التخصصات الأدبية
- يعد هذا الكتاب عوناً ومرشداً للباحثين وطلبة الدراسات العليا



مكتبة الأنجلو المصرية

THE ANGLO-EGYPTIAN BOOKSHOP

The World of Words & Thoughts

[www.anglo-egyptian.com](http://www.anglo-egyptian.com)

